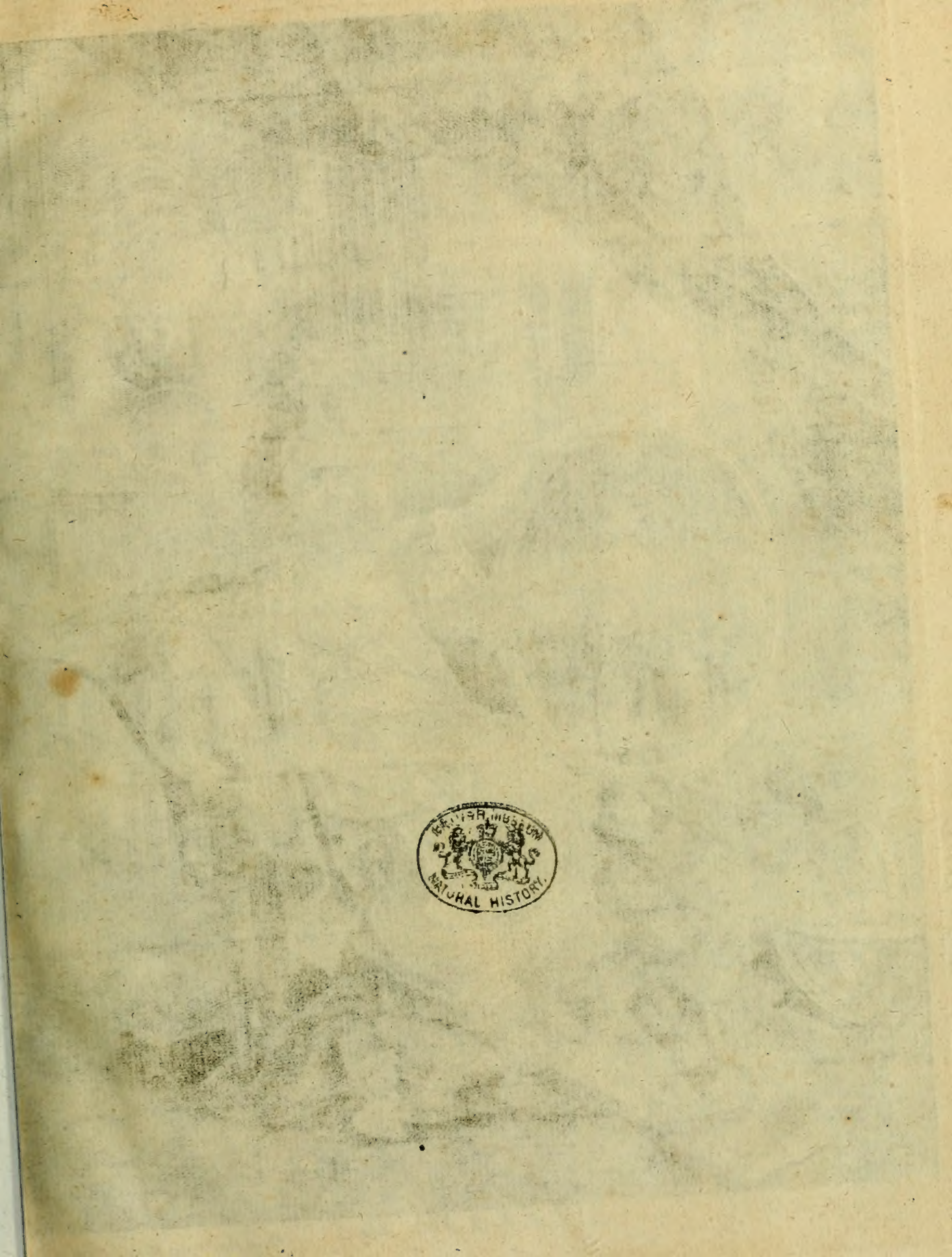

NATURAL HISTORY



Ant. Coypel pinxit. *Jean Baptiste Massé sculp.*

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXIII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXIX.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

Sur le Flux & le Reflux de la Mer. Page 1
Sur la Hauteur de l'Atmosphere. 6
Sur la Ductilité de quelques Matiéres. 9
Diverses Observations de Physique générale. 12

ANATOMIE.

Sur l'Emphyseme. 15
Sur des Descentes de Vessie. 18
Sur l'Hydropisie Tympanite. 19
Diverses Observations Anatomiques. 20

CHIMIE.

Sur l'usage du Fer en Médecine. 25
Sur les Teintures des Métaux. 27
Sur plusieurs Eaux Minérales de France. 29
De l'action des Sels sur différentes Matiéres inflammables. 30
Sur le Quinquina. 33
Sur le Vitriol & le Fer. 35

Sur des Matieres qui pénétrent les Métaux ſans les fondre. 37
Diverſes Obſervations Chimiques. 39

BOTANIQUE.

Sur une Plante fauſſement rapportée au Genre des Lichen. 42
Obſervation Botanique. 43

GÉOMÉTRIE.

Sur les Développées. 44
Sur les Poligones inſcrits ou circonſcrits au Cercle. 52
Sur les Interſections des Courbes. 55
Sur un Eſpace circulaire quarrable. 59

ASTRONOMIE.

Sur la Figure de la Terre. 62
Sur les Taches du Soleil. 66
Obſervation Aſtronomique. 67

ACOUSTIQUE.

Sur les Cordes ſonores, & ſur une nouvelle détermination du Son fixe. 68

Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1713. 76

Eloge de M. Blondin. 78





TABLE
POUR
LES MÉMOIRES.

OBservations Météorologiques faites à l'Observatoire Royal. Par M. DE LA HIRE. Page 1

Observations sur une espece d'Enflûre appellée Emphyseme. Par M. LITTRE. 5

Réflexions sur de nouvelles Observations du Flux & du Reflux de la Mer, faites au port de Brest dans l'année 1712. Par M. CASSINI. 14

Examen de la maniére dont le Fer opére sur les liqueurs de notre Corps, & dont il doit être préparé pour servir utilement dans la Pratique de la Médecine. Par M. LEMERI le Fils. 31

Du Retour de l'Etoile changeante, qui est dans la Constellation du Cygne. Par M. MARALDI. 45

Observations des différents degrés de chaleur que l'Esprit de Vin communique à l'Eau par son mélange. Par M. GEOFFROY le Jeune. 51

Sur la hauteur de l'Atmosphere. Par M. DE LA HIRE. 53

Observation sur une séparation de l'Or d'avec l'Argent par la fonte. Par M. HOMBERG. 65

BOLETUS RAMOSUS, CORALOIDES FŒTIDUS. Morille branchuë de figure & de couleur de Corail, & très-puante. Par M. DE REAUMUR. 69

De l'Incommenſurabilité de Polygônes inſcrits & circonſcrits au Cercle. P. M. SAULMON. 75

De l'action des Sels ſur différentes Matiéres inflammables. Par M. LEMERY le Cadet. 97

Obſervations ſur différentes Maladies. Par M. MERY. 109

Suite des Réflexions qui ſe trouvent dans le Mémoire du 28 Juin 1712. ſur les Développées, & ſur les Courbes réſultantes du Développement de celles-là. Par M. VARIGNON. 121

Obſervations ſur le Vitriol & ſur le Fer. Par M. GEOFFROY l'Aîné. 168

De la Figure de la Terre. Par M. CASSINI. 187

Expériences & Réflexions ſur la prodigieuſe ductilité de diverſes Matiéres. Par M. DE REAUMUR. 199

Propriétés des Trapezes. Par M. DE LA HIRE. 221

Nouvelle découverte des Fleurs & des Graines d'une Plante rangée par les Botaniſtes ſous le genre du Lichen. Par M. MARCHANT. 229

Sur l'Hydropiſie appellée Tympanite. Par M. LITTRE. 235

Remarques ſur un Paradoxe des Effections Géométriques. Par M. ROLLE. 243

Obſervation ſur une ſublimation de Mercure. Par M. HOMBERG. 265

Réflexions ſur les Obſervations des Marées. Par M. CASSINI. 267

Hiſtoire du Café. Par M. DE JUSSIEU. 291

Deſcription d'une Machine portative, propre à ſoûtenir des Verres de très-grands Foyers. Préſentée à l'Académie par M. BIANCHINI. Par M. DE REAUMUR. 299

Observations sur des Matiéres qui pénétrent & qui traversent les Métaux sans les fondre. Par M. HOMBERG. 306

Histoire d'un Assoupissement extraordinaire. Par M. IMBERT. 313

Observations de l'Eclipse de Lune qui est arrivée le 2 Décembre au matin de cette année 1713, à l'Observatoire. Par M.rs DE LA HIRE. 318

Observation de l'Eclipse de Lune du 2 Décembre 1713, faite à l'Observatoire Royal. Par M.rs MARALDI & CASSINI. 321

Rapport des Sons des Cordes d'Instruments de Musique aux Fléches des Cordes ; Et nouvelle détermination des Sons fixes. Par M. SAUVEUR. 324

Mémoire sur le mouvement des Intestins dans la passion Iliaque. Par M. HAGUENOT. 351



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXIII.

PHISIQUE GENERALE.

SUR LE FLUX ET LE REFLUX DE LA MER.

V. les M. p. 14. & 267.



N a continué à Breſt en 1712 & en 1713, les Obſervations ſur le Flux & le Reflux. Elles ont confirmé les connoiſſances qu'on avoit déja acquiſes *, & en ont produit de nouvelles.

* V. l'Hiſt. de 1710. p. 4. & ſuiv. & celle de 1712. p. 1. & ſuiv.

Le mouvement qui fait les Marées eſt encore plus lié à

la Lune qu'on ne penſoit. Et voici les nouveaux Phénomenes qui le prouvent.

Quand la Lune eſt dans l'Equateur, les Marées ſont plus grandes, ou la Haute Mer plus haute; & cet effet diminuë à meſure que la Lune s'éloigne de l'Equateur. On entend aſſés que tout le reſte doit être ſuppoſé égal.

M. Caſſini, qui de toutes les Obſervations envoyées à l'Académie tire les conſéquences ou pluſtôt les principes qui en réſultent, remarque que la préciſion ſur cet article doit être pouſſée juſqu'à y faire entrer la latitude de la Lune. La déclinaiſon d'un Aſtre eſt ſa diſtance à l'Equateur, & la latitude ſa diſtance à l'Ecliptique. La Lune peut avoir juſqu'à 5° 20′ de latitude, & la plus grande déclinaiſon de l'Ecliptique eſt de 23° 30′; d'où il ſuit que l'Orbite de la Lune dans ſa plus grande déclinaiſon peut en avoir 5° 20′ de plus ou de moins que l'Ecliptique, & être de cette quantité plus ou moins éloignée de l'Equateur, & les Marées en ſeront plus ou moins hautes. Par-là il faut juger de tous les degrés moyens, & par conſéquent tenir compte de la latitude de la Lune, qui entre dans ſa diſtance à l'équateur.

On pourroit croire que quand la Lune eſt dans l'Equateur, elle agit par ce grand Cercle ſur la ſurface de la Mer, & par conſéquent y cauſe une plus grande preſſion, que quand elle eſt dans tous les autres Cercles paralleles à l'Equateur, qui ne ſont que de petits Cercles, & qui vont toûjours en diminuant. Cette idée aſſés vraiſemblable peut avoir cependant quelque difficulté. Les Phénomenes du Flux & du Reflux demandent néceſſairement que quand la Lune preſſe un endroit quelconque du Globe terreſtre, la preſſion ou le contre-coup de la preſſion ſoit le même dans l'endroit diamétralement oppoſé. Or ſi la Lune, en quelque ſituation qu'elle ſoit, agit toûjours à la fois ſur deux endroits du Globe diamétralement oppoſés, elle agit toûjours par un grand Cercle. Malgré cela, il ſemble toûjours qu'elle doit agir différemment lorſqu'elle eſt dans un grand

Cercle ou dans un petit, & que de ce qu'elle ſera dans un petit, & agira par un grand, il doit réſulter quelque action moyenne. Mais il ne faut pas prétendre encore à établir un ſiſtême, & c'eſt bien aſſés que de s'aſſûrer des faits.

La Lune a donc moins d'action ſur la ſurface du Globe quand elle eſt hors de l'E'quateur, mais alors il eſt bien naturel que cette moindre action ſoit inégalement partagée entre les deux Hémiſpheres du Globe, l'un Boréal & l'autre Auſtral, & que ſi la Lune eſt, par exemple, dans le Boréal, elle y agiſſe plus fortement que ſur l'autre, ou au contraire. Suppoſons qu'elle ſoit dans le premier degré du Cancer, & qu'il s'agiſſe des Marées de Breſt, la Lune ſera une plus grande impreſſion ſur Breſt que ſur le lieu qui eſt ſous le même demi-Méridien que Breſt, & de l'autre côté de l'E'quateur à égale diſtance: Donc la Marée du même jour & de la même heure ſera plus grande à Breſt qu'en ce lieu-là, quoique tout ſoit parfaitement égal de part & d'autre, à cela près que l'un de ces deux lieux eſt dans l'Hémiſphere Boréal, & l'autre dans l'Auſtral.

Mais comme il faut que la Lune, ſelon ce que nous venons de dire, agiſſe également en même temps ſur deux endroits du Globe diamétralement oppoſés, le lieu antipode de Breſt a en même temps que Breſt une Marée égale, & ce lieu étant dans l'Hémiſphere Auſtral, il y a dans cet Hémiſphere deux lieux ſitués ſous le même parallele & ſous le même Méridien, dont l'un antipode de Breſt a une Marée égale à celle de Breſt, & l'autre une Marée moindre. Et par la même raiſon, il y a dans l'Hémiſphere Boréal un quatriéme lieu ſitué ſous le même parallele que Breſt & ſous le même Méridien, qui a en même temps que Breſt une moindre Marée.

De-là il ſuit que Breſt, & par conſéquent tout autre lieu ſitué hors de l'E'quateur, doit avoir en un même jour deux Marées inégales; car le mouvement diurne de la Lune ſe faiſant toûjours par des Cercles paralleles à l'E'quateur, ſi

Breſt eſt dans un certain temps le lieu où ſe fait une grande Marée par les raiſons qui viennent d'être expliquées, il ſera néceſſairement 12 heures après le lieu où ſe fera une moindre Marée.

Il eſt bien aiſé de voir que la grande Marée de Breſt arrivera quand la Lune paſſera par le Méridien de Breſt, c'eſt-à-dire, dans le ſujet que nous traitons préſentement, par le Méridien d'où dépendent les Marées de Breſt, & que la petite Marée arrivera 12 heures après, & que par conſéquent ſi l'une a été celle du matin, l'autre ſera celle du ſoir.

Par le principe général du Flux & du Reflux, les Marées vont en diminuant des Nouvelles ou Pleines Lunes aux Quadratures, & en augmentant des Quadratures aux Nouvelles ou Pleines Lunes. Par conſéquent, d'une Nouvelle Lune au premier quartier chaque Marée du matin doit être plus grande que la ſuivante du ſoir, & du premier quartier à la Pleine Lune chaque Marée du matin doit être moindre que celle du ſoir, car il faut que chaque Marée ſoit plus forte ou plus foible que la ſuivante ſelon qu'elles vont à un terme par rapport auquel elles augmentent ou diminuent de force. Par ce principe général les deux Marées d'un même jour ſont donc toûjours inégales.

Elles le ſont auſſi par le principe particulier que nous venons d'expliquer, & qui conſiſte dans la diſtance de la Lune à l'Equateur. Il eſt viſible que ces deux principes peuvent ſe combiner différemment, concourir au même effet ou ſe combattre; & même il paroît par les Obſervations, que le principe particulier peut l'emporter ſur le général, c'eſt-à-dire, que d'une Nouvelle Lune, par exemple, à la Quadrature, la Marée du matin qui devoit naturellement être plus grande à Breſt que celle du ſoir, ſera cependant plus petite, parce que la Lune aura paſſé à Midi par le Méridien de Breſt, & par-là aura rendu plus forte la Marée du ſoir. Or afin que la diſtance de la Lune à l'Equateur ait beaucoup d'effet, il faut qu'elle ſoit conſidérable,

& c'eſt pour cela que nous avons ſuppoſé la Lune dans le premier degré du Cancer; & afin que la Lune étant Nouvelle ou peu éloignée de la Conjonction, paſſe à midi par le Méridien de Breſt, il faut que ſon lieu dans le Zodiaque ſoit le même que celui du Soleil ou peu éloigné, & par conſéquent le cas que nous conſidérons ici doit arriver vers le Solſtice d'Eté.

Si la Lune étoit Nouvelle & dans le premier degré du Capricorne, ce qui ne peut arriver qu'au Solſtice d'Hiver, elle paſſeroit à Midi par le Méridien de Breſt, & la Marée du ſoir qu'elle y cauſeroit par ce paſſage, ſeroit plus petite que celle qui viendroit 12 heures après, ou le matin ſuivant, parce que la Lune ſeroit dans l'Hémiſphere Auſtral. Donc vers le Solſtice d'Hiver les Marées du ſoir dans les Nouvelles Lunes ſont plus petites que celles du matin, & alors le principe particulier s'accorde avec le général.

Afin de rendre les idées plus ſimples & le diſcours plus concis, nous prenons ici les Nouvelles ou Pleines Lunes & les Quadratures, pour les points fixes des plus grandes ou plus petites Marées; mais il faut entendre, ſelon qu'il a été dit ailleurs, qu'elles n'arrivent que deux ou trois jours plus tard.

De ce qui vient d'être expliqué, on déduira ſans peine le cas où la Lune ſeroit dans l'un ou l'autre Tropique vers le temps des Equinoxes: on l'a toûjours ſuppoſée dans un Tropique, afin que l'effet de ce principe particulier fût plus grand; il eſt clair qu'il diminuëra dans toutes les ſituations moyennes de la Lune, & enfin ſera nul lorſqu'elle ſera dans l'Equateur.

Voilà tout ce qu'on a obſervé juſqu'à préſent des rapports du Flux & du Reflux à la Lune, rapports plus exacts, &, pour ainſi dire, plus intimes qu'on ne croyoit. M. Caſſini conjecture que les Marées en ont auſſi au Soleil. On les trouve par les Obſervations préſentes, plus grandes vers les Equinoxes que vers les Solſtices, tout le reſte étant égal, & plus grandes quand le Soleil eſt dans ſon Périgée, ce qui

arrive présentement vers le Solstice d'Hiver, que quand il est dans son Apogée. Mais peut-être ne faut-il pas se presser de lui donner part dans ces phénomenes, la Lune paroît trop y dominer, & si le Soleil y contribuoit, il faudroit changer tout le sistême de la pression de la Lune pour trouver quelque espece d'action qui pût être commune aux deux Astres.

SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

V. les M. p. 54.

SI les condensations des parties d'air différemment élevées avoient un rapport réglé & connu aux différents poids dont elles sont chargées, ou, ce qui est la même chose, aux différentes hauteurs de l'air supérieur, les expériences du Barometre faites au bas & au haut des Montagnes, donneroient sûrement la hauteur de l'Air, ou de l'Atmosphere. Mais tout ce qu'on peut découvrir du rapport des condensations de l'air aux poids, est renfermé dans des observations faites fort près du globe de la Terre, & qui ne tirent guere à conséquence pour l'air pris à des hauteurs beaucoup plus grandes. On a pû voir dans plusieurs des Histoires précédentes combien jusqu'ici toute cette matiére est remplie d'incertitude.

M. de la Hire a pris une voye plus simple & plus sûre pour découvrir la hauteur de l'Atmosphere. C'est une idée de Képler, & qui est fort naturelle, mais Képler lui-même l'a abandonnée pour la plus grande partie, & M. de la Hire non-seulement la reprend, mais il la rectifie, & la pousse à sa derniére précision.

Il est establi chés tous les Astronomes que quand le Soleil est à 18 degrés au-dessous de l'horison, on commence ou l'on cesse de voir la premiére ou la derniére lueur du

Crépuſcule. Le rayon par lequel on la voit, ne peut être qu'une ligne horiſontale, Tangente de la Terre au point où eſt l'Obſervateur. Ce rayon ne peut pas venir directement du Soleil, qui eſt ſous l'horiſon, c'eſt donc un rayon réfléchi à notre œil par la derniére ſurface intérieure & concave de l'Atmoſphere. Il faut imaginer que du Soleil qui eſt à 18° ſous l'horiſon part un rayon Tangent de la Terre qui va frapper cette derniére ſurface de l'Atmoſphere, & de-là ſe réfléchit vers notre œil, étant encore Tangent de la Terre ou horiſontal. S'il n'y avoit point d'Atmoſphere il n'y auroit point de Crépuſcule, & par conſéquent ſi l'Atmoſphere étoit moins élevée qu'elle n'eſt, le Crépuſcule commenceroit plus tard ou finiroit pluſtôt, ou, ce qui eſt la même choſe, il commenceroit ou finiroit quand le Soleil ſeroit plus proche de l'horiſon que de 18°, & au contraire. On voit donc que la grandeur de l'arc dont le Soleil eſt abaiſſé quand le Crépuſcule commence ou finit, détermine la hauteur de l'Atmoſphere.

Cet arc, quoique poſé de 18°, doit être pris un peu moindre. La réfraction éleve tous les Aſtres de 32′, & par conſéquent le rayon direct qui étant réfléchi a fait le Crépuſcule, a été élevé de 32′, & a touché un arc du Globe Terreſtre, qui depuis ce point d'attouchement juſqu'au point où eſt l'Obſervateur a ces 32′ de moins que 18°, ou n'eſt que de 17° 28′. De plus les premiers rayons qui font voir le Crépuſcule, partent du bord ſupérieur du Soleil, & ce bord eſt éloigné de 16′ du centre que l'on ſuppoſe à 18° ſous l'horiſon. L'arc qui déterminera la hauteur de l'Atmoſphere n'eſt donc plus que de 17° 12′.

Les deux rayons, l'un direct & l'autre réfléchi, qui touchent tous deux la Terre, concourent néceſſairement dans l'Atmoſphere au point de réflexion, & comprennent entre eux un arc de 17° 12′, dont ils ſont Tangents. De-là il ſuit par la nature du Cercle, qu'une ligne tirée du centre de la Terre, & qui coupera cet arc en deux, ira au point de concours de ces deux rayons, & comme il eſt très-aiſé

de trouver l'excès de cette ligne ſur le demi-diametre de la Terre qui eſt connu, il eſt très-aiſé d'avoir dans l'hipotheſe préſente la hauteur de l'Atmoſphere qui n'eſt que cet excès. M. de la Hire trouve qu'il eſt de 37223 Toiſes, ou de près de 17 lieuës, en prenant 2200 Toiſes pour une lieuë. C'eſt cette méthode dont Képler s'eſt ſervi, mais comme elle lui donnoit la hauteur de l'Atmoſphere 20 fois plus grande qu'il ne le croyoit d'ailleurs, il a employé divers moyens, mais peu heureux, pour la diminuer.

J'ai dit que 17 lieuës ſeroient la hauteur de l'Atmoſphere *dans l'hipotheſe préſente*. Cette hipotheſe eſt que les deux rayons, le direct & le réfléchi ſoient deux lignes droites, mais elle n'eſt pas vraye, ce ſont deux Courbes formées par la réfraction perpétuelle que cauſe à un rayon la denſité de l'Atmoſphere toûjours inégale & toûjours décroiſſante depuis la ſurface de la Terre. C'eſt ce qui a été expliqué plus au long d'après M. de la Hire dans l'Hiſtoire de
p. 54. & ſuiv. 1702. Les deux rayons qui étoient des lignes droites, ſe changent donc en deux Courbes égales & ſemblables, ou pluſtôt en une ſeule Courbe qui à ſon origine & ſa fin touche la Terre, & dont le ſommet également éloigné de ces deux extrémités, détermine la plus grande élevation de l'Atmoſphere. Cette Courbe eſt concave vers la Terre, & les deux rayons qu'on avoit conçûs d'abord, n'en ſont plus que deux Tangentes, l'un à ſon origine, l'autre à ſa fin. Par conſéquent leur point de concours eſt plus élevé que le ſommet de la Courbe ou que l'Atmoſphere. Il eſt viſible que ce point de concours & le ſommet de la Courbe ſont ſur la même ligne, qui, tirée du centre de la Terre, coupe en deux l'arc de 17° 12'.

Pour trouver la juſte hauteur de l'Atmoſphere, ou à peu-près, M. de la Hire mene par le point où eſt l'Obſervateur, une ligne droite qui fait en deſſous avec la ligne horiſontale ou avec la Tangente de la Courbe à ſon extrémité, un angle de 32', qui eſt l'angle de la réfraction. Cette droite eſt donc au dedans de la Courbe, & le point où

elle rencontre la ligne tirée du centre de la Terre est moins élevé que le sommet de la Courbe. Son élevation au-dessus de la Terre, ou son excès sur un demi-diametre de la Terre, qu'il est aisé de calculer, est de 32501 Toises. Donc le sommet de la Courbe ou la hauteur de l'Atmosphere est entre 37223. & 32501, & en prenant le milieu on a 35362 Toises, ou un peu plus de 16 lieuës, hauteur de l'Atmosphere.

De-là M. de la Hire prend occasion de déterminer la figure du Crépuscule, quand il est un peu élevé sur l'horison par un temps serein & froid, car il y faut ces deux conditions; l'une, afin que la figure puisse être bien apperçûe; l'autre, afin qu'elle ne soit pas altérée par les vapeurs de la Terre. Képler n'a pas eu grand tort de croire que l'arc du Crépuscule étoit circulaire, & que tout l'espace éclairé étoit un segment de cercle, mais M. de la Hire pousse la chose à une plus grande précision, & prouve que l'arc du Crépuscule est hiperbolique, quoiqu'un peu défiguré par les réfractions. La différence entre les deux sentiments est légere, mais il n'est pas permis de mépriser ces légeres différences, quand elles peuvent conduire à une plus grande exactitude.

SUR LA DUCTILITE' DE QUELQUES MATIE'RES.

LA divisibilité de la matiére à l'infini, quoique démontrée, effraye toûjours l'imagination, & pour en diminuer le prodige, plusieurs Philosophes ont fait voir des divisions étonnantes actuellement faites, & qui, quoique finies, sont déja presque inconcevables. Il n'est pas à supposer que la divisibilite s'arrête où s'arrêtent quelques divisions qui viennent à notre connoissance; mais il se trouve que ces Philosophes, loin d'exagérer & de surfaire,

V. les M. p. 201.

ſont demeurés beaucoup au-deſſous du vrai, & M. de Reaumur en donne pour preuve l'examen qu'il a fait de quelques matieres *ductiles*, c'eſt-à-dire, qui peuvent s'étendre & ſe tirer beaucoup en long.

On ſçait qu'un fil d'Or n'eſt qu'un fil d'Argent doré. Il faut donc étendre par le moyen de la filiére un cilindre d'Argent couvert de feuilles d'Or, & ce cilindre devient fil, & fil toûjours doré à quelque longueur qu'il puiſſe parvenir. On le prend ordinairement de 45 marcs, & il a 15 lignes de diametre, & à peu-près 22 pouces de hauteur. M. de Reaumur prouve que ce cilindre d'argent de 22 pouces, vient par la filiére à en avoir 13963240 ou 1163520 pieds, c'eſt-à-dire, qu'il eſt devenu 634692 fois plus long qu'il n'étoit, & qu'il a près de 97 lieuës de longueur, en mettant 2000 toiſes à la lieuë. Ce fil ſe file ſur de la ſoye, & avant que de l'y filer, on le rend plat de cilindrique qu'il étoit, & en l'applatiſſant on l'allonge ordinairement encore de $\frac{1}{7}$ au moins, de ſorte que ſa longueur de 22 pouces ſe change en une de 111 lieuës. Mais on peut aller juſqu'à allonger ce fil de $\frac{1}{4}$ par l'applatiſſement, au lieu de ne l'allonger que de $\frac{1}{7}$, & par conſequent il aura 120 lieuës. Cela doit paroître une prodigieuſe extenſion, & ce n'eſt encore rien.

Le Cilindre d'argent de 45 marcs, & de 22 pouces de long, a pû n'être couvert que d'une once de feuilles d'Or. Il eſt vrai que la dorure ſera legere, mais elle ſera toûjours dorure, & quand le cilindre paſſera par la filiére, & acquerra la longueur de 120 lieuës, l'Or n'abandonnera jamais l'Argent. On peut voir déja par-là combien l'once d'Or qui enveloppoit le cilindre d'Argent de 45 marcs, a dû devenir étrangement mince pour ſuivre toûjours l'Argent pendant un chemin d'une pareille longueur. M. de Reaumur adjoûte encore à cette conſidération, que l'on voit ſenſiblement que l'Argent eſt une fois plus doré en certains endroits qu'en d'autres; & il trouve enfin par le calcul, que dans ceux où il l'eſt le moins, il faut que

l'épaiſſeur de l'Or ne ſoit que de $\frac{1}{1050000}$ de ligne, petiteſſe ſi énorme, qu'elle échappe autant à notre imagination, que celle des Infiniment petits de la Géométrie. Cependant elle eſt réelle, & produite par des Inſtruments méchaniques, qui ne peuvent être ſi fins qu'ils ne ſoient encore fort groſſiers.

M. de Reaumur met au rang des corps ductiles le moins ductile de tous en apparence, & le plus caſſant, c'eſt le Verre. Il décrit par quel art on en forme des fils d'une grande fineſſe, & par quelle induſtrie il eſt allé lui-même encore beaucoup plus loin, & juſqu'au point que ces fils de verre étoient preſque auſſi déliés que ceux de la ſoye des Araignées. Plus ils deviennent fins, plus ils ſont flexibles, & ſur ce fondement M. de Reaumur avance ce paradoxe, que l'on feroit des tiſſus & des étoffes de Verre, ſi l'on avoit des moyens faciles & commodes de l'étendre & de l'allonger ſuffiſamment. On voit par-là qu'il en eſt de la flexibilité comme de la tranſparence. Quand les corps ſont extrémement minces, les plus caſſants deviennent flexibles, comme les plus opaques deviennent tranſparents.

De-là M. de Reaumur paſſe à une autre matiere ductile, c'eſt celle dont les Araignées forment la ſoye qui enveloppe leurs Œufs. Il l'a découverte dans ſa ſource par une diſſection aſſés délicate de l'inſecte. Quand cette matiere eſt ſéche, elle reſſemble à une gomme, & eſt caſſante. Elle l'eſt plus que celle de la ſoye des Vers. Elle ne peut donc, ainſi que le Verre, devenir flexible & ſe filer qu'après avoir été extrémement diviſée. Auſſi l'eſt-elle à un point étonnant. Elle ſort de l'anus de l'Araignée en plus de 6000 fils à la fois bien ſeparés les uns des autres. Il y a ſix ouvertures dont chacune donne paſſage à 1000 fils, & n'eſt pas plus grande qu'une teſte d'Epingle.

Cette merveille ſe voit dans une groſſe Araignée qui fait ſes Œufs. Mais que ſera-ce des petites Araignées qui ſortent de ces Œufs, qui naiſſent 7 ou 800 à la fois, & qui toutes, dès qu'elles ſont nées, filent des toiles? Il ſort

donc de l'anus de chacune plus de 6000 fils bien distincts; & de quelle finesse sont ces fils? de quelle petitesse sont les filiéres? On en peut juger par la proportion qui doit être entre le corps de la grande Araignée, & celui de 7 ou 800 Araignées qui en naissent toutes ensemble. Si on en faisoit le calcul, même en mettant tout au plus bas pied, on tomberoit dans des abysmes de petitesse, & l'on auroit tort de penser que ce fussent encore là les derniers.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHISIQUE GENERALE.

I.

Mr. Deslandes étant en Angleterre fit sur le Charbon de terre qu'on y brûle deux expériences qu'il croit qui ont échappé aux Anglois.

1. Ayant pilé du Charbon, il en mit environ une demi-once dans un verre d'eau, qui devint toute noire. Il laissa le verre exposé à l'air toute la nuit sur la fenestre, c'étoit en hiver, & le lendemain il trouva que l'eau qui s'étoit gelée, étoit d'une couleur rougeâtre. Il falloit pour donner cette couleur à l'eau, que la gelée eût développé les soufres du Charbon, quoique cette action ne paroisse guere lui convenir.

2. De la cendre de ce Charbon infusée dans de l'eau-de-vie, & meslée avec de la limaille de fer, fait une teinture noire, qui s'éclaircit à mesure qu'elle s'échauffe. Lorsqu'elle commence à bouillir, elle prend une couleur plus douce que le gris-de-fer ordinaire. M. Deslandes donna à de la Laine cruë cette agréable teinture, & aucun Ouvrier ne la put imiter.

I I.

M. Sarrasin, Medecin du Roy en Canada & Correspondant de l'Academie, dont on a vû une Histoire du

Castor dans les Memoires de 1704*, très-exacte & très-curieuse, en a envoyé une pareille du Carcaiou, que nous donnons ici en abregé.

*p. 48 & suiv.

Le Carcaiou est un Animal carnacier de l'Amerique Septentrionale, & qui en habite les cantons les plus froids. Il pese ordinairement depuis 25 jusqu'à 35 livres. Il a environ 2 pieds depuis le bout du museau jusqu'à la queue, qui peut avoir 8 pouces de long. Il a la teste fort courte & fort grosse à proportion du reste de son corps, les yeux très-petits, les mâchoires très-fortes, & garnies de 32 dents bien tranchantes. Quoique petit, il est très-fort & très-furieux, & quoique carnacier, il est si lent & si pesant qu'il se traîne sur la neige plustôt qu'il n'y marche.

Il ne peut attrapper en marchant que le Castor qui est aussi lent que lui, & il faut que ce soit en été où le Castor est hors de sa cabane. Mais en hiver il ne peut que briser & démolir la cabane, & y surprendre le Castor, ce qui ne lui réussit que très-rarement, parce que le Castor a sa retraite assûrée sous la glace. Cependant comme le Castor en hiver même sort pour aller chercher dans le bois des provisions fraîches qu'il aime mieux que les vieilles, le Carcaiou l'y peut attaquer.

La chasse qui lui rend le plus, est celle de l'Orignac & du Caribou. L'Orignac choisit en hiver un canton où croisse abondamment l'*Anagyris fœtida*, ou Bois puant, parce qu'il s'en nourrit, & quand la terre est couverte de 5 ou 6 pieds de neige, il se fait dans ces cantons des chemins qu'il n'abandonne point, à moins qu'il ne soit poursuivi par les Chasseurs. Le Carcaiou ayant observé la route de l'Orignac grimpe sur un Arbre auprès duquel il doit passer, & de-là s'élance sur lui & lui coupe la gorge en un moment. En vain l'Orignac se couche par terre, ou se frotte contre des arbres, rien ne fait lâcher prise au Carcaiou, & des Chasseurs ont trouvé quelquefois des morceaux de sa peau larges comme la main, qui étoient demeurés à l'arbre contre lequel l'Orignac s'étoit frotté.

Le Caribou eſt une eſpece de Cerf. Il eſt très-léger, & court ſur la neige preſque auſſi viſte que ſur la terre, parce que ſes ongles qui ſont fort larges, & garnies d'un poil rude dans leurs intervalles, l'empêchent d'enfoncer & lui tiennent lieu des Raquettes des Sauvages. Lorſqu'il habite le fort des bois, il s'y fait des routes en hiver comme l'Orignac, & y eſt attaqué de même par le Carcaiou. Mais quand il eſt dans les endroits clairs où il n'a pas beſoin de ſe faire des routes, & où il va de tous côtés indifferemment, le Carcaiou qui pourroit l'attendre trop long-temps ſans fruit, n'a pas coûtume d'y perdre ſon temps, & il ne donne guere la Chaſſe au Caribou que dans les endroits épais, tant ſon ardeur pour ſa proye eſt ingénieuſe.

III.

Comme le P. Feüillée Minime, correſpondant de l'Academie, lui liſoit la Relation d'un voyage qu'il venoit de faire dans l'Amerique Méridionale, & qu'il parloit des Obſervations qu'il avoit faites avec l'Aréometre, de la peſanteur de l'Eau de la Mer en différents lieux, on lui objecta que dans un Climat plus chaud le Verre de l'Aréometre devoit ſe dilater, par conſequent occuper plus de place dans l'eau qu'on peſoit, & la faire paroiſtre moins peſante qu'elle n'étoit réellement. Mais M. Caſſini répondit que l'eau ellemême étoit auſſi plus dilatée par le chaud, & peſoit auſſi réellement moins.

NOus renvoyons entiérement aux Memoires

V. les M. p. 1. Le Journal des Obſervations de M. de la Hire pendant 1712.

V. les M. p. 313. Et l'Hiſtoire d'un Sommeil extraordinaire par M. Imbert,





ANATOMIE.

SUR L'EMPHYSEME.

V. les M. p. 42

CE doit être un ſpectacle aſſés étonnant qu'un Homme gonflé d'air par toute l'habitude extérieure du corps, & cela juſqu'à 11 pouces d'épaiſſeur dans les endroits les plus enflés. Cet air eſt renfermé ſous la peau, & remplit principalement les Cellules de la Graiſſe. Peut-être un Phiſicien, même habile, auroit-il peine à deviner comment un ſi étrange accident eſt poſſible.

Lorſqu'un homme a été bleſſé à la poitrine, il y entre de l'air par la playe, & ſi, parce qu'elle ſera étroite, ou que les chairs ſe rapprocheront d'elles-mêmes, ou par quelque autre cauſe que ce ſoit, cet air ne peut reſſortir auſſitoſt, ou reſſortir dans la même quantité qu'il eſt entré, voilà de l'air étranger engagé dans la capacité de la poitrine. A chaque inſpiration le Poulmon doit remplir cette capacité en ſe gonflant de l'air qu'il reçoit naturellement, mais alors il ne peut ſe gonfler ſans preſſer l'air étranger, & par conſequent il l'oblige à ſe gliſſer entre les interſtices des fibres des chairs, & peut-être à entrer dans les petites bouches des plus petites veines ou des vaiſſeaux limphatiques. Mais une force encore plus grande l'y oblige dans le moment contraire à celui de l'inſpiration, & qui le ſuit, c'eſt-à-dire, dans l'expiration. Alors la Poitrine en ſe reſſerrant, comprime plus l'air étranger que n'avoit fait le Poulmon en ſe dilatant, & les deux moments ou les deux actions oppoſées conſpirent au même effet. Cet air ainſi pouſſé continuellement, doit ſuivre toûjours à peu près les mêmes routes, parce

que celles qu'il s'est ouvertes d'abord deviennent toûjours plus aisées, & par consequent il doit s'amasser dans un certain endroit. Ce sera dans les Cellules de la Graisse plustôt qu'ailleurs, parce qu'elles ont des membranes plus minces, & qui s'étendent plus facilement; & comme l'air est parti de dedans la capacité de la poitrine, ce sera dans la graisse qui couvre la poitrine & qui est sous la peau que se fera l'amas d'air étranger. Cette enflure s'appelle Emphyséme.

Il est manifeste que l'Emphyséme que nous venons de décrire ne peut pas être considérable, puisqu'il n'est formé que de l'air entré dans la poitrine par la playe, & que cet air ne peut avoir été en grande quantité, avant que la playe soit refermée.

Si le coup avoit pénétré jusqu'à la substance du Poulmon, alors outre l'air qui seroit entré par la playe dans la capacité de la poitrine, il y en auroit encore une certaine partie de celui qui seroit entré naturellement par la respiration, car tout ce qui auroit dû être renfermé dans les Bronches ou dans les Vésicules ouvertes ou déchirées par la playe du Poulmon, ne peut plus que s'échapper dans la cavité de la poitrine, & cet air devenu étranger comme l'autre, est pressé de même par les dilatations du Poulmon & les constrictions de la Poitrine, & obligé à s'insinuer dans les chairs. Comme cet air venu par la respiration se renouvelle à chaque moment, la quantité en augmente tant que la playe du Poulmon dure, & de-là vient qu'un Emphyséme formé par une playe qui pénétre jusqu'à la substance du Poulmon, peut être sans comparaison plus considerable que celui que causeroit une playe qui ne feroit qu'ouvrir la capacité de la poitrine.

L'Emphyséme causé par la playe du Poulmon peut aller jusqu'à occuper toute l'habitude du corps, ainsi que l'a vû M. Littre, à qui l'on doit & cette observation, & les réflexions. L'air étranger toûjours poussé peut, comme il a esté dit, entrer dans les veines & dans les routes de la

circulation,

circulation, & par conſéquent ſe répandre par toute l'habitude du corps. Dans le ſujet que M. Littre a vû, il n'y avoit que le haut de la teſte, le dedans des mains, & la plante des pieds qui en fuſſent exempts, ſans doute parce qu'en ces endroits il y a moins de graiſſe, que les chairs y ſont plus dures, & les membranes plus fermes & plus difficiles à écarter. On voit aſſés qu'un grand Emphyſéme doit être rare, il dépend du concours de pluſieurs circonſtances. Nous n'en avons rapporté que les principales, il eſt aiſé d'imaginer les autres qui ſont neceſſaires pour la perfection de ce malheureux accident.

M. Méry * a fait auſſi l'Hiſtoire d'un Emphyſéme qu'il avoit vû, ſemblable à celui dont on vient de parler. Il étoit général, parce que la membrane qui enveloppe le Poumon étoit un peu déchirée, & que par-là il s'échappoit une partie de l'air reçû par la reſpiration. Seulement l'Emphiſéme avoit épargné la plante des pieds, & la paume des mains.

* V. les M. p. 110.

Il y a ſous la peau une Membrane Veſiculaire dont les cellules ſont affaiſſées dans l'état naturel. C'eſt dans ces cellules que M. Méry prétend que s'inſinuë peu à peu & ſucceſſivement l'air de l'Emphyſéme, & cela ſans violence & ſans douleur, parce qu'elles ſont naturellement ouvertes, & diſpoſées à s'étendre juſqu'à un certain point. Si l'emphyſéme alloit plus loin, il deviendroit douloureux, mais d'ordinaire celui qui eſt bleſſé au Poumon meurt avant cela. De l'idée de M. Méry il ſuit que les cellules de la membrane véſiculaire communiquent toutes enſemble. C'eſt ainſi qu'eſt diſpoſée une Membrane particuliére étenduë ſous toute la peau du Pelican, que M. Méry a autrefois découverte. Elle eſt pleine d'une infinité de cellules qui ſe communiquent, & qui reçoivent de l'air, de ſorte qu'elle eſt une eſpece de Poumon univerſel de l'Animal, ou que, ſi l'on veut, l'Animal a un emphyſéme naturel.

SUR DES DESCENTES DE VESSIE.

V. les M. p. 110.

UNE Descente d'Intestin dans le Scrotum est une maladie fort commune, mais une Descente de Vessie est si rare, que M. Méry ne connoît aucun Auteur qui en ait parlé. Il en a fait cependant jusqu'à trois Observations, & c'est une espece de bonheur singulier pour un Anatomiste curieux.

La Vessie peut donc se trouver renfermée en partie dans le Scrotum, & y former une tumeur assés semblable à une Hernie ordinaire d'Intestin, mais M. Méry ne croit pas pour cela que la Vessie soit tombée dans le Scrotum, parce qu'elle se sera relâchée comme un intestin. L'urine qui la remplit, la rend trop grosse pour passer par les Anneaux par où un Intestin passe, & de plus elle est de tous côtés trop fortement attachée pour pouvoir tomber. Ce n'est donc pas, selon M. Méry, un simple accident, mais un vice de la premiere conformation, qui fait que la Vessie vient à s'engager dans le Scrotum. Et comme cette conformation est extraordinaire, aussi la maladie l'est-elle.

Ce qu'il y a de plus important, c'est d'être averti qu'elle est possible, non qu'elle puisse être guerie, mais parce qu'il seroit dangereux de la prendre pour une Hernie d'Intestin, & que l'on trouvera plus aisément les soulagements qui y conviennent.

Les trois Observations de cette Hernie de Vessie, & celle du 2[d] Emphyséme de l'art. précédent, sont du nombre de six Observations de M. Méry sur différentes maladies singulieres, dont nous renvoyons entierement les deux dernieres aux Memoires. *

* p. 110.

SUR L'HYDROPISIE TYMPANITE.

LA ſeule connoiſſance des differentes eſpeces de maladies ſeroit bien vaſte. Nous avons encore après une ſi longue experience, beaucoup d'ennemis inconnus. L'Hydropiſie *Aſcite* ou d'eau eſt aſſés commune, mais la *Tympanite* ou d'air eſt plus rare, & les Medecins ne conviennent entre eux ni de la cauſe qui la produit, ni du ſiége où elle reſide particulierement. M. Littre croit avoir en main un aſſés grand nombre d'Obſervations pour établir enfin le vrai ſyſteme de cette maladie. V. les M. p. 235.

L'air n'entre pas ſeulement dans notre corps par la Trachée, il y entre encore par l'Oeſophage, mêlé avec tous les alimens que nous prenons. Comme ils fermentent enſuite dans l'eſtomac & dans les inteſtins, l'air ſe dégage d'avec ces matieres, & quand elles ne rempliſſent plus les cavités de ces viſceres, ou les rempliſſent moins, cet air dégagé y demeure, les remplit & les tient dans une extenſion convenable: car ſi elles étoient entiérement vuides & de matiéres groſſieres & d'air, le reſſort naturel de leurs fibres qui ne demandent qu'à ſe contracter, & leur propre peſanteur les affaiſſeroient. L'air enfermé dans l'Eſtomac & dans les Inteſtins agit donc contre eux pour tenir leurs cavités en état, & il agit par ſon reſſort qui s'eſt étendu lorſqu'il n'a plus été embaraſſé entre les aliments, & qui de plus eſt augmenté par la chaleur du corps. Ainſi il y a équilibre entre la force de l'air pour étendre l'Eſtomac & les Inteſtins, & celle de ces viſceres pour ſe reſſerrer.

Si l'équilibre ſe rompt, parce que la force des fibres de ces viſceres irritées, ſi l'on veut, par quelque humeur, ſera devenuë ſuperieure à celle de l'air, il faut que l'air en ſoit chaſſé, puiſqu'il eſt neceſſaire alors que les viſceres ſe reſſerrent, & de-là les deux eſpeces de vents qui ſortent du corps. L'équilibre peut ſe rompre auſſi, parce que la

force de l'air sera devenuë superieure à celle des fibres, & c'est ce qui arrive lorsqu'après une longue maladie le sang appauvri d'esprits n'en fournit plus à ces fibres pour entretenir leur ressort ordinaire. Alors l'air s'étend en liberté & augmente à son gré, pour ainsi dire, les cavités qui le renferment Et comme par la voye des aliments il arrive toûjours de nouvel air qui se joint à l'ancien, & que d'ailleurs le ressort des fibres une fois forcé jusqu'à un certain point, ne se rétablit plus, & resiste toûjours de moins en moins, l'enflûre d'air peut devenir très-considerable, & même prodigieuse. M. Litre a vû quelquefois des intestins gros comme la cuisse d'un homme.

Il seroit inutile de tirer de tout ceci des consequences, que, par exemple, le ventre des malades étant frappé doit resonner comme un Tambour, ce qui a fait donner à cette Hydropisie le nom de Tympanite, que celui des morts doit resonner comme celui des malades, que l'on ne doit trouver de l'air que dans l'estomac & dans les intestins, que l'on en doit trouver les membranes très-minces & sans ressort, que la ponction ne serviroit de rien, puisqu'on ne la feroit qu'au ventre, &c. car ces consequences ne seroient elles-mêmes que les faits sur lesquels le systeme de M. Littre a été fondé.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UNE femme grosse de 3. mois & demi ayant eu une forte envie d'acheter à la Boucherie un Rognon de Bœuf, & ne le pouvant avoir, porta dans le moment sa main droite sur son front, en avançant ses doigts jusques sur le milieu du sommet de la tête. Elle accoucha à 9. mois d'un garçon bien nourri & bien conformé, à la tête près. Les

differents Os qui en ſont la charpente, n'étoient ni dans la ſituation, ni de la grandeur, ni de la figure ordinaire, & ſur le haut de cette tête mal conſtruite étoit un creux rempli par une tumeur qui reſſembloit parfaitement & par ſa figure & par ſa couleur à un Rognon de Bœuf. L'Enfant vécut 6. heures, mais comme ſtupide, & n'ayant que des mouvements fort foibles. M. Roüaut l'ouvrit, il ne lui trouva ni cerveau ni cervelet, & la moëlle de l'Epine ne commençoit qu'à la 3.me vertebre du cou; de-là la foibleſſe des mouvements & la prompte mort. Pour donner une idée generale de la conformation irreguliere de la tête, il ſuffit de rapporter la cauſe que M. Roüaut en a imaginée. Il croit que la violente paſſion qu'eut la mere, quoique le ſujet n'en fût gueres digne, cauſa dans ſon cerveau une ſi grande agitation d'eſprits, & par contre-coup dans celui du fœtus, que ce petit cerveau de 3. mois & demi qui n'avoit preſque encore aucune conſiſtance, perdit abſolument le peu qu'il en avoit, & fut entierement fondu. Par-là il devint incapable de ſoûtenir ni les Meninges, ni l'aſſemblage des differents Os du Crâne, qui n'avoient encore eux-mêmes gueres de ſolidité. Tout le bâtiment fondit donc, & les pieces s'en trouverent diſpoſées au hazard.

II.

Ce qui a été dit dans l'Hiſtoire de 1712.* de certains petits os pointus trouvés entre la Dure & la Pie mére, eſt confirmé par une obſervation de M. Littre. En ouvrant la tête d'un jeune homme de 19. ans, mort en 4. heures d'une bleſſure qu'il s'y étoit faite par une chûte, il trouva deux petits corps oſſeux ſitués à un pouce l'un de l'autre au côté droit du ſinus longitudinal ſuperieur entre quelques plans de fibres de la Dure-mére. Ils étoient à peu-près ronds, de 4. à 5. lignes de diametre, hériſſés de diverſes pointes peu diſtantes les unes des autres, longues d'environ une ligne, & très-fines à leur extrémité. Elles perçoient preſque toute la partie inférieure de la Dure-mére, & paſſoient d'un tiers de ligne au-delà. A cette vûë M. Littre

* p. 27. & ſuiv.

ne douta pas que le mort n'eut eû depuis un temps des maux de tête qui alloient en augmentant, & cela se trouva vrai. Ils eussent été absolument incurables, & eussent bien pû devenir accidents épileptiques. M. Littre rapporte la formation de ces corps osseux à quelque liqueur visqueuse, qui se sera épanchée de la Dure-mére & épaissie peu à peu.

III.

L'effort par lequel le Cœur, en se contractant, pousse le sang dans les Arteres, ne suffiroit pas pour le faire aller jusqu'aux extrémitez de ces vaisseaux si longs, si étroits dans la plus grande partie de leur étenduë, & si tortueux, il faut encore qu'après que le cœur s'est contracté, les Arteres elles-mêmes se contractent, & achevent de pousser le sang. Mais il est visible que par cette action elles le renvoyent autant vers le cœur, qu'elles le poussent vers leurs extrémités, ce qui est pourtant la seule direction qu'il doit avoir. C'est afin qu'il n'en ait point d'autre que la Nature a mis du côté du cœur un obstacle qui l'empêche de refluer. Cet obstacle, ce sont les Valvules placées à l'endroit où les Troncs des Arteres partent du cœur. A la naissance de l'Aorte il y a trois Valvules nommées *Sigmoïdes* faites comme de petits Capuchons, & disposées de maniere que quand le sang sort du cœur, il les applatit, & que s'il se presentoit pour y rentrer, il les rempliroit & les gonfleroit, ce qui fait qu'elles ne s'opposent point à sa sortie, mais seulement à son retour. La figure circulaire qu'elles ont, quand elles s'enflent, ne permet pas qu'elles ferment exactement l'entrée du cœur, mais leur nombre fait qu'elles la ferment suffisamment, qu'elles empêchent un reflux considerable & nuisible à la circulation.

M. Littre a cru que dans une femme qu'il a ouverte, le défaut d'une des Valvules Sigmoïdes a été la cause d'une mort presque subite, plustôt qu'une Hydropisie assés legere. Cette Valvule s'étoit colée contre le Tronc de l'Aorte, & par-là ne pouvoit plus recevoir de sang, ni faire sa fonction. Au-dessus de cette Valvule étoit un ulcere superficiel.

Le ventricule gauche du cœur fut inondé par la quantité de ſang qui refluoit, & hors d'état d'exercer ſes mouvements.

CETTE année M. Anel Docteur en Chirurgie, ci-devant Chirurgien-Major dans les Armées du Roy, & maintenant Chirurgien de Madame Royale, mere du Roy de Sicile, dédia à l'Academie un Ecrit imprimé ſur la Fiſtule Lacrymale, & ſur une nouvelle maniere de la guerir, qu'il avoit inventée.

Une humeur qui arroſe continuellement les yeux, & qui eſt apparemment neceſſaire pour entretenir la netteté & la tranſparence de la cornée, a ſa décharge par deux ouvertures très-petites & preſque imperceptibles, pratiquées vers le grand angle de l'œil. Elles s'appellent *Points lacrymaux*. Ce ſont deux orifices du *ſac lacrymal,* conduit aſſés large par rapport à l'extrême petiteſſe de ces deux ouvertures. Il en a une troiſiéme, fort petite auſſi, qui penetre dans la cavité du nez, & y porte la liqueur qui a été reçûe dans le ſac lacrymal. Ce ſac formé d'une membrane glanduleuſe, peut auſſi filtrer une liqueur qui ſe joigne à celle que l'œil a fournie. Si une joïe ou une triſteſſe extraordinaires rendent plus abondante la liqueur de l'œil, ou reſſerrent les deux petites ouvertures par où elle doit ſortir, elle refluë dans l'œil, s'y amaſſe, & forme les larmes. Si l'orifice qui s'ouvre dans le nés vient à ſe boucher, toute la liqueur s'amaſſe dans le ſac lacrymal, le dilate par ſa trop grande quantité, l'ulcere parce qu'elle ſe corrompt en ſéjournant, & peut enfin ronger & carier l'os où le ſac eſt renfermé. L'excès de cette liqueur corrompuë fait qu'elle refluë dans l'œil par les Points lacrymaux, & c'eſt-là ce qu'on appelle une *Fiſtule lacrymale.*

Juſqu'ici on n'y connoiſſoit que des remedes cruels, comme le fer & le feu, & ſujets à de fâcheuſes ſuites. Mais M. Anel a imaginé une maniere de guerir ſûrement

& avec toute la douceur poſſible, toute Fiſtule lacrymale, qui n'aura point encore carié l'os. Il faut d'abord reconnoître ſi elle ne l'a point carié, & en quel état eſt le ſac lacrymal. Pour cela il a penſé qu'on pourroit faire une Sonde ſi délicate qu'elle s'introduiroit dans l'un ou l'autre des Points lacrymaux, où à peine une ſoye de Sanglier peut entrer. La difficulté ſeroit moindre ſi on pouvoit donner une pointe très-fine à cette ſonde, mais elle piqueroit & déchireroit, & il faut au contraire qu'elle porte un petit bouton de figure d'Olive & fort poli, plus gros que toute la tige de la ſonde, & qui doit cependant entrer par le Point lacrymal. M. Anel porte ce même bouton à l'orifice que le ſac lacrymal a dans le nés, & en le pouſſant contre les matieres qui font l'obſtruction, il les chaſſe de cet orifice, le débouche, & par-là enleve la cauſe du mal. Après cela il ne faut plus que remedier par des injections de liqueurs à la dilatation exceſſive du ſac lacrymal, ou aux ulceres qui s'y feront formés, & ces injections, qui ne ſe peuvent faire que par les Points lacrymaux, demandent des tuïaux d'une fineſſe extrême, & encore plus étonnants que les ſondes qui ne ſont pas creuſes. L'extrémité la plus fine des Tuïaux doit être d'or, & M. Anel a eu de la peine à trouver des Ouvriers qui les executaſſent. Il a fait quantité d'operations heureuſes, & quelques-unes très-brillantes par le rang des perſonnes qu'il a gueries. Les Inventeurs, & ſur-tout les Inventeurs utiles ſont rares, & ils ne peuvent être trop chers au public.



CHIMIE.



CHIMIE.

SUR L'USAGE DU FER EN MEDECINE.

ON seroit trop heureux, si tout ce qu'il y a de curieux dans la Chimie avoit des applications utiles dans la Médecine. Le Fer que M. Lémery le fils a beaucoup étudié, ainsi qu'on l'a pû voir dans les Histoires précédentes, a toûjours été un grand remede pour plusieurs maladies, sur-tout pour celles qui viennent d'obstruction, ou de la difficulté de la circulation, comme les Pasles-couleurs; mais les recherches de M. Lémery, qui pouvoient n'être d'abord que de simple curiosité, découvrent & pourquoi ce Metal a ces usages, &, ce qui est encore plus important, quelle est la maniere de l'employer la plus avantageuse. V. les M. p. 30.

Le fer * est un mêlange d'une substance huileuse avec une matiére métallique. L'huile regorge dans ce mêlange, & il reste de grands pores entre les parties du Mixte. De-là il suit, & que le fer est très-facile à dissoudre, & que son huile se dégage aisément. Mais quand il est décomposé, c'est-à-dire, quand l'huile est séparée de la partie purement ferrugineuse ou métallique, aucun dissolvant n'agit plus sur cette espece de Teste-morte.

* V. l'Hist. de 1706. p. 32. & suiv.

Ces remarques seules suffisent pour découvrir l'abus de plusieurs préparations de fer ordinaires dans la Médecine, & qui consistent à calciner violemment ce métal, & à le réduire en ce qu'on appelle *Crocus* ou Saffran, à cause de la couleur rouge qui vient de la calcination. Cette opération a dû nécessairement enlever au fer sa substance huileuse, du moins pour la plus grande partie, & ne lui a laissé qu'une Teste-morte indissoluble. L'huile qui se sépare facilement

de ce Mixte, s'en ſeroit ſéparée par la chaleur de l'Eſtomac, & auroit porté dans le ſang, comme dit M. Lémery, un nouveau levain ſpiritueux, dont il avoit beſoin; & au lieu de cette huile, on ne prend qu'une terre ſur laquelle les ſucs du corps ne peuvent agir, & qui ne peut qu'embarraſſer & que charger les premieres voyes par ſon poids. Auſſi M. Lémery a-t-il ſouvent éprouvé, & d'habiles Praticiens le confirment, que le fer pris en ſubſtance, ou, ce qui revient au même, en limaille fort fine, vaut beaucoup mieux qu'en *Crocus.* C'eſt grand dommage d'employer l'art à gâter la Nature.

M. Lémery a même reconnu que le fer agiſſoit par toute ſa ſubſtance, & étoit un Abſorbant. Cela vient de la grandeur de ſes pores, & de la facilité que trouvent toutes ſortes de Sels, même groſſiers, à s'y inſinuer. Des Acides ſcorbutiques en ont été abſorbés.

Il y a plus; non-ſeulement les Acides nuiſibles du corps entrent dans le fer, mais en y entrant ils en ſont ſortir, & en expriment cette huile ſalutaire, qui d'ailleurs eſt miſe en mouvement ou gonflée & diſpoſée à ſortir par la chaleur naturelle. Ainſi le fer eſt doublement utile, & par l'huile qu'il fournit au ſang, & par les ſels qu'il en retire.

Il paroît ſuivre de-là qu'un Fer déja tout chargé d'acides, tel qu'eſt le Vitriol, ne ſeroit plus capable d'aucun bon effet. Cependant on connoît fort celui des eaux minerales vitrioliques, & dans quelques maladies le vitriol a le même ſuccès que le fer pris en ſubſtance.

Cela doit venir de ce que les acides qui ont pénétré le fer, n'en ont pas chaſſé toute l'huile, & ſe ſont unis avec celle qui eſt reſtée en aſſez grande quantité. Cela ſuppoſé, la même opération par laquelle on fait de l'Encre avec du Vitriol & de la teinture de Galle *, ſe paſſe dans notre corps. Puiſque l'alkali ſulfureux de la Galle s'unit à l'acide, qui tient le fer diſſous dans le vitriol, le détache du fer, & par-là révivifie le métal, nos liqueurs alkalines & ſulfureuſes agiſſent de la même maniere ſur le Vitriol

* V. l'Hiſt. de 1707. p. 40. & ſuiv.

que nous avons pris, & en révivifient le fer. Comme il a été très-ſubtilement & preſque infiniment diviſé dans le Vitriol, il eſt plus capable, lorſqu'il en eſt dégagé, d'entrer dans les plus petites routes de la circulation, & d'y répandre ſa vertu.

Enfin l'Arbre de Mars *, qui étoit aſſés curieux pour être diſpenſé d'être utile, ne laiſſe pas de pouvoir l'être auſſi en Médecine. Le ſalpêtre qui s'y forme par l'union de l'eſprit de Nitre & du ſel de Tartre, eſt un ſel très-doux, très-apéritif, & très-propre à être le vehicule d'un fer extrémement attenué, comme il l'eſt dans cette préparation, & d'ailleurs la partie ſulfureuſe du fer, qui y eſt extrémement raréfiée & développée, ne demande qu'à ſe détacher du métal, & qu'à ſe mêler avec nos liqueurs. M. Lémery le fils, inventeur de cet Arbre, a eu le plaiſir d'en recueillir, pour ainſi dire, des fruits qu'il n'avoit pas eſperés d'abord.

* V. l'Hiſt. de 1706. p. 39. & ſuiv. & celle de 1707. p. 32. & ſuiv.

SUR LES TEINTURES DES METAUX.

LA Teinture d'un Métal n'eſt qu'une diſſolution où le Métal eſt encore plus diviſé & plus étendu qu'il ne le ſeroit dans ſon Diſſolvant naturel & ordinaire. Comme il eſt fort attenué, il donne une couleur à la liqueur, & de-là vient apparemment le nom de *Teinture.*

Si la teinture étoit *irréductible,* c'eſt-à-dire, ſi le métal diſſous l'étoit au point de ne pouvoir plus ſe remettre en métal, ou, ce qui revient au même, ſi les principes qui le compoſent étoient déſunis, ce ſeroit là ce que les Chimiſtes ont toûjours ſi ardemment ſouhaité & recherché avec tant de travaux, ſur-tout à l'égard de l'Or, dont la teinture irréductible s'appelleroit de l'*Or potable.* Mais on n'a encore réuſſi à aucune teinture de cette eſpece, l'Or potable n'eſt que de l'Or extrémement diviſé, & il en eſt de même des autres métaux.

M. Geoffroy a trouvé une méthode aſſés générale de

faire en cette matiére ce qui ſe peut, ou du moins ce qui ſe peut jusqu'à preſent. L'intention des teintures eſt de raréfier & d'étendre, autant qu'il eſt poſſible, les ſoufres du métal, & de rendre les parties fixes & terreuſes les plus ſubtiles & les plus volatiles qu'elles puiſſent être. Et ſi l'on veut en même tems que ces teintures ayent quelque uſage en Médecine, il faut y employer des *intermedes*, qui n'ayent rien de nuiſible ni de déſagréable.

Pour une teinture d'Or, M. Geoffroy prend des Criſtaux *ſolaires* faits avec une partie d'Or, & 6 ou 7 d'Eau régale, & où par conſéquent l'Or eſt déja extrémement étendu. Il les met dans un mortier de verre avec le double de terre foliée du Tartre. Cette terre eſt l'alkali du Tartre, impregné d'eſprit de vinaigre & d'eſprit de vin, & par conſéquent c'eſt un diſſolvant ſalin & ſulphureux, propre à étendre les ſoufres de l'Or. On broye le tout enſemble avec le pilon de verre, juſqu'à ce que le mélange ſe réſolve en liqueur épaiſſe. On acheve de le diſſoudre dans de l'eſprit de vin, & l'on a la teinture. Cette teinture prend avec le temps une légere couleur, qui à travers le jour eſt pourpre, & à contre jour, jaune.

M. Geoffroy employe le même intermede de la terre foliée du Tartre, pour tirer du vitriol de Mars la teinture du fer, des cryſtaux de Venus celle du cuivre, &c. On voit aſſés pourquoi il prend ou le Vitriol de Mars, ou les Criſtaux de Venus. C'eſt que dans ces compoſés les métaux ſont déja extrémement diviſés & attenués, ſoit naturellement, ſoit par art.

SUR PLUSIEURS EAUX MINERALES DE FRANCE.

ON a vû dans l'Hiſtoire de 1708.* le deſſein de l'Académie ſur les Eaux minérales de France, & l'entrepriſe que M. Chomel avoit faite, d'examiner celles de l'Auvergne & du Bourbonnois. On a vû auſſi qu'il les avoit diviſées en trois claſſes, chaudes, tiédes & froides. Les chaudes ſont expédiées, reſtent les deux autres claſſes. Sans faire l'hiſtoire des différentes épreuves Chimiques où ces eaux ont été miſes par M. Chomel, nous rapporterons ſeulement, comme nous avons déja fait, les indices qui en réſultent, & ceux que M. du Clos avoit tirés des mêmes eaux tranſportées à Paris. Voici les tiédes.

* p. 57. & ſuiv.

D'une livre d'eau des ſources de Jaude, du Champ des Pauvres & de Beaurepaire, toutes trois près de Clermont, M. Chomel a tiré un peu plus de 13 grains de réſidence, ou de matiére minérale. Il ſoupçonne qu'elles ne contiennent pas un Nitre pur, comme l'a cru M. du Clos, mais un mêlange de Nitre, & d'un peu de ſoufre qui s'évapore aiſément, & de-là vient peut-être que ce ſoufre a échappé à M. du Clos, qui n'a vû ces eaux qu'à Paris.

De 8 ou 10 ſources minérales qui ſont entre Vic-le-Comte & Mirefleur, il n'y en a que deux qui ne ſoient pas gâtées par les débordements de l'Allier dans les temps où elles pourroient être d'uſage. Ces deux ſont celles des Matres de Veyre & du Cornet. M. Chomel a trouvé dans l'une & dans l'autre 34 ou 35 grains de réſidence, & il a jugé qu'outre le Nitre pur que M. du Clos y reconnoiſſoit ſeulement, il y entre quelque portion de Sel armoniac.

D'une livre d'eau de S.t Nitaire ou Nectaire, M. Chomel a tiré près de 18 grains de réſidence, dont les trois quarts n'étoient qu'une matiére terreuſe & plâtreuſe. La matiére

saline qui faisoit le reste, participoit du sel marin & du nitre. Cette eau ne fut point envoyée à M. du Clos.

Une livre de l'eau de Chatelguyon a donné 53 grains de résidence, dont près de la moitié n'étoit que de la terre. M. du Clos a cru que le sel de cette eau tient du sel marin, & M. Chomel croit qu'il a plus d'alkali que d'acide, & que le nitre est le fossile qui s'y manifeste le plus.

Une livre de l'eau de Vic-en-Carladois a donné un gros de résidence, dont les deux tiers étoient une matiére saline. M. Chomel s'est accordé avec M. du Clos, à juger que le nitre y dominoit. Cette eau, selon M. Chomel, devroit plûtôt être comptée parmi les froides que parmi les tiédes, mais il l'a laissée dans la classe où M. du Clos l'avoit mise.

Quant aux froides, qui sont celles de Besse, de Chanonat, de Chasoteby, de S.t Pierre de Clermont, du Vernet-Sainte-Marguerite, de Jalerac, & de Pougues en Nivernois, elles ont la plûpart si peu de matiére saline, les indices qu'elles donnent sont si équivoques & si légers, & d'ailleurs M. du Clos & M. Chomel différent si peu dans leurs conclusions, qu'il auroit été presque entiérement inutile de suivre le tout en détail.

DE L'ACTION DES SELS SUR DIFFERENTES MATIERES INFLAMMABLES.

V. les M. p. 99.

UN Phénomene de Phisique n'est jamais plus difficile à expliquer, que quand la méchanique cachée, qui le produit, ne se rend point sensible en d'autres occasions, ou ne l'est que rarement, & que de plus elle dépend d'un assés grand nombre de circonstances, dont une seule qui manquera fera manquer l'effet, ou le rendra différent. Alors non-seulement il est aisé que le principe échappe, mais quand même on l'auroit saisi, il seroit assés naturel de lâcher prise

& de l'abandonner, parce qu'il ne paroîtroit pas satisfaire à tout, & qu'on croiroit le trouver en défaut dans des applications particuliéres.

Que dans un Creuset, assés chaud pour être rouge, il y ait un soufre quel qu'il soit, ou une huile, cette matiére s'enflammera, & si l'on jette dessus du salpêtre, la flamme augmentera tout d'un coup, & de grandeur, & de force, & d'éclat. Il semble qu'on doive conclurre de-là que le salpêtre est fort inflammable, mais si on l'avoit mis seul dans le creuset, il ne se seroit pas enflammé; du moins d'autres sels assés semblables au salpêtre, comme l'Alun ou le Vitriol, augmenteront aussi l'inflammabilité des soufres ou des huiles, mais tout au contraire ils la diminuent beaucoup. Nous pourrions rapporter encore d'autres faits sur la bizarrerie apparente de ces phénomenes, mais en voilà assés pour faire sentir qu'il y a là quelque mistére, & c'est ce que M. Lémery le cadet a entrepris de developper par ses expériences & par ses réflexions.

Nous avons expliqué dans l'Histoire de 1701.* la flamme que produit un esprit acide bien pur, versé sur une huile essentielle d'une plante aromatique, pourvû que cette huile soit bien exempte d'acides: c'est que l'esprit entre avec tant d'impétuosité & avec tant d'ardeur dans l'huile, où il ne trouve point d'autres acides qui le repoussent, que de la violence de ce mouvement naît une grande flamme accompagnée de détonation. M. Geoffroy prend pour principe cette expérience, qui n'est connuë que depuis peu, & dont l'application aux faits qu'il veut expliquer, ne se presente pas trop d'elle-même.

* p. 66. & suiv.

Il conçoit que quand du soufre & du salpêtre sont mêlés ensemble dans le creuset, la partie huileuse du soufre s'éleve, & forme la flamme, qu'en même temps l'acide du salpêtre s'éleve aussi, & va rencontrer en l'air cette huile. Des matiéres qui composent la flamme, il y en a toûjours quelque partie qui ne devient point flamme, & c'est ce qui demeure en forme de suye. Des parties d'huile qui ne se feroient point

enflammées, quoiqu'elles se fussent élevées avec les autres, les acides du salpêtre les enflamment, & de-là vient l'augmentation de flamme qu'ils causent, sans compter qu'ils étendent & raréfient beaucoup l'huile enflammée indépendamment d'eux.

Cela ne suffit pas encore, car par l'expérience fondamentale il faut que l'huile, pour recevoir l'action des acides, en soit bien dénuée, & n'y a-t-il pas beaucoup d'apparence que les acides du soufre montent avec son huile? Ils monteroient en effet, si les acides du salpêtre, qui se sont dégagés très-promptement, ne laissoient la partie fixe & terreuse du salpêtre dans un état où elle est alkaline, & avide d'absorber de nouveaux acides en la place de ceux qu'elle a perdus. Elle absorbe donc les acides qui sortent du soufre, & par-là le salpêtre a la double fonction, & de fournir l'esprit qui doit agir sur l'huile du soufre enflammé, & de retirer du soufre ce qui empêcheroit l'action de l'esprit.

Il est aisé maintenant de voir la cause des différents cas particuliers, & même de les prévoir. Le salpêtre seul jetté dans le creuset ne doit point s'enflammer, tout ce qui en arrive, c'est que son acide s'éleve sans rencontrer en l'air aucune huile sur laquelle il agisse, & que sa partie fixe & terreuse demeure. L'Alun & le Vitriol n'augmentent point la flamme du soufre, parce que leur acide, ce qui est constant par l'expérience, se dégage difficilement, & que toute l'huile du soufre est montée, & s'est consumée avant qu'il monte. Ces sels ne font au contraire que diminuer la flamme, parce que leur poids apporte un obstacle à la raréfaction & à l'élevation de l'huile du soufre. L'esprit de nitre, qui n'est que l'acide du salpêtre, ne doit pas même faire le même effet que le salpêtre, car il ne peut faire que la moitié de ce que le salpêtre fait, & cette moitié n'est rien sans l'autre.

Il est visible que cette raison cesseroit, si ce même esprit de nitre agissoit sur une matiére enflammée bien exempte d'acides. Aussi quand on en verse sur la flamme de

de l'eſprit de vin, il l'augmente, car alors il ne ſort point de l'eſprit de vin des acides qui ayent beſoin d'être abſorbés.

Le Salpêtre ne fait pas ſur l'eſprit de vin le même effet que l'eſprit de Nitre. La raiſon en eſt que l'acide du Salpêtre, tout volatil qu'il eſt, ne s'éleve pas encore aſſés vîte pour aller rencontrer l'huile enflammée de l'eſprit de vin. Il ſemble que le nœud de tout cela conſiſte dans une eſpece de point indiviſible qu'il faut attraper bien juſte.

SUR LE QUINQUINA.

IL eſt à ſouhaiter que l'uſage d'un bon Remede s'étende autant qu'il eſt poſſible, & en même temps il eſt à craindre, qu'à cauſe que ce remede eſt bon, on n'en étende l'uſage trop loin. De plus, il n'y en a point dont l'application ne demande un ſoin fort circonſpect, & de grandes variétez. C'eſt dans ces vûes que M. Reneaume a étudié le Quinquina ſur un grand nombre d'obſervations qu'il en a faites dans la pratique de la Médecine. Nous en détacherons ce qui influe le plus ſur cette pratique, & ce qui en même temps nous jette le moins dans un détail trop particulier.

Le Quinquina eſt ſenſiblement amer, abſorbant, ou aſtringent, ou ſtiptique; car M. Reneaume ne va point chercher ſes proprietés dans la décompoſition chimique de ſes principes, & il prétend que ce Mixte, ainſi que beaucoup d'autres, agit, non par ces principes déſunis, mais par leur aſſemblage, qui forme des molécules ſenſibles & groſſiéres.

De ce que le Quinquina eſt amer, il s'enſuit qu'il adoucit les ſucs aigres, car l'aigre & l'amer font le doux. De ce qu'il eſt abſorbant, il ſuit qu'il émouſſe les acides, & empêche leur action, & par conſéquent il entretient la fluidité des liqueurs que les acides coaguleroient. De ce qu'il eſt ſtiptique, il ſuit qu'il a des parties terreuſes qui abſorbent & boivent les ſéroſités, ce qui fait que les parties qui

en étoient abbreuvées & relâchées se resserrent, & par conséquent le Quinquina augmente le ressort & la fermeté des fibres, ou les leur redonne.

Le Quinquina échauffe, parce qu'il est amer, & il facilite ou rétablit la transpiration, parce qu'il échauffe & augmente la fluidité des liqueurs.

C'est sur ces propriétés qu'il faut fonder les usages du Quinquina en Médecine. Si les aliments s'aigrissent trop dans l'estomac, & que la bile qui doit les adoucir en se mêlant avec eux quand ils en sortent, ne puisse corriger cette aigreur excessive, ou que quelque obstruction dans les conduits biliaires l'empêche de couler en assés grande abondance, le Quinquina suppléera à son défaut, & guérira la fiévre qui auroit eu cette cause. En général il fait la fonction de la bile, & par-là il procure au Chile la douceur nécessaire, & répare le vice des digestions, qui consiste dans l'aigreur des sucs. Mais si la fiévre étoit causée de plus par quelque obstruction considérable dans les conduits biliaires, le Quinquina, tant qu'on en feroit usage, pourroit bien tenir lieu de la bile qui manqueroit, mais il ne vaincroit pas l'obstruction, & la fiévre reviendroit dès qu'on le quitteroit. Il faudroit nécessairement alors quelque autre remede plus puissant.

Si la fiévre vient de l'épaississement des liqueurs causé par des acides, la qualité absorbante du Quinquina rétablit tout, & promptement, & sans retour.

Si l'estomac, dont les fibres sont relâchées, garde trop peu les aliments, & les laisse sortir trop cruds, la stipticité du Quinquina remet les fibres dans leur tension naturelle.

Enfin, la transpiration diminuée reviendra par ce remede à sa premiere quantité, & comme toutes ces différentes causes ou seules ou compliquées ensemble produisent presque toutes les fiévres, il doit y en avoir peu que le Quinquina ne guérisse.

Celles qu'il ne guérit pas, ce sont les fiévres lentes, qui naissent de quelque abscès interne, d'où il s'écoule continuellement dans le sang une matiére purulente. M. Reneaume

a même remarqué que le Quinquina y étoit contraire, parce qu'en échauffant & en facilitant les digeſtions, il augmente l'appétit des Malades, qui, à meſure qu'ils prennent plus d'aliments, fourniſſent plus de matiére à l'abſcès.

Il n'appartiendroit qu'à un Traité de Médecine de rechercher en quelles occaſions le Quinquina demande des préparations, ou quand il doit être accompagné de quelque autre remede. Nous laiſſons cela à l'art du Médecin, & ce ſont peut-être ces ſortes de jugements & de déterminations qui en font la partie la plus fine & la plus difficile. Il nous ſuffira de remarquer que M. Reneaume, en ſuivant l'exemple & les inſtructions de M. Sidenham, célebre Médecin Anglois, a donné le Quinquina, & ſouvent & avec ſuccès, dans des affections mélancoliques ou hyſtériques, que l'on appelle communément *Vapeurs*, ſur-tout quand elles ont eu des accès bien marqués. Ce remede a auſſi fort bien réuſſi à M. Reneaume à la fin de quelques Diſſenteries. Qu'il ait guéri des maux d'eſtomac ſans aucune fiévre, c'eſt une choſe qui ne mérite preſque pas d'être rapportée, tant elle tient viſiblement à ſa nature, telle que nous l'avons expliquée ici.

SUR LE VITRIOL ET LE FER.

L'ARTICLE où nous avons parlé du Fer*, n'en a pas épuiſé les vertus. Il n'a point touché à ſa ſtipticité, que M. Geoffroy a conſidérée particuliérement, & à laquelle ſeule il attribuë des effets oppoſés que le Fer produit en Médecine. V. les M. p. 170. *p. 25.

Il eſt apéritif & aſtringent, quoiqu'ouvrir & reſſerrer ſoient contraires. Par exemple, il eſt apéritif, puiſqu'il remedie aux Pâles-couleurs, & qu'il rappelle l'évacuation ſupprimée; il eſt auſſi aſtringent, puiſque quand cette même évacuation eſt trop abondante, il la remet dans ſes bornes.

naturelles. M. Geoffroy prétend, avec beaucoup d'apparence, qu'il n'est apéritif que parce qu'il est astringent. Les canaux qui conduisent les liqueurs dans le corps de l'animal, ne sont pas de simples canaux privés d'action, ils aident eux-mêmes au mouvement des liqueurs qu'ils conduisent, & cela en se resserrant & en diminuant leur propre capacité ; ce qui attenuë les liqueurs, & en même temps les oblige d'avancer. Cet effet dépend du ressort des fibres de ces vaisseaux, & d'une certaine proportion de forces qui doit être entre ce ressort & la résistance des liqueurs. Si le ressort des fibres est affoibli, & que les liqueurs ne soient plus suffisamment battuës & poussées, elles s'amassent dans les vaisseaux en trop grande quantité, & alors il arrive ou qu'elles s'épaississent, & demeurent presque coagulées, ou qu'il s'en échappe au travers des pores des vaisseaux une partie qui s'épanche au dehors, & que même elles les rompent, & se font de nouvelles routes pour sortir. Dans le premier cas, l'écoulement est arrêté, dans le second il est trop abondant & irrégulier, & l'un & l'autre a été causé par le relâchement des fibres que la stipticité du fer corrige. Il est visible que le même raisonnement s'applique à toutes les maladies où ce relâchement a part ; car un des grands principes de la méchanique du corps, est l'équilibre nécessaire entre les fluides qui sont poussés, & les solides qui poussent.

La stipticité du fer étant donc si utile, & même apparemment la plus utile de ses qualités, il est bon de la porter par art à sa derniere perfection. C'est ce que M. Geoffroy a fait par trois opérations différentes, qui lui donnent une Eau-mere de Vitriol rougeâtre, onctueuse, extrémement stiptique, sans aucune acidité ni corrosion. Il la tire du Vitriol, parce que le Fer, qui y est extrémement divisé & attenué, est plus en état de recevoir la forme qu'on veut, & se présente mieux à l'Artiste. Le Vitriol a été plusieurs fois dissous, filtré, ensuite cristallisé, & l'eau-mere est ce qui est resté de liqueur après chaque cristallisation. Il en

reste une pareille de tous les sels fossiles qu'on a traités de même, & comme en réiterant toûjours l'opération, ils se résoudroient entiérement à la fin en cette liqueur, on la nomme *Eau-mere*, parce qu'elle contient tous les principes du Minéral, quoique desunis & altérés.

M. Geoffroy conçoit que dans son Eau-mere de vitriol, les acides qui pénétroient le fer, & par-là formoient le vitriol, se sont dégagés, qu'une assés grande partie de l'huile du fer s'est séparée de la terre métallique la plus grossiére, que les acides se sont réunis de nouveau, les uns à l'huile du fer séparée de la terre, les autres à la terre séparée de l'huile; que les premiers absorbés dans l'huile ne peuvent plus faire sentir d'acidité, que les seconds unis avec la terre font des Sels alkali, qui ne sont point corrosifs, à cause de l'huile mêlée dans cette liqueur, & qui d'ailleurs lui donnent une qualité fort stiptique à cause de la terre qu'ils y soûtiennent en assés grande quantité. Pour prouver que la nature de cette liqueur est telle que nous la représentons ici, il faudroit entrer dans le détail des opérations, mais nous le laissons à M. Geoffroy. Nous lui laissons aussi les usages médicinaux de son eau stiptique; il est aisé d'imaginer qu'elle doit être bonne & à prendre par la bouche, & à appliquer extérieurement; mais quand on en aura pris cette idée générale, c'est à l'expérience à fournir toutes les déterminations particuliéres.

SUR DES MATIERES

Qui pénétrent les Métaux sans les fondre.

QUOIQUE l'extrême divisibilité de la matiére & la subtilité où elle peut parvenir, & d'un autre côté la grande porosité des corps les plus solides, soient les deux choses du monde les plus établies en Phisique; cependant comme on pourroit peut-être soupçonner que le besoin des V. les M. p. 306.

ſiſtèmes les feroit pouſſer toutes deux trop loin, il eſt bon que l'expérience même nous raſſûre. Elle l'a déja fait dans cette Hiſtoire ſur le premier point *, elle le va faire ſur le ſecond, avec autant d'évidence & de facilité.

* V. ci-deſſus p. 9.

Il n'y a point de corps plus compactes que les Métaux, & en même temps il eſt bien ſûrement prouvé qu'ils ont des pores, tant parce que le feu les met en fuſion, que parce que les diſſolvants les réduiſent en liqueur; car ſans leurs pores, ni le feu ni les diſſolvants n'y pourroient mordre. Mais ces diviſions violentes de leurs parties ne prouvent pas tant leur poroſité que feroit le paſſage tranquille de quelque matiére au travers de leur ſubſtance, ſans y cauſer le moindre dérangement ni la moindre altération, car alors il faut qu'ils ayent eu des pores & fort ouverts, & en une quantité prodigieuſe, & communiquants tous les uns avec les autres. C'eſt là ce que M. Homberg a découvert le premier par le moyen de deux matiéres qu'il a trouvées, dont l'une pénétre le fer & l'autre l'argent, & dont ni l'une ni l'autre ne laiſſe, pour ainſi dire, aucune trace de ſon paſſage.

Du ſoufre commun mis ſur une plaque de fer fort rouge y fait un trou, & paſſe au travers. Ce même ſoufre, mais fort affoibli, tant par certaines matiéres avec leſquelles il eſt mêlé, que par les opérations qu'il a ſouffertes, devient le corps qui paſſe paiſiblement au travers du fer. Il le laiſſe auſſi malléable qu'auparavant. Il n'a été queſtion que de modérer l'impétuoſité exceſſive de cet agent.

De même le ſoufre diſſoudroit l'argent avec violence, le mercure le diſſoudroit lentement & avec douceur; le ſoufre & le mercure mêlés enſemble d'une certaine façon feront les principaux ingrédients d'une compoſition, qui étant fonduë ſur une lame d'argent, épaiſſe d'une demi-ligne, la pénétrera de part en part ſans y faire d'ouverture. Il ſera auſſi malléable qu'il l'étoit, mais il prendra & en dehors & en dedans une vraye couleur de plomb.

Il eſt fort remarquable dans cette ſeconde expérience, que

la matiére qui pénétre l'argent n'étoit point malléable avant que de le pénétrer, & le devient après. M. Homberg conjecture qu'en traverſant l'argent elle y a dépoſé une terre qui empêchoit ſes parties d'être bien liées par le ſoufre qu'elle contenoit, & par conſéquent la rendoit caſſante & friable. Peut-être auſſi la couleur de plomb vient-elle de cette même terre dont l'argent s'eſt chargé. Il y a toûjours bien des phénomenes dans un ſeul.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

MR. Geoffroy le cadet a dit que l'Eau de Fleur d'Orange, qui ſent l'empireume, perd cette odeur par la gelée, & en prend une très-agréable.

II.

M. Poli a tiré du Laurier à grandes feuilles, que l'on appelle Laurier Royal à Lucques, où il l'a trouvé en grande abondance, une huile qui a le goût & l'odeur d'amandes améres, mais avec beaucoup plus de force. Elle donne ce goût & cette odeur à tout, & ſans aucun empireume. Si on en mêle une dragme avec une livre de ſucre fin bien pulveriſé, & que le tout ſoit bien pilé dans un mortier de verre, il s'en forme une poudre blanche excellente pour les douleurs d'eſtomac, & qui même guérit ſouvent les fiévres tierces & quartes, pourvû qu'on ſe ſoit purgé avant que d'en uſer. Il n'en faut prendre qu'une dragme pendant quelques jours.

III.

Dès que l'on débouche un vaiſſeau où eſt de l'Eſprit de Nitre, ſur-tout ſi cet Eſprit eſt bien déflegmé, on voit ſortir une fumée aſſés conſidérable. Les autres eſprits acides en jettent moins, & à peine celle de l'eſprit de

sel est-elle sensible. Mais M. Geoffroy le cadet a observé qu'elle le devient beaucoup, si on approche du vaisseau où est l'esprit de sel, un autre vaisseau où soit un fort esprit alkali volatil. Ce n'est pas, car il faut bannir le merveilleux autant qu'on peut, que ce voisinage détermine l'esprit de sel à jetter plus d'exhalaisons, mais c'est que l'alkali en jette aussi de son côté, qu'elles se rencontrent dans l'air les unes les autres, & que comme elles ne sont que les parties les plus subtiles des matiéres d'où elles sont sorties, elles font entr'elles ce que ces matiéres auroient fait, qu'elles se joignent intimement, & produisent par leur union un nouveau sel plus sensible à la vûe que n'auroient été les deux différentes exhalaisons séparées. Ce sel est celui qui doit naître de l'acide & de l'alkali volatil, c'est-à-dire, un véritable sel armoniac. Et en effet, si on expose à cette fumée, composée des deux exhalaisons, une cloche de verre, elle se charge de fleurs qui sont les mêmes que si on l'eût exposée à une vapeur des fleurs du sel armoniac. La fumée de l'esprit de nitre mis auprès de l'alkali volatil, n'en paroît guére plus forte, apparemment parce qu'elle n'a pas besoin de ce secours pour se faire bien voir; seulement de rouge qu'elle étoit, elle devient blanche, ce qui marque qu'elle est altérée aussi par celle de l'alkali.

IV.

Le Bismuth est une espece d'Etain. C'est une matiére métallique blanche, cassante, disposée en petites facettes luisantes comme des glaces, ce qui la fait nommer *Etain de Glace*. Il paroît être composé d'un Sel minéral, d'un Soufre grossier, de Mercure, d'un peu d'Arsenic, & de beaucoup de Terre. M. Poli ayant pilé séparément une partie de Bismuth, & deux de Sublimé corrosif, & les ayant mêlées ensemble dans une cornuë à laquelle il avoit adapté un récipient, en tira par la distillation une espece de gomme ou de beurre qui s'étoit attachée en partie au col de la cornuë, & en partie étoit tombée dans le récipient. Il

distilla

distilla ce beurre une seconde fois, & outre un nouveau beurre qui vint comme le premier, il resta au fond de la cornuë une poudre très-fine, de couleur de Perle Orientale, douce au toucher, & gluante. Une troisiéme opération lui donna une poudre encore plus fine & plus belle: enfin il réitera l'opération jusqu'à ce que le beurre fût entiérement changé, partie en Mercure coulant, partie en poudre de couleur de Perle. Cette poudre pourra servir, soit à imiter les Perles fines, soit à les représenter en peinture, soit à donner cette agréable couleur à tels ouvrages qu'on voudra.

V.

M. Homberg a dit que sous la Zone torride l'extrême chaleur mangeoit le Plomb, & que des Goutiéres y devenoient terre en trois ou quatre ans.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

L'Observation de M. Geoffroy le cadet sur la chaleur de l'Esprit de Vin. V. les M. p. 53.

L'Ecrit de M. Homberg sur une séparation d'Or. V. les M. p. 67.

L'Observation du même sur la sublimation du Mercure. V. les M. p. 265.



BOTANIQUE.

SUR UNE PLANTE

Fauſſement rapportée au Genre des Lichen.

V. les M. p. 230.

LE Lichen eſt une Plante qui naît comme la Mouſſe ſur l'écorce des Arbres, & même ſouvent ſur des Pierres. On prétend qu'elle eſt bonne pour la Gratelle, & pour les Dartres vives, & qu'elle a pris ſon nom de ces maladies mêmes qu'elle guérit, car elles s'appellent ainſi en Grec. Peut-être auſſi, & cela ſeroit plus naturel, ce nom vient-il de ce qu'on l'a regardée elle-même comme une galle & une eſpece de maladie des arbres ſur leſquelles on l'a d'abord obſervée.

C'eſt un Genre que le Lichen, & il a beaucoup d'eſpeces différentes. Il a des ſemences, mais point de Fleur, & M. Tournefort l'a rangé dans cette claſſe *.

* V. l'Hiſt. de 1700. p. 70. & ſuiv.

Une eſpece de Lichen, appellée par C. Bauhin *Lichen petræus ſtellatus*, devroit donc n'avoir point de Fleur, mais M. Marchant lui en a trouvé une dont il fait la deſcription. Les négatives & les excluſions ſont toûjours un peu dangéreuſes en fait de Phiſique.

La Fleur de ce prétendu Lichen, qui, comme on peut juger, eſt fort petite, a une ſingularité remarquable. Lorſqu'elle s'épanouit, on voit au-dedans un paquet de filets repliés, & en quelque ſorte confondus enſemble, qui ont un mouvement ſenſible par lequel ils s'allongent, & ſe débarraſſent les uns d'entre les autres. Chaque fois qu'ils font cette eſpece d'effort, ou qu'ils le font plus ſenſiblement, il ſort d'entre eux une pouſſiére très-fine qui ſe

perd en l'air. M. Marchant la prend pour les graines de la Plante, & avec beaucoup d'apparence, puiſqu'on voit naître un nombre prodigieux de Plantes de cette eſpece autour d'une ancienne, & que de plus il en naît ſur des murailles & juſques ſur des toits, où il n'y a que l'air qui puiſſe les avoir ſemées. S'il y avoit des Inſectes en fait de Plantes, les Lichen ſeroient du nombre, & il ſe trouveroit que les Plantes les plus mépriſées communément, ainſi que les Animaux, ſeroient les plus admirables.

Puiſque le *Lichen petræus ſtellatus* a des Fleurs, ce n'eſt plus un Lichen, & par cette raiſon M. Marchant en fait un nouveau genre, qu'il appelle *Marchantia,* du nom de ſon pere, fameux Botaniſte, & le premier qu'ait eu l'Académie. On ne peut envier aux Botaniſtes, pour payement de leurs travaux, le droit de nommer des Plantes.

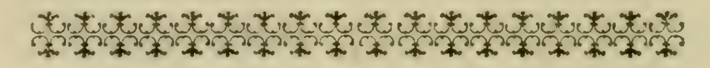
OBSERVATION BOTANIQUE.

MR. de Reaumur allant de Saumur à Thoüars au mois de Juin 1711, remarqua dans toute une étenduë de 5 lieuës de chemin, que des Pruniers ſauvages, qui ſont communément dans les buiſſons & dans les hayes, & qui devoient avoir alors de petites prunes rondes de la groſſeur d'un Pois, comme ils en avoient effectivement, en avoient tous à peu-près autant d'une grandeur & d'une figure différente. Elles étoient ovales, fort ſemblables à de jeunes Amandes, ſouvent dans le ſens de leur grande longueur, une fois & demie plus longues que les fruits naturels & ordinaires. Leur couleur étoit auſſi d'un vert moins foncé, & tiroit ſur le jaunâtre. Les 5 lieuës paſſées, M. de Reaumur chercha inutilement de ſemblables Prunes pendant 25 lieuës de chemin, quoiqu'il y eût des mêmes Pruniers en abondance. Dans l'étenduë où ſe trouvoient les Prunes irréguliéres ou monſtrueuſes, les autres Arbres n'avoient point de fruits qui le fuſſent. C'eſt une choſe aſſés ſinguliére que ce

mêlange presque égal de fruits naturels & de fruits monstrueux sur une seule espece d'Arbres pendant tout un si long chemin, & pendant ce chemin seulement. M. de Reaumur en rapporte la cause à quelque pluye d'orage, chargée peut-être de Sels particuliers, qui n'avoit tenu que 5 lieuës, qui avoit introduit dans les Pruniers des sucs plus abondants & plus nourrissants qu'à l'ordinaire, & avoit trouvé la moitié de leurs fruits en état d'en profiter, au lieu que ceux des autres Arbres n'étoient pas alors dans cette disposition.

V. les M. p. 71.
NOus renvoyons entiérement aux Mémoires
L'Ecrit de M. de Reaumur sur une nouvelle Plante, qu'il nomme *Boletus ramosus Coralloïdes fœtidus*.

V. les M. p. 91.
Et celui de M. Jussieu sur l'Arbre qui porte le Caffé.



GEOMETRE.

SUR LES DEVELOPPEES.

V. les M. p. 123.
* V. l'Hist. de 1712. p. 64. & suiv.
VOICI la suite de la Théorie générale des Développements que M. Varignon avoit commencée *. Comme les Développées sont modernes, la matiére est encore assés neuve, & peut fournir beaucoup à qui sçait l'approfondir.

L'origine d'un Développement est arbitraire, c'est-à-dire, que quoiqu'il soit plus naturel de commencer à développer une Courbe au point où elle prend naissance, il est cependant permis de commencer à la développer à tel autre point qu'on voudra. Toute la différence sera, qu'au lieu qu'un Développement commencé à l'origine de la Courbe

ſera continu, celui qui commencera à quelque point de ſon cours ſera, pour ainſi dire, interrompu & briſé, parce que quand on l'aura développée de ce point vers une de ſes extrémités, il faudra retourner à ce même point pour la développer de-là vers l'autre extrémité.

Il ſuit déja de cette ſeule idée, que ſi une Courbe eſt toûjours concave d'un même côté, comme une demi-Parabole, & que l'on commence à la développer par ſon ſommet, la Développante, qui eſt toûjours concave vers le même côté que la Développée, ſera une Courbe d'un cours continu, & dont la concavité ſera toûjours tournée du même ſens; mais que ſi on commence à développer la demi-Parabole par un autre point que le ſommet, la Développante aura un rebrouſſement à l'origine du développement, & deux Branches dont les concavités ſe tourneront vers des côtés oppoſés. Il eſt viſible que cela eſt général, & qu'une Courbe quelconque d'un cours continu, & toute concave d'un ſeul côté, développée par un point quelconque moyen entre ſes deux extrémités, produit une Développante rebrouſſée en ſens contraires.

Aux Courbes d'un cours continu ſont oppoſées celles qui rebrouſſent, & aux Courbes toutes concaves d'un ſeul côté ſont oppoſées celles qui le ſont de différents côtés, & celles-ci ont une Inflexion, ou un Rebrouſſement dont les deux branches ſont tournées de ſens contraires; car pour celles qui ont un Rebrouſſement dont les deux branches ſont tournées du même ſens, ou, ce qui eſt la même choſe, concaves du même côté, elles ne ſont oppoſées qu'aux Courbes d'un cours continu. Nous venons de voir les Développantes que produiſent des Courbes d'un cours continu, & toutes concaves d'un ſeul côté, ſoit qu'on ait commencé à les développer à leur origine, ou à quelque autre point; reſte à voir les Développantes que produiront les autres Courbes d'un cours non continu, ou concaves vers différents côtés, développées par tel de leurs points qu'on voudra.

Ces Courbes ayant toutes un Rebrouſſement ou une Inflexion, elles ont trois eſpeces de points par où on peut commencer le Développement. 1°. Leur origine, ou, ce qui revient au même, leur extrémité. 2°. Le point d'inflexion ou de rebrouſſement. 3°. Tel autre point qu'on voudra, qui ne ſera aucun des précédents. Il eſt clair que les Développements commencés par la premiére ou la troiſiéme eſpece de points, retombent dans le même cas que ceux des Courbes d'un cours continu, & concaves d'un ſeul côté, pourvû qu'on ne les pouſſe que juſqu'aux points d'inflexion ou de rebrouſſement. Quant à ceux qui commenceroient par ces points de rebrouſſement ou d'inflexion, ils ſont les mêmes que ceux qui commenceroient à l'origine d'une Courbe ſimple, & ſi on les conſidére de part & d'autre de ces points, ils ſont les mêmes que ceux de deux Courbes ſimples poſées l'une à l'égard de l'autre, comme les deux Branches de la Courbe dont il s'agit ; & enfin les développements, qui ayant commencé par quelque autre point que ceux d'inflexion ou de rebrouſſement, y arrivent & vont au-delà, ne ſont que ceux des deux différentes branches de la Courbe. On voit donc qu'il eſt fort aiſé de tracer les développements, ou, ce qui eſt la même choſe, les Développantes de toutes les Courbes, à quelque point que l'on commence à les développer.

Les Courbes rebrouſſées en ſens contraires étant développées, ou par leurs extrémités ou par leur point de rebrouſſement, produiſent des Développantes d'un cours continu, & toutes concaves d'un ſeul côté.

Les Courbes rebrouſſées en même ſens, étant développées ou par leurs extrémités, ou par leur point de rebrouſſement, produiſent des Développantes, qui ſont pareillement rebrouſſées en même ſens, & du même ſens que les Développées.

Les Courbes qui ont une inflexion, & que M. Varignon appelle *contournées*, étant développées par leurs extrémités, produiſent des Développantes rebrouſſées en même ſens,

& si elles sont développées par leur point d'inflexion, elles produisent des Développantes, qui sont contournées comme elles.

Si toutes ces Courbes, tant rebroussées que contournées, sont développées par d'autres points, c'est-à-dire, par ceux que nous avons appellés de la troisiéme espece, elles produisent des Développantes moins simples, mais qui se peuvent aisément réduire à celles qui ont été produites par les autres développements. Ainsi nous ne nous arrêterons point à les considérer.

Ce qu'il y a de plus important dans une Développante, c'est son Rayon ou son Cercle osculateur. A chaque point de la Développée répond un Cercle osculateur dans la Développante, & chaque Cercle osculateur a deux de ses côtés infiniment petits, exactement posés sur deux côtés pareils de la Développante, l'un au-dedans de cette Courbe, l'autre au-dehors, de sorte qu'il la touche & la coupe en même temps, ou la touche doublement, & en dehors & en dedans.

De-là il suit que si un point de la Développée est équivalent à deux points, il doit répondre à ce point deux Cercles osculateurs de la Développante, infiniment proches & égaux. Or dans toute Courbe rebroussée le point de rebroussement, qui appartient en même temps à deux branches différentes, est équivalent à deux points, & par conséquent la Développante d'une Courbe rebroussée doit avoir dans celui de ses points qui répond au point de rebroussement de la Développée, deux Cercles osculateurs égaux & infiniment proches.

Puisqu'il est de l'essence du Cercle osculateur d'avoir deux côtés infiniment petits, communs avec la Développante, deux Cercles osculateurs doivent naturellement en avoir quatre, & cela dans le même point ou dans la même étendue infiniment petite de la Courbe; mais on voit en traçant les Cercles, que des quatre côtés il y en a toûjours deux qui se confondent en un.

Si une Courbe rebroussée en sens contraires a été développée par son point de rebroussement, un des deux Cercles osculateurs de la Développante a le premier de ses deux côtés intérieur à la Courbe, & le second extérieur, & l'autre Cercle a son premier côté extérieur, & le second intérieur; de sorte que le second côté du premier Cercle, & le premier du second n'ayant que la même position à l'égard de la Courbe & étant contigus, ne doivent passer que pour un.

Si la même Courbe rebroussée a été développée par ses extrémités, un des Cercles osculateurs de la Développante a son premier côté extérieur à la Courbe, le second intérieur, & l'autre Cercle a son premier côté intérieur, & l'autre extérieur, & par la même raison les deux côtés du milieu n'en sont encore qu'un seul.

Il paroît assés par cette disposition des deux Cercles osculateurs, qu'ils peuvent aussi & doivent même n'être comptés que pour un, mais pour un qui a trois côtés communs avec la Développante, au lieu que tous les autres Cercles osculateurs dans tous les autres points de la même Courbe, n'y ont que deux côtés communs avec elle. Ainsi dans les deux cas que nous venons de représenter, le Cercle osculateur de la Développante au point dont il s'agit, non-seulement la baise, mais s'entrelace avec elle de deux manieres opposées.

On sçait qu'à chaque côté infiniment petit d'une Courbe, répondent deux Ordonnées infiniment proches, à deux côtés consécutifs trois Ordonnées, quatre à trois côtés, &c. de même en prenant les côtés d'une Courbe quelconque Développante pour les arcs circulaires infiniment petits, décrits du Rayon osculateur, aux deux côtés, qu'un Cercle osculateur a toûjours communs avec la Courbe, répondent trois Rayons infiniment proches & égaux; & puisque dans les Développantes formées par les Rebroussées en sens contraires, le Cercle osculateur a trois côtés communs avec la Courbe, il y aura quatre Rayons osculateurs infiniment proches & égaux. Par conséquent si on a une

Equation

Equation algébrique, qui exprime le Rayon osculateur pour tous les points d'une Développante de cette espece; cette équation aura quatre Racines égales pour le point où le Cercle osculateur aura trois côtés communs avec la Courbe.

Voyons maintenant les Développantes formées par le développement de Courbes rebroussées en même sens. Nous avons dit que ces Développantes seront aussi rebroussées en même sens. Sur cela il faut considérer que non-seulement à chaque point de la Développée répond un Cercle osculateur dans la Développante, mais encore que chaque point de la Développante a le sien. De-là il suit que si un point de la Développante est équivalent à deux points, il doit *par lui-même* avoir deux Cercles osculateurs infiniment proches & égaux. Or ici la Développante est rebroussée aussi-bien que la Développée : Donc si le point de rebroussement de la Développante est équivalent à deux points aussi bien que celui de la Développée, elle doit avoir par elle-même en ce point deux Cercles osculateurs outre les deux qu'elle aura de la part de la Développée, c'est-à-dire, quatre Cercles osculateurs infiniment proches & égaux, ou plûtôt un seul qui aura quatre côtés communs avec elle; & il est évident que ces quatre côtés produiront cinq racines égales.

J'ai dit, *si le point de rebroussement de la Développante est équivalent à deux points aussi-bien que celui de la Développée;* car tout point de rebroussement n'est pas équivalent à deux points. Le rebroussement se fait de deux maniéres, par deux côtés exactement posés l'un sur l'autre, ou par deux côtés qui font ensemble un angle infiniment petit. Dans le premier cas un côté ou un point est équivalent à deux, puisqu'il est formé de deux qui sont confondus; mais dans le second, l'angle empêche leur confusion, & les deux côtés ou points sont toûjours deux. Il se trouve que le point de rebroussement des Développantes, formées par des Rebroussées en même sens, est dans le premier cas;

& ce qui le prouve, c'eſt qu'on verra par les démonſtrations de M. Varignon, que le Cercle oſculateur de ce point-là, ne paſſe point, ne peut paſſer entre les deux branches de la Développante qui rebrouſſe, mais eſt ou au-dedans ou au-dehors des deux. Et en effet, ſelon la premiére idée que nous avons donnée du rebrouſſement, il eſt impoſſible qu'aucune Courbe paſſe entre deux lignes exactement poſées l'une ſur l'autre, & qui ne font point d'angle.

On voit clairement par tout ce qui a été dit, que les Rebrouſſées en ſens contraires, produiſent par leur développement des Développantes qui ont un cours continu, & les Rebrouſſées en même ſens, des Développantes qui ſont rebrouſſées auſſi; les premiéres Développantes ne doivent avoir, à cauſe de leur cours continu, que quatre racines égales dans le point qui répond au point de rebrouſſement de leurs Développées, & que les ſecondes Développantes doivent avoir cinq racines égales à cauſe de leur rebrouſſement.

Il reſte le développement des Contournées. Si elles ſont développées par leurs extrémités, elles produiſent des Développantes rebrouſſées en même ſens. Le point d'inflexion des Contournées vaut deux points, car il faut le concevoir comme formé de deux côtés poſés exactement bout à bout en ligne droite, ſans faire entr'eux aucun angle de contingence. Donc le point de la Développante, qui répond à ce point d'inflexion, a un Cercle oſculateur qui a trois côtés communs avec la Courbe. Il faut voir maintenant s'il n'en a point juſqu'à quatre, à cauſe du rebrouſſement de la Développante. Mais ce rebrouſſement eſt formé de deux côtés, qui font entr'eux un angle infiniment petit; & ce qui le prouve, c'eſt que le Cercle oſculateur diviſe cet angle, & paſſe entre les deux branches qui font le rebrouſſement. Donc ce Cercle n'a que trois côtés communs avec la Développante, & il n'y a dans ce point de rebrouſſement que quatre racines égales.

Si les Contournées ſont développées par leur point

d'inflexion, elles produisent des Développantes qui sont pareillement contournées. Alors il semble que la Développante ayant un point d'inflexion équivalent à deux points aussi-bien que la Développée, le Cercle osculateur de la Développante en ce point doive avoir quatre côtés communs avec elle, comme le Cercle osculateur au point de rebroussement d'une Développante rebroussée produite par une Rebroussée. Mais il y a une grande différence, qui vient de la différente position des Cercles osculateurs. Quand on développe une Contournée par son point d'inflexion, le premier côté de la Développante que l'on décrit est l'un des deux côtés qui doivent former son point d'inflexion, & l'on décrit ensuite toute une branche d'un cours continu. Cela fait, on revient au point d'inflexion de la Développée, on décrit le second des deux côtés qui doivent faire le point d'inflexion de la Développante, & on en décrit la seconde branche, qui n'a qu'un cours continu. Il arrive de-là qu'au point d'inflexion de la Développante ses deux branches ont chacune leur Cercle osculateur dont les convexités sont opposées. Ces deux Cercles ont deux côtés communs, chacun avec la branche à laquelle il appartient; mais ils n'ont aucun côté commun entr'eux. Ainsi ce ne sont point deux Cercles osculateurs qui se confondent en un, & qui forment un seul Cercle qui ait ou trois ou quatre côtés communs avec la Courbe, comme dans les autres cas que l'on a vûs. Il est clair qu'en ces cas-là les Cercles osculateurs qui se confondoient, avoient la même position, ou, ce qui revient au même, leurs concavités tournées du même côté.

Il est établi chés les Géométres, que le Rayon osculateur est la mesure de la courbûre des Courbes. Elle est plus petite quand il est plus grand, & au contraire; & par conséquent au point où une Courbe aura une courbûre nulle, elle aura un Rayon osculateur infini, & elle en aura un infiniment petit au point où sa courbûre sera infinie. M. Varignon trouve aisément par sa Théorie les grandeurs des

Rayons osculateurs de chaque Développante, & par conséquent la différente courbûre de ces Courbes. Il arrive à un Paradoxe assés étonnant, déja avancé par feu M. le Marquis de l'Hôpital, c'est que dans le point d'inflexion, qui paroît formé de la même maniére dans toutes les Courbes, & également constitué, le Rayon osculateur est quelquefois infini, quelquefois nul, c'est-à-dire, la courbûre quelquefois nulle, quelquefois infinie. Cette matiére demanderoit des réflexions qui nous meneroient trop loin. La Géométrie a ses mistéres, dont on sçait déja que plusieurs ne sont que des mistéres apparents, puisqu'ils ont cessé de l'être quand on les a approfondis. Il est à souhaiter qu'ils soient tous de la même espece.

SUR LES POLIGONES
INSCRITS OU CIRCONSCRITS AU CERCLE.

V. les M. p. 76
INSCRIRE dans un Cercle un Poligone *régulier*, c'est-à-dire, dont tous les côtés sont égaux, c'est le disposer de maniére au-dedans d'un Cercle, que chacun de ses côtés en coupe la circonférence par ses deux extrémités; & le circonscrire au Cercle, c'est le disposer de maniére au-dehors du Cercle, que chacun de ses côtés en touche par son milieu la circonférence. Chaque côté d'un Poligone inscrit est donc la corde d'un arc de cercle égal à celui dont chaque autre côté est la corde, & de même tous les côtés d'un Poligone circonscrit sont les Tangentes d'arcs de Cercle égaux, & si les deux Poligones, l'inscrit & le circonscrit ont le même nombre de côtés, les côtés de l'un sont cordes, & ceux de l'autre tangentes des mêmes arcs.

Un Poligone quelconque étant inscrit dans un Cercle; si l'on y en veut inscrire un autre qui ait deux fois plus de côtés, il ne faut que couper en deux chaque arc soûtenu par chaque côté du premier Poligone, & tirer deux nouvelles

cordes aux deux nouveaux arcs, & il eſt clair que cette diviſion ſe peut continuer tant qu'on voudra ſelon la progreſſion ſoûdouble.

La moitié de la corde d'un arc de Cercle eſt le ſinus de l'arc, qui eſt la moitié de celui que la corde ſoûtient. Ainſi le double d'un ſinus quelconque eſt la corde d'un certain arc, & par conſéquent le côté d'un certain Poligone inſcrit. Par exemple, le double du ſinus de l'arc de 60 eſt la corde de l'arc de 120, & le côté du triangle équilatéral, le moindre de tous les Poligones qui ſe peuvent inſcrire dans le Cercle. Le double du ſinus de 30 eſt la corde de l'arc de 60, & le côté de l'Exagone. Le double du ſinus de 15 eſt la corde de 30, & le côté du Dodecagone, &c. D'où l'on voit qu'un arc quelconque étant donné, ſi l'on ſçait trouver le ſinus de ſa moitié, on trouvera de ſuite les côtés de tous les Poligones, qui auront toûjours un nombre de côtés double.

M. Saulmon donne une formule générale pour tirer du ſinus donné d'un arc le ſinus de ſa moitié, & par conſéquent pour inſcrire perpétuellement dans le Cercle des Poligones, dont chacun aura deux fois plus de côtés que le précédent. Il n'entre dans cette formule que le Rayon du Cercle, & le ſinus donné, ou, ce qui revient au même, le dernier ſinus qu'on aura trouvé en pourſuivant toûjours la diviſion de l'arc.

La même méthode de M. Saulmon s'étend aux Poligones circonſcrits, à cela près qu'il faut prendre les tangentes des arcs au lieu de leurs cordes. La formule générale ne comprend que les deux mêmes grandeurs.

Ainſi, quel que ſoit le premier Poligone inſcrit ou circonſcrit au Cercle, on peut enſuite inſcrire & circonſcrire à ce même Cercle à l'infini, des Poligones d'un nombre de côtés toûjours double; & il eſt viſible que plus le nombre de leurs côtés augmente, moins le circuit & l'aire des circonſcrits ſurpaſſent la circonférence & l'aire du Cercle, & moins le circuit & l'aire des inſcrits ſont ſurpaſſés par la

même circonférence & la même aire; de ſorte que les diviſions étant pouſſées juſqu'à l'infini, il paroît néceſſaire que les circonſcrits d'un coté & les inſcrits de l'autre ſe confondent abſolument avec le Cercle.

M. Saulmon démontre, que ſi en faiſant la diviſion des arcs, ou, ce qui revient au même, en doublant le nombre des côtés d'un Poligone quelconque inſcrit ou circonſcrit, on vient à trouver par la formule générale, que la différence du quarré du Rayon du Cercle, & du quarré du ſinus immédiatement précédent, ne ſoit pas un quarré parfait, ce qui emporte que la racine quarrée de cette différence ſoit un nombre incommenſurable; alors les circuits de tous les Poligones inſcrits & circonſcrits qui ſuivront, ſeront incommenſurables avec le Rayon du Cercle, & leurs aires incommenſurables avec le quarré de ce Rayon. En un mot, dès que par la voye que nous venons de marquer, l'incommenſurabilité ſera entrée dans un Poligone, elle ſe maintiendra dans tous les Poligones ſuivants, tant à l'égard du circuit que de l'aire.

Cette incommenſurabilité ſe trouve preſque toûjours dès le premier Poligone. Elle eſt, par exemple, dans le Triangle équilatéral, dans le Quarré, dans le Pentagone; & s'il y a quelque premier Poligone où elle ne ſoit pas, il eſt ſûr qu'elle entrera bien-tôt dans quelque Poligone ſuivant, après quoi elle ne ſortira plus de cette ſuite.

Reſte à ſçavoir ſi elle ſe ſoûtient juſque dans l'Infini, c'eſt-à-dire, juſqu'au terme où les Poligones inſcrits & circonſcrits ſe confondent avec le Cercle. En ce cas, il ſeroit certain que les circuits de ces Poligones, ou la circonférence du Cercle ſeroit incommenſurable avec le Rayon, & l'aire du Cercle incommenſurable avec le quarré du Rayon.

Le ſujet d'en douter eſt que l'incommenſurabilité de deux grandeurs conſiſte dans un certain excès de l'une ſur l'autre. Cet excès peut toûjours demeurer égal, ou même augmenter pendant une progreſſion infinie; mais il peut auſſi diminuer, & alors il deviendroit nul dans l'infini, & l'incommenſurabilité ceſſeroit.

Mais il y a bien de l'apparence qu'elle se conserve jusques dans l'infini entre la circonférence du Cercle & son Rayon, ou entre l'aire & le quarré du Rayon. Car on n'a pû, du moins jusqu'ici, trouver le rapport de ces grandeurs, que par des suites infinies; ce qui est une marque d'incommensurabilité. *

* V. l'Hist. de 1711. p. 62. & suiv.

Quand ces grandeurs seroient incommensurables, ce ne seroit pas à dire que la Quadrature du Cercle fût impossible. Il faudroit & qu'elles fussent incommensurables, & que leur rapport ne pût absolument être exprimé que par des suites infinies, car alors il seroit bien sûr que la somme finie de ces suites ne se pourroit jamais trouver.

SUR LES INTERSECTIONS DES COURBES.

V. les M. p. 243. & 261.

QUE deux Sections Coniques se puissent couper en 4 points, c'est une chose qui saute aux yeux. Si une Parabole, par exemple, rencontre par ses deux côtés, qui sont les deux demi-Paraboles, une circonférence de Cercle qu'elle coupe, & dans laquelle par conséquent elle entre, il faut nécessairement qu'elle en sorte, & elle n'en peut sortir qu'en coupant encore le Cercle en deux points. Il en va de même des autres Sections Coniques prises deux à deux, il n'y a qu'à leur donner entr'elles une disposition convenable pour l'Intersection en 4 points. Comme toutes ces Courbes sont formées de deux moitiés égales & semblables séparées par un axe que chacune d'elles regarde par sa concavité, la disposition qu'on donne naturellement à deux Sections Coniques, pour faire qu'elles se coupent en 4 points, est de les décrire sur un axe, ou du moins sur un diametre commun, de sorte que chacune des deux Courbes ait sa moitié, ou du moins une portion de cette moitié d'un

côté de cet axe ou diametre, & l'autre moitié ou une portion de l'autre côté. Enfin quand elles se coupent en 4 points, on imagine naturellement que deux intersections se font dans deux branches ou portions de chaque Courbe, concaves toutes deux vers un certain diametre, & les deux autres intersections dans deux autres branches ou portions concaves du côté opposé du même diametre.

Aussi quand M. Rolle apporta à l'Académie cette Proposition, Qu'une demi-Parabole & une demi-Hiperbole pouvoient se couper en 4 points, de maniere que dans toute l'étenduë où se faisoient les 4 intersections, les portions de chacune de ces deux Courbes fussent toûjours concaves du même côté d'un diametre; les Géométres furent d'abord surpris du Paradoxe. M. de la Hire & M. Saurin se mirent à l'examiner, & le trouvérent vrai. Si quelqu'un a fait cette observation singuliére avant M. Rolle, du moins ne s'en souvint-on point, & c'est un grand préjugé qu'elle est nouvelle. Quoique nouvelle & singuliére, on peut cependant, maintenant qu'elle est éclaircie, être étonné qu'elle n'ait pas encore été faite; en voici le dénouement.

Tous les Géométres conviennent, & nous l'avons dit bien des fois, qu'une Equation déterminée du quatriéme degré, se construit par deux Sections Coniques, qui pouvant se couper en 4 points, donneront par les Ordonnées communes qu'elles auront en ces points, les 4 Racines de l'Equation, supposé qu'elles soient toutes quatre réelles. Le plus ordinairement ces Racines réelles sont mêlées de positives & de négatives. Les positives sont des Ordonnées qui doivent être au-dessus du diametre par rapport auquel on a décrit les deux Courbes, & les négatives sont des Ordonnées tirées au-dessous de ce diametre. Par conséquent en ce cas les intersections se font tant au-dessus qu'au-dessous du diametre, c'est-à-dire, dans des branches ou portions des deux Courbes, dont les concavités sont tournées vers des côtés opposés.

De plus

De plus, quand on a une Equation à conſtruire, on ne manque point, pour rendre la conſtruction plus ſimple & plus élégante, de faire évanouir le ſecond terme. Or cet évanouiſſement ne peut arriver que quand la ſomme des Racines poſitives eſt égale à la ſomme des négatives. On a donc alors un mêlange des unes & des autres, & par conſéquent les deux Courbes par le moyen deſquelles ſe fait la conſtruction, ſe coupent des deux côtés, d'un même axe ou diametre.

Mais pourquoi ce cas eſt-il le ſeul auquel on a fait attention? Ne peut-on pas mettre dans une Equation déterminée du quatriéme degré 4 Racines réelles & poſitives? Alors elle ſe conſtruira encore par deux Sections Coniques, puiſqu'elle eſt toûjours du quatriéme degré, & les 4 Racines étant poſitives, les deux Courbes auront 4 Ordonnées communes au-deſſus du même diametre, & par conſéquent ſe couperont en 4 points, & dans toute l'étenduë de ces 4 interſections elles auront leurs concavités tournées du même côté. C'eſt-là tout le miſtére.

Comme l'Equation déterminée du quatriéme degré ne peut avoir que 4 Racines, les deux Sections Coniques ne ſe peuvent couper qu'en 4 points, & quand les deux portions concaves, toutes deux du même côté, ont eu les 4 interſections, les deux Courbes ne ſe peuvent plus couper dans leurs autres portions ou branches.

L'étenduë dans laquelle ſe feront les 4 interſections, dépend de la différence qui eſt entre les 4 Racines poſitives de l'Equation. Si l'une, par exemple, eſt 1, l'autre 6, l'autre 20, la derniére 50, il eſt clair que les Ordonnées qu'elles repréſentent, ne pourront ſe trouver que dans une aſſés grande étenduë des deux Courbes auſquelles elles ſont communes, au lieu qu'elles ſe trouveroient dans une étenduë beaucoup moindre, ſi les 4 racines étoient 1, 2, 3, 4. On peut donc trouver les 4 interſections avec la condition que M. Rolle y a obſervée, dans une étenduë des deux Courbes, auſſi grande & auſſi petite qu'on voudra, cela

dépendra du plus ou moins d'inégalité des 4 Racines, & cette étenduë peut être si petite, qu'il sera impossible d'y tracer actuellement les 4 intersections, & presque inconcevable qu'elles y soient réellement.

Si les deux Sections Coniques avoient le même sommet, il seroit impossible que les 4 intersections se fissent du même côté; car les deux Courbes partant, pour ainsi dire, du même point, & ayant de part & d'autre de leur axe commun deux moitiés égales & opposées, il seroit nécessaire que ce qui arriveroit d'un côté de cet axe arrivât aussi de l'autre, & par conséquent qu'il y eût deux intersections de chaque côté, & non pas quatre d'un seul.

Si dans l'Equation déterminée il y avoit deux Racines égales, les deux Sections Coniques ne se rencontreroient qu'en 3 points, parce que deux Racines ou Ordonnées égales produisent un point d'attouchement, qui en vaut deux d'intersection; & s'il y avoit 3 Racines égales, les deux Courbes ne se rencontreroient qu'en deux points; je dis dans les deux cas *rencontreroient*, parce que dans le premier les Courbes se toucheroient en un point sans se couper, & se couperoient en deux autres, & que dans le second cas, les Courbes se couperoient & se toucheroient en un point, & se couperoient simplement en un autre. La raison en est, que deux Racines ou Ordonnées égales communes à deux Courbes, donnent un attouchement sans intersection, & que trois donnent un attouchement avec intersection, selon ce que nous avons expliqué dans l'Histoire de 1710.*

*p. 90. & suiv.

Si l'on a à construire une Equation déterminée du quatriéme degré dont les 4 Racines soient réelles & positives, il est sur d'abord qu'elle se doit construire par deux Sections Coniques, dont on peut prendre l'une arbitrairement, & par conséquent ce peut toujours être un Cercle, qui se combinera avec l'autre Section Conique, que l'Equation donnera nécessairement. Mais le Cercle entier ne peut pas servir à cette construction, car la moitié de ses Ordonnées

ſont poſitives, & l'autre moitié négatives, & ici il ne faut que des Racines ou Ordonnées poſitives. Voilà donc déja le Cercle réduit au demi-Cercle, ſeul utile à la conſtruction. Si les 4 Racines ſont inégales, il eſt clair qu'elles ſe prennent toutes 4 dans le même quart-de-Cercle. S'il y en a 2 égales, il eſt bien vrai qu'il pourroit y en avoir une dans un quart de Cercle, & l'autre dans l'autre; mais il eſt vrai auſſi qu'elles peuvent être dans le même quart-de-Cercle, où elles ſeront infiniment proches, & répondront à une Tangente, & de plus elles y doivent être, parce qu'étant communes aux deux Courbes, il faut qu'elles répondent à une Tangente qui leur ſoit commune, & par conſéquent à un point d'attouchement des deux Courbes; ce qui ne ſe peut que dans le même quart-de-Cercle. Donc il n'y aura qu'un ſeul quart-de-Cercle utile à la conſtruction, & dans cette ſeule étenduë ſe feront toutes les interſections dont il s'agit, les concavités des deux Courbes étant toûjours tournées du même côté.

On comprend aiſément que cette Théorie des interſections peut s'appliquer aux Equations plus élevées que le quatriéme degré, & qui ſe conſtruiront par des Courbes plus élevées auſſi que les Sections Coniques. Toute idée particuliére devient générale dès qu'on la dépouille de ſes circonſtances individuelles, & qu'on la réduit à ce qu'elle peut avoir de commun avec d'autres idées.

SUR UN ESPACE CIRCULAIRE QUARRABLE.

COMME les Géométres, du moins les habiles, deſeſpérent de la Quadrature du Cercle, c'eſt une eſpece de conſolation pour eux de trouver celle de quelque eſpace circulaire. Hipocrate de Chio eſt le premier que l'on ſçache qui s'en ſoit aviſé, en démontrant l'égalité de la Lunule qui

porte ſon nom avec un eſpace rectiligne. On a vû dans l'Hiſtoire de 1701, * juſqu'où les Géométres modernes avoient pouſſé cette premiére idée, & dans celle de 1703,* d'autres quadratures de certaines portions de Cercle, qui ſont dûës à M. Varignon. En dernier lieu, M. Saulmon a trouvé une autre quadrature d'un eſpace circulaire toute différente.

* p. 79. & ſuiv.
* p. 63.

Si quatre Cercles égaux ſe touchent, & ſont diſpoſés de ſorte que leurs quatre centres étant joints par des lignes droites, ces lignes faſſent un quarré, il reſtera entre les 4 Cercles un eſpace quadrilatere, dont les 4 côtés égaux ſeront chacun l'arc d'un quart-de-Cercle. Si ces 4 Cercles, ſe touchant toûjours, ſont diſpoſés de maniére que les droites qui joignent leurs centres faſſent un Rhombe ou Loſange, il reſtera de part & d'autre d'un des points d'attouchement deux eſpaces égaux, formés chacun de trois arcs de Cercles égaux, ou deux triangles circulaires égaux, & tous deux équilatéraux. La grandeur des côtés circulaires de chacun de ces triangles dépend de l'angle aigu du Rhombe, qui naît des 4 Cercles diſpoſés de cette ſeconde maniére; plus cet angle eſt petit, plus ces côtés circulaires le ſont auſſi, & au contraire.

Le quadrilatere circulaire, que laiſſent entr'eux les Cercles dans la premiére diſpoſition, eſt évidemment plus grand que les deux triangles circulaires qu'ils laiſſent pareillement entr'eux dans la ſeconde. Mais il eſt aiſé de prendre dans la moitié du quadrilatere une portion égale à un des triangles, & cela fait, il reſte une portion du quadrilatere, qui eſt encore curviligne & circulaire. Cette portion eſt la moitié de la différence qui eſt entre le quadrilatere & les deux triangles, & c'eſt elle ou l'eſpace qui en eſt le double, que M. Saulmon va quarrer.

Le Quarré & le Rhombe, formés dans les deux diſpoſitions des Cercles par les lignes qui joignent les 4 centres, ſont deux eſpaces rectilignes. Le premier eſt le Quarré du diametre des Cercles, le ſecond eſt un Rhombe fait ſur

ce même diametre, & dont les angles ſont connus. Par conſéquent on a ces deux eſpaces, & l'excès du Quarré ſur le Rhombe, qui eſt auſſi un eſpace rectiligne. D'un autre côté le Quarré & le Rhombe comprennent chacun quatre ſecteurs circulaires, & la ſomme de ces quatre ſecteurs eſt néceſſairement égale dans chacun. Donc en les retranchant tous quatre de part & d'autre, la différence des deux reſtes eſt la différence du Quarré & du Rhombe. Or les deux reſtes ſont l'un le Quadrilatere circulaire, & l'autre les deux Triangles circulaires. Donc leur différence que nous venons de voir qui eſt un eſpace circulaire déterminé, eſt égale à la différence du Quarré & du Rhombe, qui eſt un eſpace rectiligne.

On voit que le point capital d'où tout ceci dépend, eſt que le Quarré & le Rhombe comprennent des ſecteurs circulaires, qui font de part & d'autre une ſomme égale; c'eſt-là ce qui fait que quand on les a retranchés il reſte des eſpaces curvilignes, dont la différence eſt celle du Quarré & du Rhombe. Il ſuit donc de-là que l'on trouveroit encore des quadratures de même eſpece, en prenant des Cercles inégaux que l'on diſpoſeroit différemment, & en formant par la jonction de leurs centres d'autres Poligones que le Quarré & le Rhombe, pourvû que ces nouveaux Poligones compriſſent entre leurs angles des ſecteurs circulaires dont les ſommes fuſſent égales.

En général, tout l'art de ces ſortes de quadratures conſiſte à retrancher de deux eſpaces connus, des eſpaces curvilignes égaux ou communs, de ſorte que les reſtes ſoient des eſpaces curvilignes d'un côté & rectilignes de l'autre, qui ſoient égaux, ou qui ayent un rapport connu. La Lunule d'Hipocrate, & la Quadrature de M. Saulmon, quoique ſi différentes, ſe réduiſent également là.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires L'Ecrit de M. de la Hire ſur les Trapezes. V. les M. p. 222.

ASTRONOMIE.

SUR LA FIGURE DE LA TERRE.

V. les M. p. 188.

NOUS ne parlerons point des différentes Figures qu'on a autrefois données à la Terre comme au hazard, l'une n'avoit pas plus de fondement que l'autre, & chaque Philosophe révoit à son gré. Il y a fort long-temps que la raison a décidé pour la Figure Sphérique, & que l'on s'en tient là. Il n'est plus question que de sçavoir si cette Figure est exactement Sphérique, ou si elle ne tient pas un peu du Sphéroïde ou de l'Ovale.

Les raisonnements tirés de la différente longueur du Pendule en différents climats, ou de l'inégalité de la force centrifuge, qui résulte du mouvement journalier de la Terre,* sont peut-être un peu trop subtils pour produire une certaine conviction, on peut même n'être pas encore assés sûr des principes, & les conséquences peuvent quelquefois être différentes. Ainsi il paroît qu'il vaut mieux n'employer dans cette recherche, comme fait M. Cassini, que des observations incontestables, & qui aillent directement à décider la question.

* V. l'Hist. de 1700. p. 114. & suiv.

Nous avons dit dans l'Hist. de 1701, * que feu M. Cassini avoit trouvé que dans la Méridienne tirée par toute l'étenduë de la France les degrés alloient en diminuant du Midi vers le Septentrion, c'est-à-dire, que deux lieux sur la Terre, qui différoient entr'eux d'un degré de latitude, étoient moins éloignés l'un de l'autre s'ils étoient plus Septentrionaux. M. Cassini remarque, que cette même inégalité se trouve dans d'autres mesures d'un degré faites

* p. 96.

en d'autres climats par d'habiles Mathematiciens, comme Snellius & le P. Riccioli. Sur ce fondement on ſuppoſe, avec beaucoup de vraiſemblance, qu'il en eſt de même dans tout le reſte de l'étenduë d'un Méridien, ou plûtôt d'un quart de Méridien.

Il ſemble d'abord que puiſque les degrés de latitude terreſtre vont en diminuant de l'Equateur vers le Pole, un Méridien terreſtre doit être plus petit que l'Equateur dont tous les degrés ſont égaux; car il eſt aſſés naturel de concevoir le premier degré de latitude terreſtre égal à un degré de l'Equateur, & de-là il ſuit que la Terre eſt un Globe applati vers les Poles. Mais c'eſt une erreur qui a été avancée dans l'endroit qu'on vient de citer. M. Caſſini démontre au contraire que de l'inégalité des degrés de latitude terreſtre telle qu'on la poſe ici, il ſuit qu'un Méridien terreſtre eſt plus grand que l'Equateur, & que la Terre eſt un Spheroïde dont le plus grand axe va d'un Pole à l'autre, & le plus petit eſt le diametre de l'Equateur.

Un Méridien terreſtre eſt donc une Ellipſe, & le premier degré d'un quart de ce Méridien, à compter depuis l'Equateur, eſt plus grand qu'un des degrés de l'Equateur, tous égaux entr'eux. La raiſon eſſentielle en eſt, que l'Ellipſe eſt moins courbe & plus approchante d'une ligne droite, lorſqu'elle eſt parallele à ſon grand axe, que lorſqu'elle lui eſt perpendiculaire. Dans le point où le Méridien elliptique coupe l'Equateur, il eſt parallele à ſon grand axe, donc en ce point-là, & aux environs de part & d'autre, il eſt moins courbe que vers les Poles. S'il n'étoit qu'une ligne droite, ce qui emporteroit que la ſuperficie de la Terre fût plate, on s'éloigneroit de l'Equateur à l'infini ſur cette ligne, ſans acquerir un degré de latitude, donc le Méridien étant courbe, moins il l'eſt, plus il faut en parcourir une grande portion pour s'éloigner de l'Equateur de la valeur d'un degré de latitude; donc le Méridien elliptique peut être, & il eſt en effet dans le cas preſent, de telle courbûre, que ce qu'il en a vers l'Equateur étant moindre que la courbûre

toûjours uniforme de l'Equateur, qui eſt un Cercle, il ſaut que le premier degré de latitude ſur ce Méridien ſoit plus grand qu'un degré de l'Equateur. Les degrés ſuivants du Méridien ſont auſſi plus grands que ceux de l'Equateur, juſqu'à un certain point où ils deviennent égaux, après quoi ils ſont toûjours plus petits juſqu'au Pole, & on voit que la ſuite décroiſſante des degrés du Méridien fait une plus grande ſomme que la ſuite toûjours égale des degrés de l'Equateur.

Une Ellipſe quelconque étant ſuppoſée, M. Caſſini donne une méthode géométrique de la diviſer en degrés inégaux, de ſorte qu'on aura ſur le Méridien elliptique les lieux de la Terre inégalement éloignés, qui différeront entr'eux d'un degré de latitude.

Il ne s'agit plus que de déterminer de quelle eſpece eſt l'Ellipſe du Méridien terreſtre. Toute la nature d'une Ellipſe dépend de la proportion du grand axe au petit, ou, ce qui revient au même, de la proportion du grand axe à la diſtance des deux foyers, qui eſt une partie de cet axe. Il faut prendre ces proportions telles qu'elles rendent les inégalités qu'on a trouvées par obſervation entre les degrés de latitude terreſtres.

On a vû en 1701, que feu M. Caſſini remarquoit, du moins dans l'étenduë terreſtre qui a été meſurée, un certain rapport entre l'Ellipſe de l'Orbite de la Lune & celle d'un Méridien de la Terre. M. Caſſini a cherché auſſi ſi l'Ellipſe de l'Orbite Lunaire, où la diſtance des foyers eſt la vingt-troiſiéme partie du grand axe, pourroit être de la même eſpece qu'un Méridien; mais cette hipotheſe s'éloigne trop des obſervations, & il faut, pour les retrouver juſtes, poſer que la diſtance des foyers dans l'Ellipſe de la Terre, eſt la moitié plus grande par rapport au grand axe, c'eſt-à-dire, qu'elle en eſt environ la onziéme partie. A ce compte l'Ellipſe de la Terre eſt beaucoup plus Ellipſe, pour ainſi dire, & plus différente d'un Cercle, que celle de l'Orbite de la Lune.

Si l'on

Si l'on poſe le grand axe de la Terre de 3000 lieuës, ſa onziéme partie, qui ſera un peu plus de 272 lieuës, ſera la diſtance des foyers, ce qui donne pour le petit axe ou diametre de l'Equateur 2986 lieuës, c'eſt-à-dire, que ce petit axe ne ſera plus petit que le grand que de 14 lieuës; différence aſſés légére, & qui n'empêche pas la Terre d'être ſenſiblement Sphérique. Il faut cependant aller juſqu'à cette préciſion, pour connoître la cauſe de l'inégalité des degrés terreſtres de latitude. Si Jupiter eſt ovale, comme il l'a paru quelquefois à feu M. Caſſini, il faut qu'il le ſoit bien davantage pour le paroître de ſi loin.

M. Caſſini trouve en calculant ſon Ellipſe ſelon ſa méthode, que vers l'Equateur & vers le Pole la différence des degrés eſt ſi petite qu'elle ne va qu'à 2 ou 3 pieds, & qu'au parallele de 45 degrés elle eſt d'environ 11 toiſes $\frac{1}{2}$, plus grande que par tout ailleurs. Heureuſement la Méridienne de la France a été tirée du cinquante au quarantiéme degré, & c'eſt ce qui a rendu ſenſible la différence des degrés. Le même ouvrage fait en d'autres Pays n'auroit pas produit cette connoiſſance.

On peut d'abord être étonné que la courbûre de l'Ellipſe aille toûjours en croiſſant, ainſi que nous l'avons dit, de l'Equateur juſqu'au Pole; ce qui eſt néceſſaire afin que les degrés diminuent, & que cependant les différences des degrés vers l'Equateur & vers le Pole ſoient fort petites & égales. Cela vient de ce que c'eſt l'augmentation perpétuelle de la courbûre qui fait la diminution perpétuelle des degrés, & la maniére dont la courbûre augmente, qui fait auſſi la maniére dont les degrés diminuent. Depuis l'Equateur juſqu'au quarante-cinquiéme parallele la courbûre augmente de plus en plus, & par conſéquent c'eſt vers l'Equateur qu'elle augmente le moins, & que les degrés, plus grands que par tout ailleurs, approchent le plus d'être égaux entr'eux. Depuis le quarante-cinquiéme parallele la courbûre augmente encore, mais de moins en moins, de ſorte que vers le Pole les degrés, plus petits que par tout ailleurs, approchent plus de l'égalité.

En un mot, la courbûre croît toûjours depuis l'Equateur jusqu'au Pole, mais la différence de la courbûre ne croît que depuis l'Equateur jusqu'au quarante-cinquiéme parallele, & de-là jusqu'au Pole elle décroît.

Dans l'Ellipse de M. Cassini, les degrés décroissants d'un Méridien terrestre surpassent toûjours les degrés égaux de l'Equateur jusqu'au cinquante-quatriéme parallele, où le degré du Méridien n'est pas plus grand qu'un degré de l'Equateur. Après cela les degrés du Méridien sont toûjours plus petits que ceux de l'Equateur.

Il n'est presque pas nécessaire de remarquer que dans l'hipothese de la Terre sphérique toutes les lignes perpendiculaires à sa surface, comme sont toutes les directions des corps pesants, doivent concourir au centre de la Terre, mais non pas dans l'hipothese de la Terre elliptique; parce que les lignes perpendiculaires à la circonférence d'une Ellipse ne concourent pas à son centre, mais seulement tombent toutes à quelque distance du centre de part & d'autre. Comme la Terre est peu elliptique, cette différence sera peu considérable, & pourra être négligée sans erreur. L'extrême précision n'a presque d'autre usage que de contenter l'esprit philosophique.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

Les temps de l'apparition des Taches du Soleil ne sont nullement réglés. Depuis 1695, par exemple, jusqu'en 1700, on n'en avoit point vû. Depuis 1700, nos Histoires en ont été pleines jusqu'en 1710, où l'on n'en vit qu'une, il semble qu'elles tirassent à leur fin. En 1711 & 1712, on n'en a point observé, & il en a paru une seule en 1713 au mois de Mai. Elle n'a été observée que depuis le 19 jusqu'au 26, M. Cassini l'ayant rapportée, suivant sa méthode ordinaire, sur la figure qui représente le disque du Soleil avec son Equateur, & les Poles de sa révolution de 27 jours $\frac{1}{2}$, il a trouvé qu'elle dût passer par le

milieu du disque apparent le 25 Mai sur les 5 heures du soir, avec une latitude Méridionale de 14 à 15 degrés.

OBSERVATION ASTRONOMIQUE.

LE 6 Décembre à 8 heures 40′ du matin, l'horison étant chargé de vapeurs épaisses, M. Cassini apperçut autour du Soleil un cercle lumineux, qui étoit interrompu par quelques foibles nuages. Le Soleil en étoit le centre, & deux Parhélies mal terminés étoient aux deux extrémités du diametre horisontal, qui étoit environ de 43°. La lumiére de ce Cercle diminua peu à peu, & le Soleil s'étant élevé au-dessus des vapeurs, il n'en resta aucun vestige à 9 heures & demie.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

L'Ecrit de M. Maraldi sur une Etoile du Cygne qui paroît & disparoît. V. les M. p. 47.

La description d'une Machine à porter de grands Verres inventée par M. Bianchini. V. les M. p. 299.

Et les Observations de l'Eclipse Lunaire du 2 Décembre, faites par Mrs. de la Hire, Cassini & Maraldi. V. les M. p. 318. & 321.





ACOUSTIQUE.

SUR LES CORDES SONORES, ET SUR UNE NOUVELLE DETERMINATION DU SON FIXE.

V. les M. p. 324.

DES Cordes d'Instruments de Musique étant supposées de même matiére, il n'y a que trois choses qui puissent faire varier leur son, ou, pour parler plus exactement, leur ton; la longueur, la grosseur & la tension. On sçait par expérience selon quel rapport chacune de ces trois choses fait varier le ton d'une Corde sonore, & il n'y a plus sur cela de doute ni entre les Musiciens, ni entre les Géométres. Il faut se souvenir que l'on entend par un son ou ton le nombre de vibrations qu'une Corde fait dans un temps déterminé, & par le rapport de deux sons ou tons, le rapport des nombres de différentes vibrations faites en même temps.

Si deux Cordes ne différent qu'en longueur, leurs tons sont en raison renversée des longueurs.

Si deux Cordes ne différent qu'en grosseur, leurs tons sont en raison renversée de leurs diametres.

Quant à la tension des Cordes, pour la mesurer réguliérement il faut les concevoir tenduës ou tirées par des poids, & alors, tout le reste étant égal, les tons de deux cordes sont en raison directe des racines quarrées des poids qui les tendent, c'est-à-dire, par exemple, que le ton d'une Corde tenduë par un poids 4 fois plus grand, est d'une

octave au-dessus du ton de la Corde tenduë par le poids qui n'est que 1.

Donc à rassembler tout, le nombre des vibrations d'une corde en un temps déterminé est d'autant plus grand, ou le son de la Corde d'autant plus aigu, que la racine du poids qui la tend est plus grande, qu'elle est moins longue, & que son diametre est plus petit, & par conséquent l'expression algébrique générale du rapport de ces trois grandeurs, est celle du son d'une Corde en général, & elle comprend toutes les variétés imaginables dont ce son est susceptible.

M. Sauveur, qui, comme on l'a vû dans plusieurs des Volumes précédents, a entrepris de faire une nouvelle science d'Acoustique, a cherché quelque ligne déterminée par Géométrie, qui eût rapport au son exprimé, comme nous venons de dire, ce qui ne peut manquer d'être fort utile dans toute cette Théorie.

Pour cela, il a consideré qu'une Corde horisontale attachée fixement par une de ses extrémités, passant par dessus une Poulie, & tirée à son autre extrémité par un poids, n'est jamais tirée par un si grand poids qu'elle ne se courbe entre son extrémité fixe & la Poulie. La raison en est, comme tout le monde sçait, que son propre poids, quelque petit qu'il soit, a toûjours quelque rapport au poids étranger qui la tire tant qu'il est fini, & par conséquent son poids la courbe toûjours un peu, & pour cesser de la courber, & la laisser parfaitement en ligne droite, il devroit être infiniment petit. Il faut donc concevoir la Corde entre son extrémité fixe & la Poulie comme un arc de Courbe, dont la soûtendante est la droite tirée de l'extrémité fixe à la Poulie. M. Sauveur appelle *Fléche* la ligne tirée du milieu de cet arc perpendiculairement à la soûtendante.

Cela posé, une Corde se courbe d'autant plus, ou ce qui est le même, la Fléche de l'arc qu'elle forme est d'autant plus grande 1°. Que le Poids qui tend la Corde est plus petit. 2°. Que la Corde est plus pesante. 3°. Qu'elle

est plus longue. Les deux 1.res conditions sont évidentes, pour la 3.me il est aisé de s'en convaincre en faisant réflexion que quand deux Cordes inégales en longueur seroient également pesantes & tenduës par des poids égaux, il seroit encore impossible, à cause de l'inégalité de leur longueur, que la Fléche de la plus longue ne fût la plus grande. Car ces deux Cordes étant conçûes comme deux arcs de Courbes divisés en un nombre infini égal de côtés infiniment petits, les angles du premier & du dernier côté d'un arc avec sa soûtendante, & ceux que feront entr'eux tous les autres côtés du même arc, seront égaux aux angles correspondants de l'autre arc, chacun à chacun, & cela à cause de l'égalité supposée des poids ; mais les côtés du plus grand arc étant tous plus grands, le premier, par exemple, qui fera le même angle avec la soûtendante que le premier de l'autre arc, descendra plus bas, parce qu'il sera plus grand, & ainsi des autres.

Une Corde étant un cilindre, sa solidité ou son poids est le produit de sa longueur par sa base circulaire, ou, comme il ne s'agit ici que de rapports, & que les cercles sont comme les quarrés de leurs diametres, c'est le produit de la longueur par le quarré du diametre.

Donc une Fléche est d'autant plus grande 1.° Que le poids qui tend la corde est plus petit. 2.° Que la longueur de la Corde & le quarré de son diametre sont plus grands. 3.° Que la longueur de la Corde est plus grande; & puisque la longueur entre deux fois dans cette expression de la Fléche, elle est d'autant plus grande que le poids qui tend la Corde est plus petit, & que les quarrés de la longueur & du diametre de la corde sont plus grands.

Donc l'expression algébrique de la grandeur du son ou du nombre de vibrations d'une corde en un temps déterminé, & l'expression de la grandeur de la Fléche ne contiennent que les mêmes grandeurs, & ne different qu'en deux points. 1°. La grandeur du son & celle de la Fléche dépendent également de ce que certaines grandeurs sont

plus grandes par rapport à d'autres plus petites, mais du ſon à la Fléche cela ſe renverſe, c'eſt-à-dire, que les grandeurs qui dans l'expreſſion du ſon doivent être plus grandes, ſont celles qui dans l'expreſſion de la Fléche doivent être plus petites, & réciproquement. 2.° L'expreſſion du ſon ne prend que les racines quarrées des mêmes grandeurs dont l'expreſſion de la Fléche prend les quarrés. De-là il ſuit que les ſons ou les nombres des vibrations ſont en raiſon renverſée des racines quarrées des Fléches. Et comme la grandeur de la Fléche eſt compoſée de trois différentes grandeurs qui peuvent ſe combiner d'une infinité de maniéres, la longueur, la groſſeur & la tenſion de la Corde, quelque différentes que ſoient deux Cordes en ces trois points, leurs tons ſont égaux, pourvû que leurs Fléches ſoient égales, de ſorte que tout ſe réduit à la conſidération des Fléches.

Quoique ce qui vient d'être dit puiſſe ſuffire pour établir cette importante propoſition d'Acouſtique, & même pour l'établir ſur ſes fondements eſſentiels, M. Sauveur la démontre d'une maniére toute différente & plus géométrique. Comme il procéde par des rapports de lignes, il a beſoin de prendre quelquefois pour égales des lignes qui ne ſont que très-peu différentes, mais il a ſoin de calculer exactement leur différence, & de faire voir qu'elle eſt nulle, non pas en Géométrie, mais en Acouſtique, c'eſt-à-dire, que des ſons qui ne différeroient pas davantage, ne ſeroient jamais reconnus par l'Oreille la plus fine pour être différents. La Géométrie pure ne roule que ſur des idées de l'Eſprit, qui n'eſt jamais obligé de s'arrêter, & de-là vient que la préciſion de la Géométrie n'a point de limites; mais celle des Mathématiques mixtes en a néceſſairement, parce qu'elles roulent ſur des effets bornés de la matiére, ou dépendent des Organes groſſiers de nos ſens.

Les ſons étant en raiſon renverſée des racines des Fléches, M. Sauveur tire de ce Théoreme une maniére de déterminer combien un ſon quelconque fait de vibrations dans un certain temps.

Dans la corde qui ſonne le *C Sol Ut* du bas du Clavecin, c'eſt-à-dire, dans celle qui a le ton le plus bas du Clavecin, & par conſéquent la plus grande Fléche, M. Sauveur a trouvé par expérience que la Fléche étoit à la ſoûtendante de la corde courbée, ou, ce qui eſt le même à très-peu près, à la corde comme 1 à 1600. Si l'on ſuppoſe que la corde courbée ſoit un arc de cercle, car une ſi petite courbûre ne différera jamais ſenſiblement, ou *acouſtiquement* d'une courbûre circulaire, on trouvera par le rapport de la Fléche qui eſt un ſinus verſe à la moitié de la ſoûtendante qui eſt le ſinus de l'arc, que l'arc eſt environ d'une demi-minute de degré. Cet arc fait ſes vibrations autour de la ſoûtendante. Il faut concevoir chaque point de l'arc comme un poids attaché à l'extrémité d'une verge, qui eſt la ligne tirée de ce point de l'arc à la ſoûtendante parallelement à la Fléche. Voilà donc une infinité de petits Pendules paralleles entr'eux qui font leurs vibrations enſemble, & le plus grand de tous eſt la Fléche. Les grands font leurs vibrations plus lentement, & les petits plus vîte, d'où il ſuit qu'étant tous attachés enſemble, ils ſe modifient les uns les autres, & que le tout, c'eſt-à-dire l'arc, prend une vîteſſe moyenne plus grande que celle d'un Pendule ſimple qui ſeroit égal à la Fléche, & plus petite auſſi que celle des plus petits Pendules ſimples conçûs dans cet arc. De-là réſulte un centre d'Oſcillation *, ou, ce qui revient au même, il y a quelque Pendule ſimple plus petit que la Fléche, qui feroit ſes vibrations dans le même temps que tout l'arc. M. Sauveur trouve par la Théorie des Centres d'Oſcillation, que ce Pendule ſimple eſt égal aux $\frac{4}{5}$ de la Fléche. C'eſt ſelon les mêmes idées que l'on a trouvé dans l'Hiſtoire de 1711 *, le centre de gravité d'un arc de Cercle.

* V. l'Hiſt. de 1703. p. 114. & ſuiv.

* p. 65. & ſuiv.

Il ne reſte plus qu'à ſçavoir de quelle grandeur eſt la Fléche de la corde ſuppoſée qui ſonne le *C Sol Ut* du bas du Clavecin. M. Sauveur a trouvé par experience qu'elle eſt de $\frac{1}{32}$ de pouce du pied de Paris. D'ailleurs on ſçait qu'un Pendule ſimple de 36 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$ fait une vibration

en

en une ſeconde, & comme les membres des vibrations que font en même temps deux Pendules ſimples ſont en raiſon renverſée des racines quarrées de leurs longueurs, il s'enſuit que ſi un Pendule de 36 pouces $8\frac{1}{2}$ lignes fait une vibration en une ſeconde, un Pendule qui eſt les $\frac{4}{5}$ de $\frac{1}{323}$ de pouce, & par conſéquent auſſi l'arc de cercle dont il s'agit, fait près de 122 vibrations. Après cela à quelque ton que ſoit une corde quelconque par rapport à la corde ſuppoſée, on ſçait par la nature de ce ton combien elle fait de vibrations; pendant que celle-ci en fait 122, par exemple, elle en fait 244 ſi elle eſt à l'octave aiguë, &c.

On a vû dans l'Hiſtoire de 1700, * que M. Sauveur avoit trouvé par expérience qu'un Tuyau d'Orgue de 5 pieds devoit faire 100 vibrations par ſeconde. Les mêmes expériences répétées depuis avec beaucoup de ſoin, l'ont déterminé à prendre 102 vibrations au lieu de 100 pour ce Tuyau. Il eſt à l'uniſſon du *La* du bas du Clavecin, & par conſéquent ce *La* fait 102 vibrations par ſeconde. On ſçait le rapport du *La* à l'*Ut*, qui eſt celui de 5 à 3, & ſi ce rapport donne 122 vibrations pour le *Ut* du bas du Clavecin, ce ſera une confirmation parfaite de toutes les opérations & de tous les raiſonnements de M. Sauveur, qui ſera arrivé au même point en tenant deux routes auſſi différentes que celle de déterminer les vibrations des Tuyaux d'Orgue par leurs *battements*, ainſi qu'on l'a vû en 1700, & celle de déterminer les vibrations des Cordes d'Inſtruments par leurs Fléches comparées à des Pendules. Mais il eſt vrai que par la premiére voye il trouve 61 vibrations pour le *Ut* du bas du Clavecin, au lieu que par la ſeconde il en a trouvé 122.

* p. 131. & ſuiv.

Cette différence le ſurprit d'abord, mais il remarqua bien vîte que 61 eſt la moitié de 122, qu'il avoit trouvé 122 pour la Corde en la prenant pour un Pendule, qu'en fait de Pendules, on compte pour une vibration une *allée*, c'eſt-à-dire, l'arc entier qu'ils décrivent en un ſens, & pour une ſeconde vibration le *retour*, c'eſt-à-dire, l'arc égal

décrit en ſens contraire ; que quand il trouvoit 61 pour la même Corde, c'étoit en la comparant à un Tuyau d'Orgue, qu'il avoit compté les vibrations des Tuyaux d'Orgue par leurs *battements,* c'eſt-à-dire, par des coups plus ſenſibles à l'oreille, ainſi qu'on l'a expliqué; que par conſéquent il n'avoit conté pour vibrations dans ces Tuyaux, que celles que l'oreille appercevoit, que de deux vibrations comptées à la maniére des Pendules, elle ne peut appercevoir que celle qui eſt l'*allée* ou qui vient à elle, & non celle qui eſt le *retour* & qui va du ſens oppoſé ; & qu'enfin en comptant les vibrations par des Tuyaux d'Orgue, c'eſt-à-dire, en tant qu'elles ſont ſenties par l'oreille, on en doit toûjours trouver pour le même ſon la moitié moins que quand on les compte à la maniére des Pendules, où l'on a autant d'égard aux vibrations qui nous fuient, qu'à celles qui viennent à nous. Ainſi non ſeulement cette différence, qui paroiſſoit renverſer tout le ſiſtême de M. Sauveur, le confirme à ſouhait, mais elle produit encore cette nouvelle propoſition, que deux vibrations *géométriques,* ſi l'on veut appeller de ce nom celles des Pendules, ne valent qu'une vibration *acouſtique.*

Puiſque le *Ut* du bas du Clavecin fait en une ſeconde 61 vibrations acouſtiques, le *Ut* du milieu qui eſt de deux Octaves plus haut en ſera 244. Ce nombre, parce qu'il eſt au milieu du Clavecin, ſeroit commode pour être le ſon fixe, d'où l'on compteroit des Octaves ſupérieures & inférieures. Mais il lui manque une commodité conſidérable. La ſuite des Octaves procéde toûjours ſelon la progreſſion double, 1, 2, 4, &c. ou, ce qui eſt la même choſe, ſelon les puiſſances de 2, & il ſeroit à ſouhaiter que le nombre qui exprimeroit le ſon fixe en fût une pour ſe trouver juſte au commencement d'une Octave. 244 n'eſt pas une puiſſance de 2, mais 256 peu éloigné de 244 en eſt une, & c'eſt la 8.me Par le rapport de 244 à 256, on ſçait de quel ton au-deſſus de la Corde de 244 vibrations, ſera celle qui en ſera 256. C'eſt celle-là que M. Sauveur prend

maintenant pour la Corde qui rend le son fixe, & il renonce à celle qui fait 100 vibrations, & qu'il avoit prise en 1700 pour le même usage. Les raisons de ce changement viennent d'être expliquées.

Le son qui fait 256 vibrations par seconde étant donc établi pour son fixe & moyen, on trouve aisément par les rapports connus que tous les tons possibles ont entr'eux, quel nombre de vibrations font tous les sons qui sont au-dessus ou au-dessous du son fixe. M. Sauveur en a construit une Table, dont la seule vûe instruira plus que tout ce que nous en pourrions dire. Chaque son y a son nom particulier selon la nouvelle langue que M. Sauveur a inventée pour la Musique*. Par-là dès que l'on connoît le ton d'un corps sonore, on sçait quel nombre de vibrations il fait réellement en un temps déterminé, & on peut donner au son qu'il rend, un nom qui le distingue de tout autre son. Par exemple, on éprouve assés communément qu'à l'occasion de certains sons forts, comme de Tambours, de Cloches, de Basses de Violon, des vitres ou des planches tremblent, & même on se sent quelquefois les entrailles émûes; ces corps agités sont apparemment alors à l'unisson des Corps sonores, & l'on sçaura quelle est la grandeur de leur agitation, & le nombre des vibrations qu'ils font en un certain temps. On verra par-là que ces nouvelles connoissances peuvent s'étendre jusqu'à la Phisique, & il n'y a pas lieu de s'en étonner; la Musique, principalement lors qu'elle est traitée par des Philosophes, n'est que la Phisique des sons.

* V. l'Hist. de 1701. p. 138. & 139.

M. de Reaumur a donné la Description de l'Art du Tireur d'Or.

Et M. Parent une Suite & une Conclusion de sa Méchanique sans frottement & avec frottement, dont il a été parlé dans l'Histoire de 1704,* & dans celle de 1712.*

*p. 96. & suiv.
*p. 81.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXIII.

I.

UNE Machine de M. des Camus pour battre des Pilotis. Toute la Charpente qui la compose, a paru d'une bonne construction, tant pour faire que le Mouton aille frapper sur la teste du Pilotis, que pour l'élever avec un Vindas d'une construction particuliére, en quoi consiste la principale partie de l'invention. La disposition de toute la Machine est telle, que les Manœuvres peuvent continuer toûjours à tourner le Cable pour relever le Mouton, sans perdre de temps, ce qu'on a trouvé fort commode, & bien exécuté.

II.

Un Carrosse du même M. des Camus suspendu par le milieu de son corps, & que l'Auteur prétend par cette suspension rendre plus doux, & non sujet à verser, en cas qu'une de Roües manque. Il n'a pas semblé qu'il dût être plus doux, mais on a cru que dans le cas proposé il ne verseroit point. Cependant on a trouvé quelques inconvenients à cette suspension.

III.

Un Traîneau de M. d'Hermand Ingénieur, sur plusieurs Rouleaux attachés ensemble, qui se succédent les uns aux autres, & épargnent la peine de transporter continuellement, comme on fait d'ordinaire, trois ou quatre Rouleaux du derriére au devant du Traîneau, à mesure qu'il avance. On a trouvé la Machine ingénieusement inventée, mais on a cru que le Traîneau ordinaire seroit plus commode, quand le chemin n'est pas droit, ou que les lieux ne sont pas fort unis.

I V.

Un Pont flottant du même M. d'Hermand, composé de plusieurs piéces, & qui se place de lui-même de l'autre côté d'une Riviére, quelque large qu'elle soit, sans que l'on soit obligé d'y faire passer personne. Il fut monté en 10 minutes 35" sur la hauteur du Canal de Versailles, en présence du feu Roi, & les Gardes Françoises & Suisses défilérent dessus à 4 de hauteur.

M. des Camus prétendit être l'auteur de cette invention, & allegua qu'il y avoit quelques années qu'il avoit fait un Pont de cette espece à Bercy, chés M. Pajot d'Ons-en-Bray fort curieux de Machines, & connoisseur. L'Académie envoya des Commissaires à Bercy, & ils vérifiérent qu'en effet le Pont de M. des Camus y étoit depuis 1710. M. d'Hermand ne disputa point à M. des Camus sa primauté, mais il assûra simplement qu'il n'en avoit rien sçû.

Les deux Ponts ont cela de commun qu'ils sont composés de Coffres d'une figure assés semblable, mais ils différent par l'assemblage de ces Coffres. Celui de M. des Camus dépend de Vis, d'Ecrous & de Crochets de Fer, & est très-ingénieux. Celui de M. d'Hermand se fait par des Mortoises, des Tenons & des Chevilles de Bois, il est simple, d'exécution prompte & facile, & n'a point la rouille à craindre.

Depuis, M. des Camus présenta à l'Académie un Modelle du même Pont avec un nouvel avantage. D'espace en espace quelques Coffres étoient assemblés à Charniéres par leur bord supérieur, ce qui donnoit la facilité de jetter le Pont tout assemblé dans un fossé dont le bord seroit escarpé, parce que le Pont se plioit dans les endroits assemblés à charniéres. L'Auteur avoit eu attention que les Vis, les Ecrous & Crampons fussent de Cuivre, pour être à couvert de la rouille.



E'LOGE
DE M. BLONDIN.

PIERRE BLONDIN naquit le 18 Décembre 1682, de parents qui vivoient de leur patrimoine dans le Vimeu en Picardie. Après avoir fait ses Humanités dans la Ville d'Eu, il vint à Paris en 1700, & y demeura avec deux freres ses aînés, qui étudioient alors pour être ce qu'ils sont présentement, l'un Avocat, l'autre Docteur de la Maison de Sorbonne. Pour lui, outre son cours de Philosophie qu'il faisoit, il prit différents Traités de Mathématique au Collége Royal; ensuite il alla aux Ecoles de Médecine, au Théatre de S. Cosme, au Jardin du Roi, mais il se sentit plus particuliérement attiré au Jardin du Roy, & il y suivit avec une extrême assiduité les Démonstrations des Plantes qu'y faisoit feu M. Tournefort.

Bientôt le Maître distingua M. Blondin dans la foule de ses Disciples, & s'il lui arrivoit quelquefois de ne se pas rappeller sur le champ le nom, ou la définition de quelque Plante, c'étoit à lui qu'il avoit recours. Il le chargeoit même de remplir sa place, lorsqu'il étoit indisposé, honneur qu'il n'auroit osé faire à quelqu'un à qui on auroit pû le contester légitimement.

Nous avons déja dit dans l'Eloge de M. Tournefort, combien la Botanique est une Science laborieuse & pénible pour le corps même. Il y a des Peuples qui ne se sont point encore avisés de faire des provisions pour leur subsistance, & qui sont obligés d'aller la chercher tous les jours dans les Campagnes, & dans les Bois. On pourroit dire que les Botanistes leur ressemblent. Ils n'ont point leurs provisions amassées dans leur Cabinet, comme plusieurs

autres espéces de Sçavants, & il faut qu'ils aillent avec beaucoup de fatigues chercher au loin dans les Bois & dans les Campagnes les aliments de leur curiosité. M. Blondin n'épargna rien pour satisfaire la sienne, il herborisa dans toute la Picardie, dans la Normandie, dans l'Isle de France, rien ne lui échappoit de ce qui pouvoit être soupçonné de cacher quelque Plante, & les toits même des Eglises ne lui étoient pas inaccessibles.

Aussi trouva-t-il dans la Picardie seule environ 120 Plantes, qui n'étoient pas au Jardin Royal, & que même on n'y connoissoit pas, & il en découvrit en France plusieurs espéces que l'on croyoit particuliéres à l'Amérique. Il faut que la Botanique soit bien vaste, si après tant de recherches de tant d'habiles gens on a pû prendre pour des productions d'un autre Monde ce que l'on fouloit ici sous les pieds.

En 1712 M. Blondin entra dans l'Académie en qualité d'Eléve de M. Reneaume. On n'a vû de lui qu'un seul Ecrit, où il changeoit à l'égard de quelques Espéces de Plantes les Genres sous lesquels M. Tournefort les avoit rangées. Il lui marquoit tout le respect que son Disciple lui devoit, & que même tout autre Botaniste lui auroit dû, & l'on peut bien combattre ces grands Auteurs sans leur manquer de respect, pourvû que l'on reconnoisse qu'eux-mêmes nous ont mis en état de les combattre. On prétend que ce n'étoit-là qu'une premiére tentative, que M. Blondin vouloit aller plus loin, & qu'enfin il méditoit un sistême des Plantes différent de celui de son Maistre. Plus cette premiére tentative fut modeste, plus on a lieu de croire que le dessein n'étoit pas téméraire, & enfin quand il l'eût été, ce n'étoit pas une témerité d'un médiocre Botaniste.

Son grand sçavoir dans la Botanique n'étoit pas stérile. Il composoit plusieurs médicaments de Plantes, dont les succès lui avoient acquis dans sa Province la réputation d'habile Medecin. Il avoit été reçû Docteur à Rheims en 1708, & il alloit se mettre sur les Bancs à Paris, où il étoit

déja estimé des plus célébres de cette Faculté, mais il mourut d'une grosse fiévre avec une oppression de poitrine le 15. Avril 1713.

Il avoit toute la candeur que l'opinion publique a jamais attribuée à sa Nation, & la vie d'un Botaniste qui connoît beaucoup plus les Bois que les Villes, & qui a plus de commerce avec les Plantes qu'avec les Hommes, ne devoit pas avoir endommagé cette préticuse vertu. Un semblable caractére renferme déja une partie de ce que demande la Réligion, & il eut le bonheur d'y joindre le reste.

Il a laissé des Herbiers fort amples & fort exacts, de grands amas de Graines, quantité de Mémoires curieux, & en assés bon ordre, & on assûre qu'il en coûteroit peu de travail pour mettre sa succession en état d'être recueillie par le Public.





MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXIII.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES faites à l'Observatoire Royal.

Par M. DE LA HIRE.



OICI les Observations de la quantité d'eau de Pluïe & de Neige fonduë avec les changements de temps marqués par le Thermometre & le Barometre pendant toute l'année derniére 1712. Toutes ces Observations ont été faites comme les années précédentes, & dans le même lieu, & avec

7 Janvier 1713.

les mêmes instruments. Il est tombé de hauteur d'eau

	lignes		lignes
En Janvier....	20 $\frac{1}{8}$	En Juillet.......	36 $\frac{1}{2}$
Février.....	8 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	Août........	6
Mars.......	6 $\frac{1}{4}$	Septembre....	39 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$
Avril.......	51 $\frac{1}{8}$	Octobre.....	25 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
Mai........	12 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$	Novembre....	16 $\frac{1}{4}$
Juin.......	23 $\frac{1}{8}$	Décembre....	8 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$

Somme de la hauteur de l'Eau de toute l'année 254 lignes $\frac{1}{4}$, ou 21 pouces 2 lignes $\frac{1}{4}$; ce qui est plus que les années moyennes, que nous avons déterminées à 19 pouces.

Mon Thermometre a été au plus bas le dernier jour de l'année, & il marquoit 24 $\frac{3}{4}$ de ses parties à très peu près comme le 8 Janvier; ce qui fait connoître que le froid n'a pas été grand, car il descend assés souvent jusqu'à 14, & dans l'état moyen il est à 48, comme dans le fond des Carrieres de l'Observatoire, où il demeure toûjours au même point.

Ce Thermometre a été au plus haut à 64 parties le 16 Aoust; mais comme c'étoit au lever du Soleil, qui est le temps où je fais toûjours toutes ces Observations, & que dans la plus grande chaleur du jour, qui est vers 2 heures après midi, il remonte par dessus l'état du matin de 12 parties, il faudroit le considérer à 67 parties pour la plus grande chaleur; & par conséquent la différence marquée entre le plus grand froid & le plus grand chaud, seroit de 52 parties, dont la moitié est 26, qui étant adjoûtées à 24, seroient 50, ce qui n'est pas éloigné de 48. D'où l'on connoît que le froid a été à très-peu près autant au dessous de l'état moyen, que la chaleur au dessus.

Mon Barometre ordinaire a été au plus haut à 28 pouces 4 lignes $\frac{2}{3}$. Le 10 Février & les jours aux environs de celui-cy, il étoit toûjours fort haut, le Ciel étoit alors assés serein &

très-peu de vent vers le Nord, & je remarque encore que toutes les fois que ce Barometre a été plus haut que 28 pouces, ce qui est arrivé assés souvent pendant l'année, le vent a été vers le Nord & vers l'Est, & quelquefois avec des brouillards. J'ai un autre Barometre où le Mercure est toûjours plus haut de 3 lignes que dans celui où j'observe ordinairement. Ce même Barometre ordinaire a été au plus bas une seule fois le 6 Novembre à 26 pouces 10 lignes $\frac{2}{3}$, le Ciel étant serein avec un vent médiocre à l'Est, mais aussitost le Mercure remonta, & le vent passa vers l'Ouest & le Sud-Ouest; la différence entre le plus haut & le plus bas de ce Barometre, a été d'un pouce 6 lignes comme à l'ordinaire.

Il n'y a rien pour les Vents de cette année qui merite d'y faire attention; mais je remarque en général que dans ce pays-ci toutes les fois que le vent de Sud-Ouest & d'Ouest regne pendant quelque temps, le Ciel est couvert vers le soir & au commencement de la nuit, & que vers le matin il est serein. Il me semble que la raison en est assés claire, car pendant l'après midi le Soleil donnant assés à plomb sur les Mers qui sont à notre couchant, en éleve beaucoup de vapeurs qui nous sont apportées ensuite vers le commencement de la nuit; au contraire pendant la nuit il s'éleve peu de vapeurs de ces mêmes Mers, & le vent durant toûjours le même, le Ciel doit être assés serein vers le matin.

REMARQUE.

Il arrive presque toûjours que ceux qui ont été blessés en quelque partie du corps, y sentent des douleurs toutes les fois que le temps se dispose à changer. Voici de quelle maniere j'ai pensé qu'on pouvoit l'expliquer. Le tissu des parties offensées doit être fort délicat, en sorte qu'on ne peut pas les toucher sans sentir de la douleur; & dans les changements de temps, l'air devenant ou plus leger ou plus pesant, fait une impression extraordinaire sur ces parties, ou en les comprimant, ou en les étendant comme si elles en étoient touchées, ce qui peut causer la douleur qu'on y ressent.

De la Déclinaiſon de l'Aiman.

Nous avons trouvé la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée de 11 degrés 15 minutes le 30 Decembre. Cette Obſervation a été faite avec l'Aiguille de 8 pouces de longueur dont nous nous ſervons ordinairement, & dans le même lieu que les années précédentes, qui eſt un gros pilier placé au bout de la Terraſſe de l'Obſervatoire vers le midi. On applique le côté de la boîte de la bouſſole contre une des faces de ce pilier, & l'on a vérifié il y a long-temps, que cette face étoit exactement tournée vers le Couchant, en y mettant contre une groſſe regle qui portoit deux pinnules à ſes extrémités, pour voir ſi le rayon du Soleil qui paſſoit par les pinnules, convenoit avec le vrai midi marqué par les grandes Horloges à pendules reglées ſur le Soleil, ce qui s'eſt trouvé fort juſte, car ce bâtiment avoit été orienté avec beaucoup de ſoin & de précautions par feu M. Picard.

Nous avons obſervé auſſi dans le même temps la déclinaiſon de l'Aiman avec une autre aiguille de 4 pouces ſeulement, & nous l'avons trouvée la même qu'avec celle de 8 pouces.



OBSERVATIONS

Sur une espece d'Enflûre appellée Emphyseme.

Par M. LITTRE.

UNE Enflûre de cette espece, d'une grandeur monstrueuse, & que j'ai examinée depuis peu avec soin, m'a engagé à parler de ces sortes d'enflûres. Je le fais d'autant plus volontiers, que je ne sçache point d'Auteur qui se soit donné la peine d'en expliquer les causes, & la maniére dont elles se forment. 18 Janvier 1713.

L'Enflûre nommée *Emphyseme,* est une tumeur contre nature, faite d'air.

Cette tumeur a son principal siege dans la graisse sous la peau qui recouvre la poitrine. Lorsqu'avec le doigt on la presse, on sent une espece de fretillement. Le doigt y fait aisément une impression; mais presqu'aussitôt que la pression cesse, la partie enfoncée se releve & le creux se remplit. Enfin cette tumeur accompagne quelques-unes des playes qui pénétrent dans la capacité de la poitrine.

On divise les playes qui pénétrent dans la capacité de la poitrine, en celles qui parviennent jusques dans la capacité, mais qui ne blessent aucune des parties qui y sont contenuës, & que nous appellerons *playes pénétrantes simples;* & en celles qui parviennent non seulement dans la capacité, mais qui blessent les parties contenuës, & que nous nommerons *playes pénétrantes composées.* Les unes & les autres peuvent estre suivies d'un Emphyseme.

Les playes pénétrantes simples sont suivies d'Emphyseme, lorsqu'elles sont étroites, que leur direction se trouve tortueuse, & que par leur moyen il entre de l'air dans la capacité de la poitrine, dont il ne peut sortir par l'endroit par où il y est entré.

Les playes pénétrantes composées sont aussi suivies d'Emphyséme, comme les simples, lorsque leur diametre est petit; & qu'avec cela le poumon est blessé sans l'être pourtant considérablement. A quoy il faut adjoûter, que les autres parties renfermées dans la capacité de la poitrine, ne doivent point avoir été blessées, ou l'avoir été légerement.

La raison de cela est, que lorsque la playe est considérable dans ces parties, il s'épanche une si grande quantité de sang dans la capacité de la poitrine, que le blessé est étouffé avant que l'air, qui s'y épanche aussi, puisse former un Emphyséme. D'ailleurs, quand la mort même n'arriveroit pas, le sang presse trop le poumon & embarrasse trop l'air pour qu'il se puisse faire un Emphyséme.

On n'a point d'Emphyséme à craindre ni dans les playes pénétrantes simples, ni dans les pénétrantes composées, lorsqu'elles sont larges, droites, & que l'air entré par ces playes dans la capacité de la poitrine, en peut sortir librement par la même voye qu'il y est entré.

L'air peut parvenir dans la capacité de la poitrine par deux voyes, & de deux endroits différents. Dans les playes pénétrantes simples il est conduit du dehors du corps par la playe ; & outre ce premier passage, le poumon dans les pénétrantes composées y en fournit un second, par l'endroit où il a été blessé. On va voir dans ce qui suit la maniére dont tout cela se peut faire.

Notre respiration est composée de deux sortes de mouvements, qui se succedent l'un à l'autre sans relâche pendant que nous vivons. On donne le nom d'inspiration à l'un de ces mouvements, & celui d'expiration à l'autre.

Dans l'inspiration la poitrine est dilatée par des muscles destinés à cet usage. Par l'action de ces muscles les parois de la poitrine se trouvent disposées de maniére, que les côtes du côté droit s'écartent de celles du côté gauche, le sternon s'éloigne des vertebres du dos, & le diaphragme descend dans la cavité du ventre.

Lorsque la poitrine se dilate, d'un côté sa capacité s'élargit à proportion, & le poumon qui y est contenu, en fait de même;

il ſe moule à la capacité, l'occupe & la remplit de ſorte qu'il n'y reſte aucun vuide: de l'autre côté, ſes parois acquerant plus de volume, pouſſent de tous côtés l'air qui les environne, & le déterminent à s'engager dans le poumon, où il rencontre moins de réſiſtance. Par la même raiſon il s'inſinuë de l'air entre les panneaux d'un ſoufflet, lorſqu'on les écarte l'un de l'autre. Le reſſort de l'air & ſa peſanteur concourent encore à le faire entrer dans le poumon pendant la dilatation de la poitrine.

La bouche & le nez donnent à l'air un paſſage pour arriver à la trachée artere; celle-ci ſe diviſe en pluſieurs branches & en une infinité de rameaux, & ceux-ci ſe terminent en de petites véſicules.

L'inſpiration finie, l'expiration commence, en voici la raiſon & la maniére.

Lorſque les muſcles qui ſervent à dilater la poitrine, ſe mettent en contraction, ils tirent & allongent ceux qui doivent la reſſerrer. A l'occaſion du tiraillement & de l'allongement des muſcles deſtinés à reſſerrer la poitrine, leurs nerfs, leurs veines & leurs arteres ſe trouvent preſſés, leur diametre diminuë, & il n'y coule preſque plus ni eſprit ni ſang, juſqu'à ce que l'effort que font les eſprits & le ſang arreſtés à l'entrée des muſcles, pour y entrer, devienne ſuperieur à celui des eſprits & du ſang, qui tiennent les muſcles antagoniſtes en contraction ; à quoy donne bientoſt lieu la diſſipation continuelle d'eſprits, qui ſe fait dans les muſcles qui ſont en contraction, pendant qu'au contraire il ſe porte & s'accumule de plus en plus du ſang & des eſprits dans les vaiſſeaux des muſcles allongés & relâchés. Par cette méchanique les muſcles deſtinés à reſſerrer la poitrine, ſe contractent à leur tour, & tirent & allongent ceux qui ſervent à la dilater. Et ces deux mouvements une fois établis, ſe produiſent l'un l'autre alternativement pendant la vie, que l'inſpiration commence & que l'expiration finit.

Dans l'expiration la poitrine ſe reſſerre : en ſe reſſerrant elle preſſe le corps du poumon, & par cette preſſion elle détermine chacune des parties de ce viſcere à ſe reſſerrer auſſi par les fibres charnuës dont elles ſont munies. Par ces deux

moyens l'air eſt chaſſé des véſicules & des bronches du poumon, & pouſſé hors du corps par la bouche & par le nez.

Les muſcles du ventre, en ſe contractant en même temps que ceux qui reſſerrent la poitrine, concourent à la même action. En effet, en pouſſant les parties enfermées dans la capacité contre le diaphragme, ils preſſent le poumon en le pouſſant de bas en haut, pendant que les côtes le preſſent par les côtés, & que le ſternon le preſſe par devant.

L'inſpiration & l'expiration dans l'état naturel ſe font d'une maniére aiſée, douce, égale & réguliére, au lieu que dans l'état contre nature ces deux mouvements ſe font difficilement, avec violence & d'une maniére précipitée & irréguliére. En effet lorſque la poitrine eſt bleſſée, ſur-tout ſi la playe pénétre dans la capacité, & encore davantage ſi elle intereſſe le poumon, il ſe gliſſe de l'air & s'épanche du ſang par ces playes dans la capacité, qui gênent & fatiguent ce viſcere, & l'empêchent de ſe dilater à ſon ordinaire, parce que ces deux liquides épanchés occupent une partie de l'eſpace que ce viſcere devroit occuper ſeul.

Pour lors le bleſſé fait machinalement des reſpirations plus promptes, plus fréquentes & plus fortes, mais moins grandes: d'où il réſulte, ſans qu'il y penſe, une eſpece de compenſation, c'eſt-à-dire, qu'il reçoit plus d'air dans le poumon, & qu'il ſe trouve ſoulagé en quelque maniére.

Pendant ces deux mouvements violents, ſur-tout pendant celui de l'expiration, l'air épanché par la playe dans la capacité de la poitrine, preſſé & pouſſé fortement de tous côtés, fait effort pour s'échapper. Il s'échappe enfin dans les playes pénétrantes ſimples par l'ouverture qui eſt dans la pleure, les muſcles intercôtaux, &c. & dans les playes pénétrantes compoſées il s'échappe, & par l'ouverture de la pleure, & peut-être par celle qui eſt dans le poumon.

Si l'air qui s'échappe de la capacité de la poitrine par l'ouverture de la pleure, ne trouve pas ouvert le reſte de la route qui lui a donné entrée dans cette capacité, parce qu'elle eſt bouchée & fermée en quelque endroit, ſoit par un arrangement nouveau des chairs coupées, ſoit par leur réunion; pour

lors

lors cet air cherche à se faire d'autres voyes à travers les premieres parties qui se présentent; il force peu à peu, & les liens qui les attachent entr'elles, & ceux qui tiennent étroitement jointes ensemble les fibres dont ces parties sont composées; il sépare & écarte les unes des autres, & les oblige à céder à son effort & à lui donner passage. De ces parties il passe à d'autres plus éloignées, soûtenu par un autre air qui le pousse sans cesse par derriére; celui-ci est poussé par un troisiéme, & ainsi de suite. Et d'interstices en interstices la plus grande partie de cet air parvient enfin jusqu'à la peau, où il est arrêté par la densité & l'épaisseur de cette membrane, pendant que l'autre demeure en chemin dans les intervalles des parties ou de leurs fibres.

L'air, qui parvient jusqu'à la peau, se loge principalement dans les cellules de la graisse qui est au-dessous, les étend, s'y accumule, soûleve la peau & forme avec celui qui est arrêté dans les interstices des autres parties, la tumeur qu'on appelle Emphyseme. D'où il paroît que le poumon produit ici le même effet, que le soufflet que le Boucher employe pour détacher plus facilement la peau d'un Veau ou d'une autre bête.

L'air, qui dans les playes pénétrantes composées s'insinuë de la capacité de la poitrine dans le poumon par la playe de ce viscere, peut gagner insensiblement les racines des veines & des vaisseaux lymphatiques, se porter dans les rameaux, les branches & le tronc de la veine poulmonaire, & celui-ci au ventricule gauche du cœur. De ce ventricule cet air peut passer, par le moyen des arteres, jusqu'à la peau. Là il peut s'échapper par les glandes de la graisse dans ses cellules, ou se mêlant avec l'air qui y est porté par la premiére voye, concourt avec lui à la production du même Emphyseme. L'experience nous apprend que dans les Emphysemes, le pus contenu dans la capacité de la poitrine passe dans les poumons par les racines des veines, qu'il se porte dans les reins & sort du corps avec les urines.

L'Emphyseme, dont sont suivies les playes pénétrantes simples, ne sçauroit être ni considérable ni dangereux, parce que

l'air qui le produit, eſt en petite quantité; qu'il ſe diſſipe bientôt par la chaleur & le mouvement des parties voiſines; & qu'il ne ſçauroit être réparé par un nouveau, la voye par où ce nouvel air pourroit eſtre porté du dehors du corps dans la capacité de la poitrine, &c. ſe fermant, après la formation de cet Emphyſeme, en quelqu'endroit de ſon étenduë.

Pour l'Emphyſeme qui ſurvient aux playes pénétrantes compoſées, il eſt aiſé de concevoir qu'il peut devenir bien plus conſidérable. Cet Emphyſeme a non ſeulement pour cauſe le même air que les playes pénétrantes ſimples, mais encore celui qui s'échappe continuellement du poumon par la playe de ce viſcere.

Cet Emphyſeme peut durer autant que la vie du bleſſé, parce qu'il ne vit qu'autant qu'il reſpire; qu'il ne peut reſpirer, que ſon poumon ne ſe dilate & ne ſe reſſerre alternativement. Or le poumon ne peut ſe dilater, que ſa playe ne s'entrouvre, ni la playe s'entrouvrir, qu'il ne s'échappe de nouvel air dans la capacité de la poitrine, & qu'il ne s'y en échappe autant qu'il en faut pour faire durer l'Emphyſeme durant la vie du bleſſé, à moins que la playe du poumon ne vienne à ſe guérir; ce qui eſt difficile, tant à cauſe du mouvement continuel de ce viſcere, qu'à cauſe que l'air enfermé dans la capacité de la poitrine, l'irrite continuellement. Dans l'expiration le poumon eſt preſſé par les parties qui l'environnent, & il ſe reſſerre par ſes propres fibres charnuës; deux cauſes qui doivent donner lieu à l'air de s'échapper du poumon par ſes véſicules ouvertes, paſſer dans la capacité de la poitrine & fournir de quoi entretenir l'Emphyſeme.

Voici à preſent mon obſervation.

Un homme âgé de trente ans, d'une conſtitution fort ſanguine, très-charnu & d'une vigueur extrême, reçut un coup d'épée dans la poitrine, dont il mourut cinq jours après. On l'auroit peut-être ſauvé, s'il avoit voulu ſouffrir l'opération de l'empyeme.

Durant ſa maladie il lui ſurvint un Emphyſeme d'une grandeur monſtrueuſe. On le ſaigna ſix à ſept fois, parce qu'il

crachoit du ſang, & qu'il ne pouvoit reſpirer qu'en faiſant des efforts de la derniére violence, & ſur-tout pendant les derniers jours.

Le bleſſé étant mort, j'ouvris ſon cadavre, j'en examinai principalement trois choſes; 1.° l'Emphyſeme. 2.° les yeux, & 3.° la poitrine avec ſa playe.

L'Emphyſeme, qui d'ordinaire n'a que deux à trois pouces d'épaiſſeur, & qui n'occupe qu'une partie de l'habitude de la poitrine, étoit dans ce cadavre épais de onze pouces, & occupoit toute l'habitude du corps, excepté la plante des pieds, le dedans des mains & la partie ſupérieure de la tête.

Il étoit plus épais ſur la poitrine qu'au reſte du corps; du côté de la playe, que du côté oppoſé; & par devant, que par derriére. Il avoit 11 pouces d'épaiſſeur ſur la poitrine, 9 ſur le ventre, 6 au col & 4 dans les autres parties du corps. La plus grande partie de l'air qui produiſoit l'Emphyſeme, étoit contenuë dans les cellules de la graiſſe ſituée ſous la peau.

Cet Emphyſeme étoit plus épais à la poitrine qu'au reſte du corps, parce que l'air qui pouvoit produire l'Emphyſeme, devoit ſortir de la capacité de la poitrine par ſa playe; par conſequent cet air avoit eu plus d'occaſion de ſe répandre ſur la poitrine, que ſur les autres parties du corps.

Le même Emphyſeme avoit plus d'épaiſſeur à la partie antérieure de la poitrine & du ventre, qu'à la poſtérieure, parce qu'il y a naturellement beaucoup plus de graiſſe à la partie antérieure ſous la peau, qu'à la poſtérieure, par conſequent plus de cellules, où eſt le ſiege principal de l'Emphyſeme. Outre que les cellules y ſont plus nombreuſes, elles y ſont encore plus grandes. D'ailleurs la peau auſſi-bien que les membranes qui forment les cellules de la graiſſe, ſont plus minces & d'un tiſſu plus lâche à la partie antérieure, par conſequent elles s'étendent plus facilement. Ainſi la peau & les cellules ont dû moins réſiſter aux efforts de l'air, ſe laiſſer étendre davantage, en recevoir une plus grande quantité, & produire une tumeur plus groſſe, qu'à la partie poſtérieure.

Il ne s'eſt point formé d'Emphyſeme à la plante des pieds,

au dedans des mains, ni à la partie ſupérieure de la tête. La peau en ces trois endroits-là y tient plus fortement aux parties voiſines, & elle y eſt d'un tiſſu plus épais & plus ſerré. D'ailleurs les membranes qui y compoſent les cellules, ſont auſſi plus denſes & plus épaiſſes; outre cela il y a moins de graiſſe, & cette graiſſe y eſt plus groſſiére & plus ferme. Enfin le grand éloignement qu'il y a de ces trois parties à l'origine de l'Emphyſeme, y doit entrer pour quelque choſe; car il faut que l'air, avant qu'il arrive aux parties éloignées, ait paſſé à travers un grand nombre d'autres, ſoit par les interſtices des parties, ſoit par la voye des vaiſſeaux, par conſequent qu'il ait perdu beaucoup de ſa force en parcourant ce chemin. Cet air n'a donc pû y parvenir, ou y conſerver aſſés de force pour y dilater les cellules de la graiſſe, élever la peau & former un Emphyſeme.

On peut attribuer la grandeur monſtrueuſe de cet Emphyſeme, principalement à trois choſes.

1.° A la vigueur extréme du bleſſé, qui eſtoit à la fleur de ſon âge, & d'une conſtitution ſort ſanguine & très-charnuë.

2.° Aux efforts violents qu'il a faits pendant pluſieurs jours pour reſpirer dans ſa maladie; efforts, qui par leur durée & par leur violence ont pû ſuffire pour faire paſſer aſſés d'air de la capacité de la poitrine à toute l'habitude du corps, & y produire un tel Emphyſeme.

3.° A la playe, en ce qu'elle intereſſoit le poumon, & qu'elle y étoit aſſés longue pour qu'il y eût dans ce viſcere aſſés de véſicules ouvertes, & qu'il s'en échappât dans la capacité de la poitrine aſſés d'air pour produire un Emphyſeme de cette grandeur.

Les yeux dans ce cadavre étoient ſi gros, qu'ils ſortoient en partie de leurs orbites. J'en détachai un d'abord, ayant eu ſoin d'en lier à nœud coulant les vaiſſeaux avant que de les couper. Cet œil avoit ſeize lignes de diametre. Il étoit leger & tendu comme un balon. Puis je fis promptement lâcher les vaiſſeaux liés, & je preſſai ce globe en meſme temps entre mes doigts. Il en ſortit d'abord de l'air avec impetuoſité, & ſur la fin à

force de le presser il en sortit quelques petites gouttes de sang qui étoit fort vermeil. Ce globe diminua de plus de la moitié de son volume durant la pression. Mais il en reprit une partie peu de temps après, apparemment par la raréfaction de l'air qui y étoit resté.

Ensuite j'ouvris le même globe; j'y trouvai peu de sang. L'humeur vitrée étoit à demi-fonduë, & l'aqueuse étoit plus plus fluide qu'elle n'a accoûtumé d'être. Je remarquai de petites bulles d'air dans l'une & l'autre de ces humeurs, principalement dans la vitrée, où vrai-semblablement il avoit été arrêté par la viscosité qui lui restoit encore.

Je procedai de la même maniere à l'égard de l'autre globe, où je fis à peu près les mêmes remarques que dans le premier.

Après avoir examiné les yeux, je passai à l'examen de la poitrine & de sa playe.

Avant que d'ouvrir la poitrine, j'y fis un trou entre deux côtes vers leur milieu, faisant presser en même temps la poitrine & le ventre. Il sortit par ce trou, en forme de vapeur, de l'air en assés grande quantité, qui étoit fort puant.

Je fis ensuite l'ouverture de la poitrine. J'observai qu'il y avoit dans la cavité droite environ deux poëlettes de sang épanché qui étoit purulent; que la playe pénétroit non-seulement dans la capacité, mais qu'elle pénétroit aussi dans un des trois lobes du poumon droit; que les deux lobes, où le coup n'avoit pas porté, étoient tendus & un peu enflammés; que le lobe blessé étoit dur & noirâtre; que la playe étoit encore ouverte dans ce lobe; qu'elle avoit sept à huit lignes de longueur sur une & demie de largeur & une de profondeur. Enfin la playe étoit aussi ouverte à l'endroit de la pleure & des muscles intercôtaux; mais elle étoit fermée depuis ces muscles jusqu'à la peau, où il paroissoit une espece de cicatrice d'environ deux lignes de longueur.

REFLEXIONS

Sur de nouvelles Obſervations du Flux & du Reflux de la Mer, faites au Port de Breſt dans l'année 1712.

Par M. CASSINI.

1. Févr. 1713. DEPUIS que l'Académie Royale des Sciences a entrepris d'examiner les Phénomenes du Flux & du Reflux de la Mer, elle a reçû un grand nombre d'Obſervations faites en divers Ports de la France, qui ont ſervi à trouver de nouvelles regles, tant pour eſtablir le temps des Marées dans chacun de ces Ports, que pour déterminer leurs différentes hauteurs. La pluſpart de ces Obſervations ſemblent prouver qu'il y a un grand rapport entre les mouvements de la Lune & ceux des Marées, puiſque non-ſeulement les retours des grandes & des petites Marées ſuivent aſſés exactement les diverſes phaſes de la Lune, mais même les différentes hauteurs qu'on y obſerve ſont proportionnées aux diverſes diſtances de la Lune à la Terre.

Mais comme on pourroit ſoupçonner que ces divers effets auroient été produits par quelque cauſe inconnuë, qui eût concouru en même temps avec les mouvements de la Lune par une eſpece de hazard; il étoit important de s'en aſſûrer par un plus grand nombre d'Obſervations. Nous avons eu occaſion de le faire par un nouveau Journal d'Obſervations du Flux & du Reflux de la Mer fait à Breſt, qui commence au premier Février de l'année 1712. où le précedent avoit fini, & a été continué juſqu'au 12. Juillet de la même année.

Dans cet intervalle de temps il y a eu ſix Nouvelles & cinq Pleines Lunes, dont les Marées ont été obſervées. Celle qui eſt arrivée le pluſtôt, a été obſervée le 6. Fevrier au matin à $3^h\ 9'$ & celle qui eſt arrivée le plus tard, a été obſervée le 6 Avril au ſoir à $4^h\ 12'\ \frac{1}{2}$ avec une différence de l'une à l'autre

l'une heure & trois minutes. Si l'on ſuppoſe préſentement le temps moyen de la haute Mer à Breſt dans les Nouvelles & Pleines Lunes de $3^h 45'$, de même qu'on l'a déterminé dans le Mémoire précédent, & qu'on y employe l'équation ordinaire de deux minutes pour chaque heure que le temps moyen de la haute Mer anticipe ou retarde, à l'égard de celui de la Nouvelle ou Pleine Lune, on trouvera que la haute Mer a dû arriver le 6 Février jour de la plus grande accélération, à $3^h 7' \frac{1}{2}$ du matin, à une minute & demie près de celle qui a été obſervée, & que le 6. Avril jour du plus grand retardement, la haute Mer a dû arriver à $4^h 15'$, à deux minutes & demie près de celle qui a été obſervée.

Les autres Obſervations qui ſont au nombre de 15, s'accordent pour la plûpart au calcul, à quelques minutes près, & les plus éloignées ne s'en écartent que de 14 minutes, ce qui eſt une préciſion à laquelle on n'auroit oſé eſperer de parvenir, ſi l'on conſidére qu'il eſt ſouvent difficile de s'aſſûrer du temps de la haute Mer à un quart d'heure & même à une demi-heure près.

A l'égard du temps de la baſſe Mer obſervée dans les mêmes phaſes de la Lune, nous trouvons qu'il s'accorde auſſi aſſés exactement au calcul, avec la ſeule difference que la Mer employe quelques minutes plus de temps à deſcendre qu'à monter, comme nous l'avons déja remarqué. Cette difference peut monter à Breſt environ à un quart d'heure dans les Nouvelles & Pleines Lunes, & à une demi-heure dans les Quadratures, & cette regle s'obſerve ſi généralement, que de toutes les Obſervations que nous avons examinées pendant l'eſpace de plus d'une année, il n'y en a que quatre ou cinq qui n'y ſoient pas conformes.

Pour ce qui eſt du temps de la haute Mer obſervée dans les Quadratures, il eſt ſujet à plus d'irregularités que dans les Nouvelles & Pleines Lunes.

La haute Mer qui eſt arrivée le pluſtôt, a été obſervée le 29 Mars à $8^h 8'$ du matin, & celle qui eſt arrivée le plus tard, a été obſervée le 28 Avril à $10^h 11'$ du ſoir avec une

différence de l'une à l'autre de $2^h\ 3'$. Mais ces différences ſont corrigées en partie, en ſuppoſant le temps moyen de la haute Mer à Breſt dans les Quadratures à $8^h\ 57'$, de même qu'on l'a déterminé dans le Mémoire précédent, & employant l'équation ordinaire de deux minutes $\frac{1}{2}$ pour chaque heure que le temps moyen de la haute Mer anticipe ou retarde à l'égard du temps des Quadratures. Car on trouvera que la haute Mer a dû arriver le 29 Mars jour de la plus grande accélération, à $8^h\ 34'$ du matin à 26 minutes près de celui qui a été obſervé, & que le 28 Avril jour du plus grand retardement, la haute Mer a dû arriver à $9^h\ 46'$ du ſoir à 25. minutes près de l'Obſervation.

Nous avons remarqué dans les Mémoires précédents, que le retardement des Marées eſt plus grand vers les Quadratures que vers les Nouvelles & Pleines Lunes. Cela eſt conforme à nos Obſervations, & paroît ſurprenant lorſqu'on conſidére que dans les Nouvelles & Pleines Lunes la Mer s'éleve quelquefois à Breſt à la hauteur de 21. pieds, au lieu que dans les Quadratures elle ne s'éleve quelquefois qu'à la hauteur de 4 à 5 pieds, & monte rarement à celle de 11 pieds.

Cependant ſi l'on ſuppoſe que le mouvement des Marées ſe fait par une eſpece d'impulſion, comme on a tout ſujet de le conjecturer, on trouve que le raiſonnement peut s'accorder à l'experience; car la preſſion de l'air ſur la Mer, peut être telle que non-ſeulement elle faſſe monter la Mer à un plus grand degré de hauteur dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures, mais même qu'elle arrive à cette plus grande hauteur avec plus de vîteſſe.

A l'égard du temps des plus grandes Marées dans chaque Lunaiſon, nous trouvons qu'elles arrivent à Breſt le plus ſouvent un jour après la Nouvelle ou Pleine Lune, de même que les plus petites Marées arrivent auſſi un jour après les Quadratures. Nous avions obſervé à Dunkerque & au Havre-de-Grace que les grandes & petites Marées y arrivoient pour l'ordinaire deux jours après ces phaſes de la Lune, de ſorte qu'il paroît que la preſſion qui ſe fait ſur la Mer dans les

Nouvelles

Nouvelles & Pleines Lunes, & dans les Quadratures, ſe communique plus promptement à Breſt qu'à Dunkerque & au Havre, ce qui paroît conforme au raiſonnement, l'extrémité occidentale où eſt ſitué Breſt, étant beaucoup plus avancée vers l'Océan où ſe fait la preſſion, que les Ports de Dunkerque & du Havre, qui ſont tous deux dans la Manche.

Nous avons déja remarqué que les diverſes hauteurs que l'on obſerve dans les Marées, ſuivent aſſés exactement les diverſes diſtances de la Lune à la Terre; que lorſque la Lune, dans le temps qu'elle eſt Nouvelle ou Pleine, ſe trouve près de ſon Périgée, la Marée eſt plus grande que dans la Sizygie ſuivante, où elle eſt près de ſon Apogée. Cela ſe trouve confirmé par ces dernieres Obſervations, car le 4 Juin 1712, jour de la Nouvelle Lune, cette Planete eſtoit près de ſon Apogée, ſa diſtance à la Terre étant de 1064 parties, dont la moyenne eſt 1000. Auſſi l'on obſerva ce jour-là, qui fut celui de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 16 pieds 2 pouces, au-deſſus d'un point fixe qu'on a pris pour le terme des meſures, & celle de la baſſe Mer de 2 pieds 0 pouce, ce qui donne la quantité de l'élevation de la Marée de 14 pieds 2 pouces. Le 19 Juin ſuivant, jour de la Pleine Lune, cette Planete étoit près de ſon Périgée, ſa diſtance à la Terre étant de 935 parties, dont la moyenne eſt 1000. Auſſi l'on obſerva le 21 Juin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 18 pieds 4 pouces au-deſſus du point fixe, & la hauteur de la baſſe Mer de 10 pouces au-deſſous de ce point, ce qui donne l'élevation de la Marée de 19 pieds 2 pouces, plus grande de 5 pieds que dans l'Obſervation précédente, où la Lune étoit près de ſon Apogée.

Quoique toutes ces Obſervations s'accordent à prouver que les diverſes diſtances de la Lune à la Terre contribuent beaucoup aux diverſes élevations que l'on obſerve dans les Marées, on ne prétend point qu'elles ſoient ſeules la cauſe de toutes les variations que l'on y remarque; & il paroît même qu'il y a d'autres cauſes qui peuvent concourir à faire augmenter & diminuer la hauteur des Marées. On ne parle point ici de ces

causes accidentelles dont il seroit difficile de donner des regles, comme par exemple, de la force & de la situation des vents, de la direction différente des côtes de la Mer, qui non seulement peuvent faire accélerer ou retarder le temps des Marées, mais même y causer des élevations différentes. Mais on entreprend seulement de déterminer celles qui ont quelque période reglée.

Or en examinant toutes les Observations qui ont esté faites depuis le 6 Fevrier 1712 jusqu'au 12 Juillet de la même année, on trouve que la plus haute Marée est arrivée le 24 Mars au soir, & le 25 au matin, où la Mer est montée à la hauteur de 19 pieds 1 pouce. La basse Mer fut observée le 24 au matin, 1 pied 6 pouces au-dessous du point fixe, de sorte que l'élevation de la Mer fut le 24 Mars de 20 pieds 7 pouces. La Lune étoit alors plus près de son Périgée que de son Apogée, sa distance à la Terre étant de 977 parties, dont la moyenne est de 1000, mais on ne peut pas attribuer toute cette élevation de la Marée à la proximité de la Lune à l'égard de la Terre, puisque la hauteur de la Marée fut observée le 24 Mars, plus grande d'un pied 5 pouces que le 21 Juin, temps auquel la Lune étoit beaucoup plus près de son Périgée; il paroît donc qu'il y a eu au mois de Mars quelqu'autre cause qui a contribué à l'élevation de la Marée, & comme cette Observation a été faite près de l'Equinoxe du Printemps, qui est arrivée le 20 à $11^h\ 19'$ du soir, & celle du 21 Juin près du Solstice d'Eté, qui est arrivée à $11^h\ 17'$ du matin; cela nous a donné lieu de conjecturer que toutes choses égales, les Marées sont plus grandes dans les Equinoxes que dans les Solstices.

Dans la Nouvelle Lune suivante, qui arriva le 6 Avril, la Lune étoit plus près de son Apogée que de son Perigée, sa distance à la Terre étant de 1032, dont la moyenne est 1000; & l'on observa le 7 Avril au matin, la hauteur de la Pleine Mer de 18 pieds 2 pouces, & celle de la basse Mer, de 0 pied 5 pouces, ce qui donne l'élevation de la Mer pour ce jour-là, de 17 pieds 9 pouces, plus petite de 3 pieds que

le 24 Mars. Auſſi le devoit-elle être par deux cauſes, dont l'une eſt que la Lune étoit plus éloignée de la Terre le 7 Avril que le 24 Mars; & l'autre, qu'elle étoit plus éloignée de l'Equinoctial.

Ces Obſervations ſe trouvent confirmées par celles qui furent faites à Breſt l'année précédente. Car le 30 Juin 1711, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 960, l'élevation de la Marée fut obſervée le 1 Juillet de 18 pieds 1 pouce, plus petite de 2 pieds 10 pouces que le 14 Septembre près de l'Equinoxe, où elle fut obſervée de 20 pieds 11 pouces; la diſtance de la Lune à la Terre étant le 12 Septembre, jour de la Nouvelle Lune, de 969, c'eſt-à-dire, peu différente de celle du 30 Juin.

Il paroît donc par ces Obſervations, que les différentes hauteurs qu'on obſerve dans les Marées, dépendent de deux cauſes, dont la principale, & qui juſqu'à préſent ſe trouve le plus confirmée par nos Obſervations, eſt la diverſe diſtance de la Lune à la Terre, la ſeconde eſt ſa proximité ou ſon éloignement de l'Equinoctial; & que la combinaiſon de ces deux cauſes produit les principaux Phénomenes qu'on obſerve dans la hauteur des Marées.

Il ſuit de là, 1.° Que lorſque la Nouvelle ou Pleine Lune ſe rencontre dans ſon Périgée, & en même temps dans les Equinoxes, alors la Marée qui ſuit immédiatement eſt la plus haute qui ſoit poſſible.

2.° Que lorſque la nouvelle ou Pleine Lune ſe rencontre dans les Equinoxes vers les moyennes diſtances, alors la hauteur de la Marée eſt plus grande que dans les Nouvelles ou Pleines Lunes qui arrivent vers les moyennes diſtances & près des Solſtices.

3.° Que lorſque la Nouvelle ou Pleine Lune ſe rencontre dans ſon Apogée & en même temps dans les Solſtices, alors la haute Mer eſt la plus petite qui ſoit poſſible. Les deux premiéres regles s'accordent à ce que nous avons remarqué ci-deſſus, & la derniére ſe trouve confirmée par l'Obſervation du 4 Juin 1712. Car alors la Lune étant près de ſon Apogée

& du Solstice d'Eté, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée de 16 pieds 2 pouces, & celle de la baſſe Mer de 2 pieds 0 pouce, ce qui donne l'élevation de la Marée de 14 pieds 2 pouces, qui eſt la plus petite que l'on ait obſervée aux Nouvelles & Pleines Lunes dans l'intervalle de plus d'une année. Le 5 Juillet ſuivant, le Soleil étoit à égale diſtance du Solſtice, mais la diſtance de la Lune à la Terre étoit de 1061, un peu plus petite que le 4 Juin, ce qui a dû cauſer dans la Marée une élevation un peu plus grande, comme on l'a obſervé en effet. Car le 5 Juillet au matin, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée de 16 pieds 3 pouces, & celle de la baſſe Mer d'un pied 8 pouces, ce qui donne l'élevation de la Marée de 14 pieds 7 pouces, plus grande de 5 pouces que le 4 Juin.

A l'égard des petites Marées qui ſuivent les Quadratures, on remarque, de même que nous l'avons fait dans les Mémoires précédents, que leurs diverſes élevations dépendent en partie de la diverſe diſtance de la Lune à la Terre. Par exemple, le 14 Fevrier 1712, jour du premier quartier, la Lune étant près de ſon Apogée, & ſa diſtance à la Terre de 1062, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le 15 Février au ſoir, de 10 pieds 9 pouces 6 lignes, & la hauteur de la baſſe Mer de 5 pieds 2 pouces; de ſorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 5 pieds 7 pouces 6 lignes. Le 29 Février ſuivant, jour du troiſiéme quartier, la Lune étant près de ſon Périgée, & ſa diſtance à la Terre de 975, on obſerva le 2 Mars au matin, la hauteur de la Pleine Mer de 11 pieds 9 pouces, plus grande de 11 pouces 6 lignes que le 15 Février.

Le 15 Mars, jour du premier quartier, la Lune étant près de ſon Apogée, & ſa diſtance à la Terre de 1063, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le 16 Mars au matin, de 10 pieds 10 pouces, & la hauteur de la baſſe Mer de 6 pieds 4 pouces; de ſorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 4 pieds 6 pouces, un peu moindre que le 15 Février; ce qui devoit arriver, la Lune étant alors un peu plus près de la Terre que dans l'Obſervation du mois précédent.

Dans les Quadratures qui ſont arrivées lorſque la Lune étoit

à peu-près à égale diſtance de la Terre, on a obſervé à peu-près une même hauteur dans l'élevation des Marées. Car le 12 Juin, jour du premier quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1020, on obſerva le 12 au matin, qui fut le jour de la plus petite Marée, la hauteur de la Pleine Mer de 12 pieds 9 pouces, & celle de la baſſe Mer de 3 pieds 5 pouces; de ſorte que l'élevation de la Mer a été ce jour-là de 9 pieds 4 pouces.

Le 25 Juin ſuivant, jour du dernier quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1028, on obſerva le 28 au matin, la hauteur de la Pleine Mer de 12 pieds 5 pouces 8 lignes, & celle de la baſſe Mer de 3 pieds 11 pouces 4 lignes; de ſorte que l'élevation de la Mer a été ce jour-là de 8 pieds 6 pouces 4 lignes, un peu plus petite que celle du 28 Juin, comme on a dû l'obſerver; la diſtance de la Lune à la Terre étant plus petite le 13 Juin que le 28. Ces deux Obſervations ayant été faites près du Solſtice d'Eté, nous les avons comparées avec celles qui ont été faites près des Equinoxes, & nous avons trouvé que toutes choſes égales, les petites Marées qui ſuivent les Quadratures, ſont plus grandes vers les Solſtices que vers les Equinoxes. Car la hauteur de la Pleine Mer a été obſervée le 16 Mars, jour de la plus petite Marée, de 10 pieds 10 pouces, la Lune étant près de ſon Apogée; & le 31 Mars, de 13 pieds 2 pouces, la Lune étant près de ſon Périgée. Prenant un milieu, on aura la hauteur moyenne des Marées dans les Equinoxes à Breſt, de 12 pieds, plus petite de 7 à 8 pouces que la hauteur moyenne tirée des Obſervations du 15 & du 28 Juin, faites dans les Solſtices.

Quoique cet effet paroiſſe contraire à celui que nous avons obſervé dans les Nouvelles & Pleines Lunes, dont les Marées ſont plus grandes vers les Equinoxes que vers les Solſtices, on voit cependant qu'il peut dépendre de la même cauſe. Car la Lune étant dans un de ſes quartiers dans le temps de l'Equinoxe, parcourt par ſon mouvement journalier un cercle parallele peu éloigné des Tropiques, & la preſſion qu'elle cauſe ſur la Mer, ſe faiſant ſuivant un petit cercle, doit s'y faire moins reſſentir.

Au contraire, la Lune étant dans un de ſes quartiers au temps du Solſtice, parcourt par ſon mouvement journalier l'Equinoctial, ou un parallele qui en eſt fort peu éloigné, & par conſéquent ſa preſſion ſur les eaux de la Mer, qui ſe fait ſuivant un grand cercle de la Terre, doit être plus grande que lorſqu'elle parcourt un des Tropiques.

Il paroît par-là que les diverſes hauteurs que l'on obſerve dans les Marées des Equinoxes & des Solſtices, ne doivent point ſe regler précisément ſur les temps des Equinoxes & des Solſtices, mais ſur la plus grande ou plus petite déclinaiſon de la Lune à l'égard de l'Equinoctial. Car le Soleil étant dans l'Equinoxe du Printemps, & la Lune dans ſon dernier quartier, c'eſt-à-dire, dans les ſignes Meridionaux, la hauteur de la Marée doit être beaucoup plus petite, lorſque la latitude de la Lune eſt Meridionale, que lorſqu'elle eſt Septentrionale; & par la même raiſon, le Soleil étant dans le Solſtice d'Eté dans le temps de la Nouvelle Lune, la hauteur de la Marée doit être beaucoup plus petite, lorſque la latitude de la Lune eſt Septentrionale, que lorſqu'elle eſt Meridionale.

On peut donc tirer de ces Obſervations ces deux regles générales.

1.° Que toutes choſes égales, les Marées doivent être plus petites, lorſque la Lune étant dans ſon Apogée & dans les ſignes Meridionaux, ſa latitude eſt en même temps Meridionale; ou bien lorſque la Lune étant dans ſon Apogée & dans les ſignes Septentrionaux, ſa latitude eſt auſſi Septentrionale.

2.° Qu'au contraire les Marées doivent être plus grandes, lorſque la Lune étant dans ſon Périgée, parcourt l'Equinoctial ſans aucune déclinaiſon.

Il eſt difficile de trouver des Obſervations qui ayent été faites précisément dans ces différentes circonſtances. Il nous ſuffira de remarquer que le 16 Juin 1711, jour de la Nouvelle Lune, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1048, c'eſt-à-dire, que la Lune étant près de ſon Apogée, avec une déclinaiſon Meridionale de 26^{d} 36′, qui eſt la plus grande qu'on ait trouvée dans l'eſpace de plus d'une année; la hauteur

de la Pleine Mer fut obſervée le 17 de 16 pieds 2 pouces 6 lignes, qui eſt une des plus petites qu'on ait remarquée. Le 4 Juin de l'année ſuivante, jour de la nouvelle Lune, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1064, & la déclinaiſon Septentrionale de la Lune de 25^d 10'; la hauteur de la plus grande Marée fut obſervée ce jour-là de 16 pieds 2 pouces, qui eſt la plus petite que nous avons trouvée à Breſt dans les Obſervations des Nouvelles & Pleines Lunes.

On remarque le même effet dans les quadratures. Car le 5 Septembre 1711, jour du dernier quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1061, & la déclinaiſon Septentrionale de la Lune de 26^d 31', qui eſt une des plus grandes qui ſoit arrivée depuis le 23 Juin 1711 juſqu'au 11 Juillet 1712, la hauteur de la plus petite Marée fut obſervée le 6 Septembre de 10 pieds 3 pouces, qui eſt la plus baſſe qu'on ait remarquée dans l'eſpace de plus d'une année. La hauteur de la baſſe Mer fut obſervée le ſoir de 5 pieds 11 pouces; de ſorte que l'élevation de la Mer n'a été ce jour-là que de 4 pieds 4 pouces.

Le 15 Mars de l'année ſuivante 1712, jour du dernier quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1063, à peu-près de même que le 5 Septembre, & la déclinaiſon Septentrionale de la Lune de 25^d 45', un peu plus petite que dans l'Obſervation de l'année précédente, la hauteur de la plus petite Marée fut obſervée le 16 Mars de 10 pieds 10 pouces, un peu plus grande que le 5 Septembre 1711, mais une des plus baſſes que l'on ait remarquée, l'élevation de la Mer n'ayant été ce jour-là que de 4 pieds 6 pouces.

A l'égard des plus grandes Marées qui doivent arriver lorſque la Lune eſt dans ſon Périgée, & parcourt l'Equinoctial, nous n'avons point d'Obſervations à Breſt qui ayent été faites dans ces circonſtances; & il ſuffira de remarquer que le 12 Septembre 1711, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 969, & ſa déclinaiſon à l'égard de l'Equinoctial de 2^d 39', qui eſt la plus petite qui ſoit arrivée dans les Nouvelles & Pleines Lunes, depuis le 16 Juin 1711 juſqu'au 11 Juillet 1712, la hauteur de la Pleine Mer fut obſervée le 14 Septembre de 18 pieds

11 pouces, & celle de la basse Mer de 2 pieds au-dessous du point fixe, ce qui donne l'élevation de la Marée pour ce jour-là, de 20 pieds 11 pouces, qui est une des plus grandes qui soit arrivée à Brest dans cet intervalle de temps.

On peut remarquer ici que la différence entre les cercles paralleles d'un degré à l'autre, va toûjours en augmentant en s'éloignant de l'Equateur & s'approchant du Pole, & que par conséquent la variation de la déclinaison de la Lune doit produire un effet moins sensible sur les Marées près de l'Equinoctial, que vers les Tropiques.

Les Observations que nous avons rapportées ci-dessus, semblent prouver suffisamment que les différentes déclinaisons de la Lune à l'égard de l'Equinoctial, contribuent à augmenter ou diminuer la hauteur des Marées, aussi bien que les diverses distances de la Lune à la Terre. Ces deux causes étant pour l'ordinaire compliquées ensemble, il est nécessaire, pour les distinguer, d'avoir un grand nombre d'Observations faites en différentes situations de la Lune, tant à l'égard de la Terre qu'à l'égard de l'Equinoctial; c'est pourquoi nous avons cru en devoir examiner quelques-unes qui avoient été faites à Brest en 1692.

Le Journal de ces Observations commence au 6 Juin de l'année 1692. & finit au dernier Octobre de la même année. On y a marqué jour par jour la hauteur de la Pleine Mer, à l'égard d'un rocher nommé la Rose, qui est à l'entrée & au dedans du Port, & on y a adjoûté la température de l'air, la situation & la force du vent.

Par l'examen que nous avons fait de toutes ces Observations, nous avons trouvé que dans cet intervalle de temps, la plus grande Marée est arrivée le 12 Septembre 1692, deux jours après la Nouvelle Lune, la Mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 28 pieds 7 pouces. Ayant calculé la situation de la Lune pour le temps de la Nouvelle Lune précédente, qui est arrivée le 10 Septembre à 6^h 12' du soir, nous avons trouvé que cette Planete étoit fort près de son Périgée, sa distance à la Terre étant de 936 parties, dont la moyenne
est

est 1000. La Lune étoit aussi fort près de l'Equinoctial, sa déclinaison Meridionale n'étant que de 3^d $11'$, qui peuvent causer très-peu de variation dans la hauteur de la Mer.

Dans les autres Observations des Marées faites aux Nouvelles ou Pleines Lunes, cette Planete étoit non seulement plus éloignée de la Terre que le 10 Septembre, mais même sa déclinaison, à l'égard de l'Equinoctial, étoit plus grande; ainsi toutes les Marées ont dû être plus petites que le 12 Septembre, ce qui est conforme aux Observations.

Dans la Pleine Lune suivante, qui est arrivée le 25 Septembre à 10^h $54'$ du matin, la Lune étoit dans son Apogée; sa distance à la Terre étoit de 1065, & sa déclinaison Septentrionale de 4^d $59'$. Aussi l'on observa le 25 la hauteur de la Mer de 25 pieds 5 pouces, plus basse de 3 pieds 2 pouces que le 12 du même mois.

Le 14 Juin de la même année, jour de la Nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 993, dont la moyenne est 1000, & sa déclinaison Septentrionale de 27^d $10'$, qui est la plus grande qui soit arrivée; on observa le 16 la hauteur de la Mer de 25 pieds 7 pouces, plus basse d'un pied 5 pouces que la hauteur moyenne des Marées, tirée des Observations faites au mois de Septembre, lorsque la Lune étoit près de l'Equateur.

A l'égard des petites Marées observées à Brest dans les Quadratures, on trouve que la plus grande est arrivée le 23 Juin, deux jours après le premier quartier, la Mer étant montée ce jour-là à la hauteur de 21 pieds 4 pouces. La Lune étoit alors près de son Périgée, sa distance à la Terre étant de 977. Elle étoit aussi fort près de l'Equinoctial, sa déclinaison Septentrionale n'étant que de 3^d $42'$.

Le 8 Juin précédent la hauteur de la mer fut trouvée de 19 pieds 1 pouce, plus petite de 2 pieds 3 pouces que le 23 Juin, comme on a dû l'observer, la Lune étant le 6 Juin jour du dernier quartier dans son Apogée, & sa distance à la Terre de 1064.

On voit donc par les Observations faites à Brest en 1692.

de même que par celles qu'on a fait les années derniéres dans le même port, que la distance de la Lune à la Terre & sa déclinaison à l'égard de l'Equateur, contribuent beaucoup à l'augmentation & à la diminution qu'on observe dans la hauteur des Marées.

Sur ces principes nous avons dressé des Tables pour trouver à Brest la hauteur des Marées, tant dans les Nouvelles & Pleines Lunes que dans les Quadratures.

Nous supposons pour cela qu'à Brest dans les grandes Marées qui suivent les Nouvelles ou Pleines Lunes, lorsque cette Planette est dans son Périgée, & qu'elle parcourt en même temps l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 20 pieds 0 pouce; que lorsque la Lune est dans son Apogée & sur l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 17 pieds 0 pouce; & que lorsqu'elle est dans son Apogée, & que sa déclinaison à l'égard de l'Equinoctial est de 28^{d} 50′ qui est la plus grande qu'elle puisse avoir, la hauteur de la Pleine Mer est de 15 pieds 6 pouces. Nous supposons aussi que dans les petites Marées qui suivent les Quadratures, lorsque la Lune est dans son Périgée & qu'elle parcourt l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 14 pieds 0 pouce; que lorsque cette Planette est dans son Apogée & sur l'Equinoctial, la hauteur de la Pleine Mer est de 12 pieds 0 pouce, & que lorsqu'elle est dans son Apogée, & que sa déclinaison est de 28^{d} 50′, la hauteur de la Pleine Mer est de 10 pieds 6 pouces.

Suivant ces regles la différence de la hauteur de la Pleine Mer causée par les diverses distances de la Lune à la Terre dans les Nouvelles & Pleines Lunes, est de 3 pieds 0 pouce, plus grande du double que celle qui est produite par la déclinaison de la Lune à l'égard de l'Equinoctial.

Mais comme la différence entre la distance de la Lune à la Terre dans son Apogée & dans son Périgée, est plus petite d'un tiers dans les Quadratures que dans les Nouvelles & Pleines Lunes, l'on a supposé que la différence de la hauteur de la Pleine Mer causée par les diverses distances de la Lune à la Terre dans les Quadratures, n'est que de 2 pieds, conformément aux Observations.

Dans les autres ſituations de la Lune à l'égard de la Terre, la hauteur de la Pleine Mer eſt proportionnée aux diverſes diſtances de la Lune à la Terre. Pour trouver les variations cauſées par la déclinaiſon de la Lune à l'égard de l'Equinoctial, nous avons pris des déclinaiſons dont les ſinus des compléments ſont en proportion Arithmetique, afin de pouvoir diſtribuer également la hauteur des Marées.

On trouvera par le moyen de ces Tables & des Regles ſuivantes, la hauteur des grandes & des petites Marées à Breſt, tant dans les Nouvelles & Pleines Lunes, que dans les Quadratures.

REGLE I.

Trouver à Breſt la hauteur de la plus grande Marée, qui doit arriver dans une Nouvelle ou Pleine Lune donnée:

Cherchés par les Tables Aſtronomiques la diſtance de la Lune à la Terre, & ſa déclinaiſon à l'égard de l'Equinoctial. Prenés au haut de la premiére Table la diſtance de la Lune à la Terre, & à côté ſa déclinaiſon, & vous trouverés vis-à-vis la hauteur de la plus grande Marée.

REGLE II.

Trouver à Breſt la hauteur de la plus petite Marée, qui doit ſuivre une des Quadratures:

Cherchés par les tables Aſtronomiques la diſtance de la Lune à la Terre & ſa déclinaiſon. Prenés au haut de la ſeconde Table la diſtance de la Lune à la Terre & à coſté ſa déclinaiſon, la hauteur de la Marée qui répond à ces deux chiffres ſera la hauteur de la plus petite Marée qui ſuit la Quadrature donnée.

EXEMPLE I.

On cherche la hauteur de la plus grande Marée, qui eſt arrivée dans la Nouvelle Lune d'Octobre 1711.

On trouvera que le 12 Octobre à $6^h\ 0'$ du matin, temps de la Nouvelle Lune, la diſtance de cette Planette à la Terre étoit de 947, & ſa déclinaiſon Méridionale de $12^d\ 13'$.

Prenés dans la premiére Table vis-à-vis de 95 & de 12^d $0'$ la hauteur de la plus grande Marée qu'on trouvera de 19 6, précisément de même qu'on l'a observée.

EXEMPLE II.

On cherche la hauteur de la plus grande Marée, qui est arrivée dans la Nouvelle Lune de Juin 1712.

On trouvera que le 4 Juin à 7^h $25'$ du matin, temps de la Nouvelle Lune, la déclinaison Septentrionale de cette Planette étoit de 25^d $10'$ & sa distance à la Terre de 1064. Prenés dans la premiére Table vis-à-vis de 106 & de 25^d 33, la hauteur de la plus grande Marée qu'on trouvera de 15 pieds 10 pouces plus petite seulement de 4 pouces que celle que l'on a observée.

EXEMPLE III.

On cherche la hauteur de la plus petite Marée qui suit le premier quartier de la Lune du 23 Juin 1712.

On trouvera que le 25 Juin à 8^h $18'$ du soir, la déclinaison Septentrionale de la Lune étoit de 6^d $30'$ & sa distance à la Terre de 987. Prenés dans la seconde Table vis-à-vis de 99 & de 6^d $56'$, la hauteur de la plus petite Marée qu'on trouvera de 13 pieds 8 pouces o' à 4 lignes près de celle qui a esté observée.

EXEMPLE IV.

On cherche la hauteur de la plus petite Marée qui suit le premier quartier de la Lune du 5 Septembre 1712.

On trouvera pour ce temps la distance de la Lune à la Terre de 1061 & sa déclinaison Septentrionale de 26^d $28'$. Prenés dans la seconde Table vis-à-vis de 106 & de 26^d $25'$ la hauteur de la plus petite Marée qu'on trouvera de 10 pieds 9 pouces plus grande seulement de 6 pouces que celle qu'on a observée.

On pourra dresser des regles semblables pour trouver la hauteur des Marées dans les autres Ports de l'Océan, pourvû

qu'on ait diverſes Obſervations de la Pleine Mer faites en différentes ſituations de la Lune, & principalament lorſqu'elle eſt près de ſon Apogée & de ſon Perigée ; qu'elle parcourt l'Equinoctial, ou qu'elle eſt vers ſa plus grande déclinaiſon.

TABLE de la Hauteur des Grandes Marées dans les Nouvelles & Pleines Lunes.

Déclinaiſon de la Lune.	*Diſtance de la Lune à la Terre.*												
	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106
	Hauteur de la Pleine Mer à Breſt dans les Nouvelles & Pleines Lunes.												
Deg. Min.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.	Pieds. Pouc.
0 0	20 0	19 9	19 6	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0
6 56	19 11	19 8	19 5	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11
9 48	19 10	19 7	19 4	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10
12 0	19 9	19 6	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9
13 50	19 8	19 5	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8
15 26	19 7	19 4	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7
16 54	19 6	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6
18 14	19 5	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5
19 28	19 4	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4
20 37	19 3	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3
21 42	19 2	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5	16 2
22 44	19 1	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4	16 1
23 43	19 0	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3	16 0
24 39	18 11	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5	16 2	15 11
25 33	18 10	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4	16 1	15 10
26 25	18 9	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3	16 0	15 9
27 15	18 8	18 5	18 2	17 11	17 8	17 5	17 2	16 11	16 8	16 5	16 2	15 11	15 8
28 3	18 7	18 4	18 1	17 10	17 7	17 4	17 1	16 10	16 7	16 4	16 1	15 10	15 7
28 50	18 6	18 3	18 0	17 9	17 6	17 3	17 0	16 9	16 6	16 3	16 0	15 9	15 6

TABLE de la Hauteur des Petites Marées dans les Quadratures.

Déclinaison de la Lune.		*Distance de la Lune à la Terre.* 98		99		100		101		102		103		104		105		106	
		Hauteur de la Pleine Mer à Brest dans les Quadratures.																	
Deg.	Min.	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.	Pieds.	Pouc.
0	0	14	0	13	9	13	6	13	3	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0
6	56	13	11	13	8	13	5	13	2	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11
9	48	13	10	13	7	13	4	13	1	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10
12	0	13	9	13	6	13	3	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9
13	50	13	8	13	5	13	2	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8
15	26	13	7	13	4	13	1	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7
16	54	13	6	13	3	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6
18	14	13	5	13	2	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8	11	5
19	28	13	4	13	1	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7	11	4
20	37	13	3	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6	11	3
21	42	13	2	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8	11	5	11	2
22	44	13	1	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7	11	4	11	1
23	43	13	0	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6	11	3	11	0
24	39	12	11	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8	11	5	11	2	10	11
25	33	12	10	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7	11	4	11	1	10	10
26	25	12	9	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6	11	3	11	0	10	9
27	15	12	8	12	5	12	2	11	11	11	8	11	5	11	2	10	11	10	8
28	3	12	7	12	4	12	1	11	10	11	7	11	4	11	1	10	10	10	7
28	50	12	6	12	3	12	0	11	9	11	6	11	3	11	0	10	9	10	6



EXAMEN

De la maniére dont le Fer opere ſur les liqueurs de notre Corps, & dont il doit être préparé pour ſervir utilement dans la Pratique de la Médecine.

Par M. LEMERY le Fils.

IL n'y a guéres de partie de la Phyſique plus capable que la Chimie, d'amuſer la curioſité par des Phenomenes nouveaux. Pour peu qu'on travaille dans cette Science avec une certaine ſagacité, & ſi j'oſe m'exprimer ainſi, avec un eſprit de découverte, on ſe trouve arrêté preſqu'à chaque pas par l'agrément de la nouveauté; mais cet agrément ne doit pas faire le but principal de notre étude. C'eſt l'utilité Médicinale qui doit nous occuper particuliérement, & quand on rapporte tout à ce point de vûë, il y a peu d'expériences Chimiques dont on ne puiſſe tirer des conſéquences & des lumiéres, par rapport à la Théorie ou à la Pratique de la Médecine. 4 Fevrier 1713.

Suivant donc ce deſſein, j'ai tâché de faire uſage de pluſieurs expériences que j'avois faites ſur le Fer, & dont je me ſervirai dans ce Mémoire. 1.° Pour donner une idée ſenſible de la maniére dont il opere ſur nos liqueurs. 2.° Pour prouver manifeſtement l'abus de certaines préparations, dans leſquelles il ſemble qu'on ait pris à tâche de détruire la vertu de ce métal, & enfin pour faire ſentir à l'Artiſte ce qu'il doit ſcrupuleuſement obſerver dans les différentes préparations du Fer; j'en propoſerai à cette occaſion quelques-unes que j'ai faites ſelon la même méthode, & qui m'ont parfaitement réuſſi dans la Pratique.

Il n'y a preſque point de liqueur dans la nature qui par elle-même, & ſans le ſecours du feu, ne ſoit capable d'entamer le Fer, & de s'en charger, c'eſt-là ce qui contribuë d'abord à ſon action ſi efficace & ſi ſpecifique, dans ce qu'on appelle

communément les pâles-couleurs, & dans plusieurs autres maladies : & en effet si le Fer étoit absolument indissoluble, ou qu'il ne fût dissoluble que par certains esprits corrosifs; les sucs de l'estomach n'y auroient jamais d'action, & ne recevant point d'impression de la part de ce métal qui leur seroit inaccessible, ils n'en pourroient point être altérés, & ils ne lui serviroient point de véhicule pour le porter dans le sang; il seroit donc par-là absolument inutile à cette derniére liqueur, quelque propriété qu'il pût avoir, & restant dans les premiéres voyes comme il y seroit entré, il n'y causeroit qu'un poids & un embarras, tel qu'il a coûtume de le faire quand il a passé par certaines opérations mal entenduës dont il sera parlé dans la suite.

La nature & la grandeur des pores du Fer étant donc telles qu'ils peuvent aisément admettre & retenir non-seulement des acides développés, mais encore toute sorte de sels grossiers; il suit évidemment de cette observation que le Fer peut être donné comme un excellent absorbant, & qu'il agit effectivement d'abord de cette maniére, c'est-à-dire, en se chargeant des parties salines qui se trouvent dans l'estomach, & en adoucissant toutes les liqueurs qui s'y sont unies; je m'en suis servi avec succès dans cette vûë pour amortir des aigres scorbutiques placés dans l'estomach, qui fatiguoient horriblement le malade, & qui n'avoient pû céder à tous nos absorbants terreux, & à plusieurs autres remedes.

Mais ce n'est pas-là la seule maniére dont le Fer opére chés nous; il n'y a, pour s'en convaincre, qu'à examiner la nature particuliére de ce métal, & les différentes parties dont il est composé.

J'ai fait voir dans un Mémoire donné en 1706. qu'il étoit aisé de découvrir dans le Fer deux sortes de parties, sçavoir, une substance sulphureuse très-active & très-pénétrante, qui, en s'exhalant de la partie fixe du Fer, donne des indices incontestables de sa nature inflammable; & ce qui acheve la démonstration de cette matiére existante dans le Fer, c'est que M. Homberg, avec sa sagacité ordinaire, a trouvé le secret de

de la séparer, sans la perdre, & de la rendre palpable en cet état.

L'autre portion du Fer qui est sa véritable partie ferrugineuse, c'est une matiére métallique qui sert de base à la substance sulphureuse, & qui étant privée de cette substance, n'en admet que mieux dans ses pores la matiére magnetique; mais j'ai prouvé en même temps que plus le fer étoit chargé de parties sulphureuses, plus il étoit dissoluble en général, & que quand il en avoit été dépouillé jusqu'à un certain point, aucune liqueur n'y avoit plus d'action; j'ai fait voir encore que la substance sulphureuse du Fer pouvoit en être facilement séparée, soit par une chaleur assés médiocre qui éleve d'autant mieux cette partie, qu'elle est naturellement fort volatile & fort abondante; soit par l'entrée des acides dans les pores du Fer: car comme ils trouvent dans ces pores une grande quantité de bitume, ils en chassent & ils en expriment une portion, pour pouvoir s'y loger; soit enfin par la sortie de ces mêmes acides, comme nous l'expliquerons plus amplement dans la suite.

Le Fer regorgeant donc, pour ainsi dire, d'une matiére bitumineuse contenuë dans les pores de sa partie métallique, il n'est pas possible que quand il a été mêlé à nos liqueurs, une portion de son bitume n'abandonne pas le métal pour s'aller unir au reste du liquide; & en effet toutes les circonstances qui, dans nos opérations Chymiques, contraignent la partie sulphureuse du Fer à se séparer du reste de la masse, se rencontrent aussi dans nos liqueurs précisément de la même maniére, & elles ne différent entre elles par rapport à leur action, que du plus au moins; en sorte que si le bitume du Fer est obligé de céder aux unes, il doit aussi céder plus ou moins aux autres suivant le degré de leur force.

Car premiérement puisque l'action seule de la chaleur suffit pour faire exhaler de la limaille d'Acier ou de Fer, une quantité assés considérable de matiére sulphureuse, pourquoi cette même limaille reçûë dans l'estomach, & portée ensuite dans les différentes parties de notre corps, où elle trouve une chaleur digestive, n'y laissera-t-elle pas aussi exhaler une partie de son

bitume ? ou ſi cette chaleur, quoique toûjours continuée, n'eſt pas encore aſſés forte pour chaſſer des pores du Fer une grande quantité de ce ſoufre; du moins ſera-t-elle aſſés puiſſante pour rarefier & gonfler la matiére bitumineuſe contenuë dans ſes pores? De même que quand on expoſe un morceau de gâteau ſec à une chaleur douce, le beurre contenu dans les interſtices du gâteau, ſe gonfle, de maniére qu'il en exude au dehors une portion, qui ne trouve plus de place où elle étoit contenuë auparavant. Or en ſuppoſant le même effet dans le Fer, on va voir combien il contribuë à l'évaporation de la matiére ſulphureuſe dont il s'agit.

En ſecond lieu, puiſque les acides qui s'inſinuent dans les pores du Fer, en font toûjours ſortir une matiére ſulphureuſe dont ils prennent la place; pourquoi la même choſe n'arrivera-t-elle pas à ce métal pris intérieurement? car il trouve un grand nombre de ſels dans nos liqueurs, & il s'y diſſout réellement; par conſéquent il y doit répandre d'autant plus facilement & abondamment ſa matiére bitumineuſe, que cette matiére en ſe gonflant par la chaleur, a déja commencé à ſe détacher des parois des pores auxquelles elle étoit collée, & qu'en y laiſſant un vuide moins conſidérable à cauſe de ſon gonflement, les ſels qui font effort pour s'y inſinuer, rencontrent en leur chemin plus de matiére qui leur fait obſtacle; ils doivent donc alors pour ſe placer, en chaſſer une plus grande quantité que ſi la matiére eût demeuré dans ſa condenſation naturelle, & qu'elle eût laiſſé par-là un paſſage plus libre à ces ſels.

Mais, me dira-t-on, le Fer ſoulé d'acides comme il l'eſt dans le Vitriol, & dans les Eaux minérales ferrugineuſes, qui ne ſont qu'un Vitriol diſſout; ce Fer, dis-je, ne peut plus admettre dans ſes pores de nouveaux ſels : comment donc étant pris intérieurement communiquera-t-il à nos liqueurs une portion de ſa matiére ſulphureuſe? Enfin comment le Vitriol & le Fer en ſubſtance peuvent-ils produire les mêmes effets dans certaines maladies ?

Je réponds que les pores du Fer étant fort grands, & remplis de beaucoup de matiére bitumineuſe, les acides qui

qui ont ſervi à réduire ce métal en Vitriol, n'en ont pas chaſſé, en s'y inſérant, tout le bitume qu'ils y ont trouvé; ils n'en ont fait ſortir que la quantité qui n'auroit pû y être contenuë avec le volume des acides, & ils ſe ſont tellement unis au reſte de la matiére ſulphureuſe qui n'a point été déplacée, que quand on les dégage enſuite de leurs gaines ferrugineuſes, ils entraînent toûjours avec eux cette matiére, comme je l'ai prouvé clairement dans les Mémoires de 1706. par des expériences ſenſibles.

Cela étant, quoique le Fer ſoit chargé d'acides & réduit en Vitriol, il ſe trouve encore en état de fournir à nos liqueurs une portion de ſa matiére bitumineuſe; elles n'ont, pour lui enlever & s'approprier cette matiére, qu'à déraciner les acides qui y tiennent, & l'expérience nous prouve clairement qu'elles ſont capables de cet effet. Car j'ai fait voir en parlant de la formation des Encres faites avec le Vitriol, que les corps abſorbans & ſulphureux, comme la Noix de Galle, dépoüilloient le Vitriol de ſes acides, & que la couleur noire ne réſultoit de ce mêlange que par la révivification ſubite du Fer qui fait la baſe de ce minéral. Or il eſt certain que toutes nos liqueurs ſont pleines de matiéres alkalines & ſulphureuſes; auſſi quand on a pris intérieurement du Vitriol, les ſelles deviennent-elles ſouvent toutes noires, parce que ce minéral a trouvé dès les premiéres voyes, une eſpéce de Noix de Galle propre à lui dérober ſes acides.

Mais ce qui mérite quelqu'attention, c'eſt que la même liqueur, par exemple la décoction de Noix de Galle, qui agit en qualité d'abſorbant ſur le Fer revêtu d'acides, agit comme diſſolvant ſur la limaille de Fer ou d'Acier, & ainſi on ne doit point être étonné, ſi les mêmes liqueurs de notre Corps qui ſont propres à priver le Vitriol de ſes acides, peuvent auſſi diſſoudre & diſſolvent effectivement le Fer pur & ſans mêlange; car comme il a en cet état des pores oüverts à toute ſorte de ſels, & par conſéquent à ceux de tous les ſucs qu'il rencontre dans nos Corps, on conçoit aiſément qu'il n'y peut alors réſiſter; mais quand il eſt hériſſé par-tout d'acides,

ce n'eſt plus lui, ce ſont ces acides qui s'offrent aux parties de nos liqueurs, & ce ſont auſſi ſur eux qu'elles portent leur action.

Enfin comme l'action de la Noix de Galle ſur les acides du Vitriol, n'empêche pas la partie ferrugineuſe de ce minéral de recevoir encore de nouveaux acides en place de ceux qu'elle a perdus, & de reprendre par-là ſa premiére forme vitriolique; de même auſſi peut-on conjecturer avec aſſés de vraiſemblance, que quand les parties abſorbantes de nos liqueurs ont enlevé les acides du Vitriol, le Fer qui en faiſoit la baſe, devient alors en état d'abſorber les nouveaux ſels qui ſe preſentent à ſon paſſage, & par-là il communique pluſieurs fois à nos liqueurs ſa matiére ſulphureuſe, ſçavoir, par les acides qu'il y perd, & par les ſels qu'il y recouvre.

A l'égard des Eaux minerales vitrioliques, elles n'agiſſent pas ſeulement par le ſoufre contenu dans leur Vitriol, & qui s'en ſépare de la maniére que nous venons de l'expliquer, elles agiſſent encore par un ſoufre tout dévéloppé qui nage immédiatement dans l'Eau, & qui s'évapore promptement à cauſe de ſa grande volatilité qui n'eſt arrêtée par rien d'aſſés puiſſant pour le retenir long-temps dans le liquide dont il eſt environné. Cette matiére ſulphureuſe telle qu'on la ſuppoſe, peut venir de pluſieurs cauſes, & entr'autres, de ce que dans les Mines de Fer où ſe forme le Vitriol, & par où les Eaux minérales ont paſſé, il regne toûjours une vapeur ſulphureuſe que les acides vitrioliques qui s'engagent dans les pores du Fer, en font élever; de même qu'il arrive dans la formation du Vitriol artificiel, qui ne différe en rien du naturel. Cette vapeur peut encore être augmentée par quelque chaleur ſouterraine, comme nous l'augmentons auſſi quand on fait l'opération du Vitriol ſur un petit feu; car alors la vapeur ſulphureuſe qui s'exhale du Fer eſt aſſés abondante pour pouvoir s'enflammer, ce qui produit un phénomene Chymique très-curieux qui a été découvert & publié par mon Pere en 1701.

Il n'eſt donc pas étonnant que les Eaux qui traverſent les Mines vitrioliques, & qui y deviennent minérales par le

Vitriol qu'elles y diſſolvent, entraînent encore avec elles la vapeur ſulphureuſe dont il s'agit ; c'eſt par rapport à cette vapeur, qui ſe dégage bien-tôt de l'Eau quand elle a été expoſée quelque temps à l'air, que les Eaux minérales qui ſortent nouvellement de leur fontaine, ont plus de vertu, que quand elles ont été gardées ; c'eſt encore par le moyen de ce ſoufre tout développé & fort actif, qu'elles portent à la tête, & qu'elles produiſent même quelquefois une eſpece d'ivreſſe, ce qu'elles ne font point ou très-peu quand ce ſoufre a eu le temps de s'échapper. Enfin, c'eſt par la même raiſon que quand on a fait fondre dans de l'Eau, autant de Vitriol qu'il y en a dans une pareille quantité d'Eau minérale, comme celle de Paſſi; ſi l'on compare enſuite l'effet médicinal de l'Eau minérale récemment tirée de ſa fontaine, avec celuy de la ſolution du Vitriol, on y découvre une différence ſenſible; & cela, parce que les eſprits ſulphureux qui ſe trouvent naturellement dans l'eau minérale, n'ont point été inſérés dans la ſolution ; mais cette différence s'évanouit bientôt par le dégagement & la fuite de ces eſprits; car alors il ne reſte plus à l'Eau minérale qu'une matiére vitriolique ſemblable en nature au Vitriol de la ſolution, & dont on retire de même par le feu, un eſprit acide, & des parties ferrugineuſes.

Pour revenir préſentement à la maniére dont le Fer opére ſur nos liqueurs, on a vû par ce qui a été dit, que la partie ſulphureuſe & volatile qui s'en détache, a une grande part à cette action ; & on le reconnoîtra de plus en plus, ſi l'on conſidére que quand on a fait prendre de la limaille d'Acier dans certaines maladies, quelque temps après le poux s'éléve & devient plus fort, la chaleur augmente & ſe répand partout; le viſage qui étoit pâle & ſouvent plombé & verdâtre, reprend ſa couleur naturelle, & il ſurvient quelquefois des hémorragies conſidérables ; enfin tous les changements qui arrivent pour lors, paroiſſent autant de marques d'une matiére ſpiritueuſe qui s'eſt inſinuée dans les pores du ſang, qui le rarefie & l'anime; c'eſt auſſi par-là que le Fer réuſſit ſi bien dans les pâles-couleurs, où il s'agit de rectifier un ſang

presqu'inanimé, qui par la lenteur & la grossiéreté de ses parties, surcharge les solides, & résiste puissamment à l'effort qu'ils font pour le faire circuler, d'où naissent les palpitations de cœur, les étouffements, l'abbattement & la langueur universelle, & plusieurs autres symptomes qui accompagnent cette maladie.

Mais, me dira-t-on, comment une vapeur sulphureuse peut-elle faire évanouir tous ces accidents? C'est ce que je vais faire voir en peu de mots.

La vapeur sulphureuse qui s'échappe des pores du Fer, & qui va se rendre dans ceux de la masse du sang, doit être regardée comme une espéce de levain spiritueux qui réveille la fermentation de cette liqueur, & qui donne lieu par-là au développement de ses principes spiritueux, & à la précipitation des parties grossiéres qui faisoient sa lenteur & sa tenacité; car le sang n'acquiert la consistance qui lui convient, qu'autant qu'il a été suffisamment dépuré; & cette dépuration ne se fait qu'autant que la fermentation du sang est portée jusqu'à un certain point; de même que le Vin ne devient spiritueux, & ne se dépouille de ses parties tartareuses que par un certain degré de fermentation, qu'on est quelquefois obligé d'exciter & de renouveller après coup par des matiéres sulphureuses & fermentatives, qui font alors sur le Vin, ce que la partie sulphureuse du Fer fait sur le sang dans la maladie dont il s'agit.

Mais ce qui contribuë peut-être encore à achever la dépuration du sang dans cette maladie, c'est la partie fixe du Fer, qui s'étant unie aux parties grossiéres de la liqueur, les entraîne par son propre poids, & les en sépare; de même qu'il arrive quand on éclaircit du Vin qui est demeuré trouble à cause d'un reste de parties tartareuses qui y tiennent encore; car alors on se sert de la Colle de Poisson, ou du Blanc d'Œuf, ou de plusieurs matiéres terreuses & absorbantes qui agissent toutes en arrachant à la liqueur ce qui troubloit sa limpidité.

Il suit de ce qui a été dit, que le Fer opére dans nos Corps de deux maniéres, sçavoir, par sa seule partie sulphureuse ou par toute sa substance, c'est-à-dire, par sa partie fixe & par

ſa partie volatile unies enſemble, comme elles le ſont dans l'état naturel; mais comme la partie fixe & métallique du Fer eſt abſolument indiſſoluble, & par conſéquent incapable d'agir, quand elle eſt privée juſqu'à un certain point de ſon ſoufre, & qu'au contraire la ſubſtance ſulphureuſe peut bien agir ſans le ſecours de l'autre; il eſt clair que c'eſt particuliérement dans la ſubſtance ſulphureuſe du Fer que conſiſte ſa vertu médicinale: par conſéquent dans les différentes préparations du Fer, il faut ſe faire une loi de conſerver autant qu'il eſt poſſible, cette ſubſtance ſulphureuſe, & il y faut apporter une attention d'autant plus grande qu'elle s'échappe facilement, & qu'à meſure qu'elle quitte le Fer, les propriétés médicinales de ce métal diminuent.

Que devons-nous donc penſer de ces préparations de Fer appellées communément *Crocus de Mars,* où l'on ne fait autre choſe que d'enlever au métal la plus grande partie de ſes ſoufres par une calcination qu'on continuë juſqu'à ce qu'il ait été réduit en une poudre rouge? Cependant ces préparations qui, à proprement parler, ne ſont qu'une tête-morte du Fer, ſe trouvent vantées extraordinairement par un grand nombre d'Auteurs, & elles tiennent leur place dans les Boutiques des Apotiquaires, & dans la Pratique de la Medecine; parce que, dit-on, c'eſt un Fer bien plus ouvert, & plus propre à recevoir l'impreſſion de nos liqueurs, que ne l'eſt le Fer ordinaire. Mais pour être convaincu de la fauſſeté du principe ſur lequel on raiſonne, il n'y a qu'à conſidérer que le Fer qui dans ſon état naturel, eſt facilement diſſoluble par les liqueurs les plus foibles, devient preſque tout-à-fait inacceſſible aux eſprits acides les plus forts, quand il a paſſé par ces ſortes d'opérations. Comment donc alors ſe diſſoudra-t-il dans l'eſtomac? comment ſe diſtribuëra-t-il de-là dans d'autres parties? & portera-t-il ſon action ſur le ſang? & ne paroît-il pas au contraire bien plus propre en cet état à s'arreſter dans les premiéres voyes, & à y produire des peſanteurs & des embarras? C'eſt auſſi ce que l'expérience nous fait parfaitement connoître: & ſans la prévention ridicule qu'on a pour ces ſortes de

préparations, le peu de ſuccès qu'on en retire, & les mauvais effets qui en réſultent, leur auroient déja donné une entiere excluſion, & leur auroient fait ſubſtituer la ſimple limaille d'Acier; mais cette prévention va ſi loin, qu'on ne fait pas difficulté d'aſſûrer que ſi les Crocus ont des inconvéniens, il faut s'en prendre à la nature particuliére du Fer, qui, ſans préparation, en auroit encore bien davantage; & par-là on rend en quelque ſorte le Fer reſponſable des mauvais effets qu'il ne produit, que parce qu'on ne le reçoit pas immédiatement des mains de la nature, & qu'il paſſe auparavant par celles de la Chymie.

Il ſeroit à ſouhaiter que ce fût-là le ſeul remede ſur lequel la Chymie s'exerce mal-à-propos; on ne détruiroit pas, comme on le fait, la vertu naturelle de pluſieurs drogues qui ne demandent, pour agir avec efficacité, que d'être placées à propos. Mais pour ce qui regarde le Fer qui fait à préſent notre objet, quoique mon autorité ne ſoit pas déciſive dans la Pratique de la Médecine, je ne laiſſerai pas de remarquer, que la ſimple limaille d'Acier m'a toûjours paru agir en bien moins de temps, & avec infiniment moins d'inconvénients que tous les Crocus imaginables; ce qui s'accorde parfaitement avec nos Obſervations Chymiques; car comme elle eſt infiniment plus diſſoluble que ces Crocus, elle doit bien moins ſéjourner dans l'eſtomac, & paſſer bien plus promptement dans le ſang; par conſéquent les premiéres voyes doivent être d'autant moins fatiguées par ſon poids, que le ſang en reçoit plûtôt l'altération ſalutaire dont il a beſoin pour ſe rétablir. Dans le Languedoc où les pâles-couleurs ſont fort communes, les malades n'ont recours qu'à la limaille d'Acier, dans laquelle elles trouvent une guériſon auſſi ſûre qu'elle eſt prompte; enfin Sidenham illuſtre Medecin Anglois & grand Praticien, confirme parfaitement dans une Diſſertation épiſtolaire, la préférence que je donne a la limaille de Fer ou d'Acier ſur tous les Crocus; car il aſſûre n'avoir jamais obſervé, ni même entendu dire, que le Fer pris en ſubſtance ait eu des ſuites fâcheuſes; & il adjoûte qu'une longue ſuite d'obſervations l'ont convaincu,

que

que le Fer en cet état agiſſoit bien plus vîte & plus efficacement que de quelqu'autre maniére qu'il eût été préparé.

Le Fer rouillé, ſoit à la roſée, ſoit à la pluye, ſoit d'une autre maniére, eſt encore une eſpece de Crocus, à qui les Auteurs donnent de grands éloges; à la vérité comme on n'a point employé le feu pour la préparation de ces ſortes de Crocus, ils ont fait une moindre perte de leurs parties ſulphureuſes: mais quoi qu'il en ſoit, j'ai remarqué par un grand nombre d'expériences qui appartiennent à un autre Mémoire, que pluſieurs liqueurs qui diſſolvent très-promptement le Fer, ne font rien de ſenſible ſur la rouille, & que celles qui opérent ſur la rouille, le font bien plus vîte & plus parfaitement ſur le Fer; ainſi la limaille de Fer eſt encore préférable à la rouille pour l'uſage medicinal, & les malades ne s'en trouveront que mieux quand on ſe voudra bien diſpenſer du travail de cette préparation.

Une des meilleures préparations de Fer, à mon avis, c'eſt ſa teinture; j'ai fait voir, en parlant des Encres vitrioliques, que cette teinture ne conſiſtoit qu'en une poudre de Fer très-ſubtiliſée, & ſuſpenduë dans un liquide par le moyen des parties gluantes qui s'y trouvent naturellement; & comme cette poudre, malgré ſa diviſion & ſa ſuſpenſion, ne perd point ſa couleur naturelle, & qu'elle admet encore très-facilement les acides qu'on lui preſente, on peut regarder la teinture dont il s'agit, comme une eſpece de Fer liquide qui dans l'état où il eſt, ſauve aux ſucs de l'eſtomac, la peine de l'y réduire ; en un mot, le Fer dans cette préparation conſerve toutes ſes bonnes qualités, & n'en devient que plus propre à paſſer promptement dans le ſang. Mais il faut pour cela que cette teinture ait été faite autrement que celle dont on ſe ſert ordinairement dans la Pratique, & pour laquelle on employe le Tartre crud bouilli avec la limaille de Fer ou d'Acier pendant douze ou quinze heures ; car il n'eſt pas poſſible qu'on n'énerve toûjours un peu le principe ſulphureux du Fer, & qu'on ne lui enléve beaucoup de ſa vertu pendant cette longue ébullition qui occaſionne toûjours une

diſſipation de ſes parties volatiles, aſſés diſpoſées déja par elles-mêmes à s'envoler.

D'ailleurs comme on a ſoin de réduire enſuite la liqueur par l'évaporation en conſiſtance de ſirop, on la rend par-là ſi viſqueuſe & ſi collante, qu'en s'attachant à l'eſtomac elle le fatigue plus par ſon poids que ne pourroit faire la limaille de Fer ou d'Acier priſe en ſubſtance. Je ne vois donc pas pourquoi on ſe donne tant d'embarras & de peine à préparer une liqueur qui ne demande ni feu, ni preſqu'aucun appreſt, & qu'on peut faire en aſſés peu de temps & à froid avec un grand nombre de ſucs végétaux, & de décoctions de drogues ſéches, qui joignant leurs propriétés particuliéres à celle du Fer, font ſouvent un compoſé très-ſalutaire dans certains cas. Par exemple, la vertu du Quinquina jointe à celle du Fer, m'a quelquefois parfaitement réuſſi, & chaque Medecin peut, ſuivant ſes indications, imaginer de ſemblables compoſés, qui ſeront bientôt exécutés de la même maniére: enfin, j'ai toûjours obſervé que les teintures étoient d'autant plus efficaces, & ſujettes à d'autant moins d'inconvénients, qu'elles étoient faites avec plus de ſimplicité, & ſans le ſecours du feu.

Le temps ne me permet pas préſentement de faire un détail de toutes les matiéres avec leſquelles j'ai tiré plus ou moins facilement la teinture du Fer. Je dirai ſeulement que j'ai fait en peu de temps des teintures très-fortes & très-excellentes avec les ſucs de Verjus, de Citron, d'Oranges douces & ameres, avec les décoctions d'écorce de Grénade, de Balauſtes, de Sumach, de Noix de galle, de Rhubarbe, de Mirabolans, & de pluſieurs autres matiéres de même nature. Le ſel végétal fondu dans l'eau & laiſſé quelque temps ſur la limaille de Fer ou d'Acier, en tire encore une teinture aſſés forte qui ne céde point en vertu à toutes celles dont on vient de parler.

Pour ce qui regarde préſentement le Fer réduit en ſel ou en Vitriol par le ſecours d'acides propres à cet effet, on a vû par ce qui a été dit, de quelle maniére il opéroit ſur nos

liqueurs; je remarquerai encore que de toutes les préparations de Fer, il n'y en a point de plus propre à pénétrer promptement dans les recoins de quelque viscére particulier où il s'est formé un embarras, la raison en est évidente; ce n'est plus alors sous la forme d'un métal grossier & pésant qu'il se présente à nos liqueurs, c'est au contraire comme un sel trés-actif & très-dissoluble, dans lequel la matiere ferrugineuse se trouve infiniment divisée par le grand nombre d'acides qui l'accompagnent; de-là vient que le Fer réduit en Vitriol n'a besoin que d'un liquide aqueux pour passer en peu de temps de l'estomac dans le sang, & des gros vaisseaux dans les plus petits, où la grande subtilité de ses parties lui fait alors trouver un passage bien plus ouvert que quand il n'a eu pour dissolvant que des sels grossiers, tels que ceux qui le réduisent en teinture, ou qui dissolvent dans l'estomac la pure limaille de Fer ou d'Acier.

Mais si nous sommes redevables de certains effets du Vitriol au grand nombre d'acides qui sont entrés dans sa composition, ces mêmes acides le rendent aussi si caustique & si picotant, qu'il ne peut être pris à chaque fois qu'en très-petite dose, & encore doit-on l'empâter, ou le noyer dans beaucoup d'eau, si l'on veut ménager l'estomac qui en ressent toûjours quelque picotement. Or en supposant que cette petite dose soit, par exemple, de quatre grains, on n'avale guéres alors qu'un grain de Fer, le reste consistant en acides & en phlegme. Il seroit donc à souhaiter qu'on pût détruire la causticité du Vitriol, sans lui enlever les acides qui lui servent de véhicule, & qui contiennent sa partie ferrugineuse dans la division dont il a été parlé; car alors on pourroit donner sans crainte une dose bien plus grande de ce Vitriol, & comme le Fer en fait la partie principale, il en entreroit par ce moyen à chaque fois, une plus grande quantité dans le sang, & il s'ensuivroit un effet plus considérable. Je crois avoir trouvé une préparation vitriolique qui a tous ces avantages, & dans laquelle la matiére ferrugineuse a encore plus d'action qu'elle n'en a dans le Vitriol ordinaire.

J'ai donné dans les Mémoires de 1706 & 1707, une

végétation Chymique de Fer, où je n'envisageai d'abord d'autre avantage que celui d'exciter la curiosité; mais en réfléchissant depuis sur la composition de la matiére qui avoit végété, & sur la méchanique de la végétation, qui suppose nécessairement une raréfaction & un développement considérable dans la partie sulphureuse du Fer, comme je l'ai suffisamment prouvé dans son lieu: je jugeai d'abord qu'un soufre ainsi développé, n'en pouvoit être que beaucoup plus propre à se séparer abondamment du métal, & à se mêler intimément aux sucs de notre corps. D'ailleurs le Fer dans cette opération, se trouve parfaitement divisé par les acides de l'esprit de Nitre, qui venant ensuite à s'unir encore au sel de Tartre qu'on leur présente, forment par-là un véritable salpêtre, qui ne différe du commun que par les parties ferrugineuses dont il est chargé, & dont les soufres exaltés donnent à ce sel une consistance grasse & onctueuse.

Or le salpêtre étant par lui-même un sel très-doux & très-apéritif, j'ai cru que le Fer autant atténué qu'il l'est dans notre préparation, ne pouvoit estre allié à un véhicule plus efficace, & moins propre à porter de mauvaises impressions sur les parties de notre corps: & comme ce salpêtre martial en se fondant dans l'eau, rend la liqueur trouble, savonneuse, & par conséquent dégoûtante; j'ai trouvé plus à propos de le réduire en pilules avec un peu de Gomme adragant; & j'en ai donné de cette maniere depuis un scrupule jusqu'à un gros, dans plusieurs obstructions de viscere, & dans des affections scorbutiques & édemateuses où les urines étoient interceptées. Je l'ai encore employé en guise de pilules astringentes & détersives, dans des gonorrhées très-obstinées, & dans les fleurs blanches, & j'ose dire que dans tous ces cas le succès a répondu à mon attente. Je ne doute pas que ce remede ne puisse estre mis utilement en œuvre dans plusieurs autres incommodités, mais je me suis fait une loy de ne rapporter présentement que ce qui m'a paru le plus évidemment vrai, & justifié par l'expérience.

DU RETOUR DE L'ETOILE CHANGEANTE,

Qui est dans la Constellation du Cygne.

Par M. MARALDI.

On a découvert le siécle passé dans la Constellation du Cigne trois Etoiles différentes, qui ont été sujettes à divers changements. La premiére est celle qui parut l'an 1660, dans la poitrine du Cigne, égale aux Etoiles de la troisiéme grandeur. Elle fut observée premiérement par Janson, ensuite par Bayer, par Kepler & par les Astronomes de ce temps là. On continua de la voir de la même grandeur jusqu'à l'année 1621, suivant Gloriosi, de sorte qu'il est constant qu'elle a été visible pendant 22 ans; on n'en a point d'observations depuis 1621 jusqu'en 1629, dans laquelle année Argoli marqua qu'elle étoit disparuë. 1 Avril 1713.

Elle a été aussi invisible depuis 1640 jusqu'en 1650, suivant le témoignage du P. Riccioli; mais en 1654, elle étoit augmentée, Hevelius l'ayant observée cette année-là de la troisiéme grandeur; elle resta dans cet éclat pendant trois ans, c'est-à-dire, jusqu'au commencement de 1660, qu'elle commença à perdre un peu de sa lumiére; & après avoir diminué insensiblement pendant deux ans, elle se trouva à peine de la sixiéme grandeur vers la fin de 1661. Ensuite elle disparut entiérement suivant les observations d'Hevelius, & après avoir été invisible presque durant quatre ans, elle recommença de paroître vers la fin de 1665, comme une des plus petites Etoiles. Elle a paru augmenter dans la suite, comme le remarque Hevelius, mais elle n'a jamais été plus grande que les Etoiles de la cinquiéme ou sixiéme

grandeur, ainsi que nous l'avons observée souvent depuis plusieurs années, & comme elle paroît encore présentement.

La seconde Etoile de la même Constellation, qui a été sujette à divers changements, est celle qui est au dessous du bec du Cygne. Elle fut apperçûë comme une Etoile de la troisiéme grandeur, par le Pere Dom Anthelme Chartreux de Dijon, à la fin de Juin de l'année 1670, lorsqu'il cherchoit celle de la poitrine. Elle fut observée ensuite par M. Cassini & par M. Picard, qui s'apperçûrent en peu de temps qu'elle diminuoit, & que le 11 de Juillet elle étoit à peine de la quatriéme grandeur. Un mois après elle n'étoit plus que de la cinquiéme, & au milieu d'Octobre elle étoit entierement disparuë. Après avoir été invisible pendant six mois, le Pere D. Anthelme la vit de nouveau le 17 de Mars 1671, comme les étoiles de la quatriéme grandeur. M. Cassini la vit augmenter jusqu'à surpasser les étoiles de la troisiéme grandeur: après avoir un peu diminué, elle retourna à la grandeur qu'elle avoit eu auparavant; de sorte que dans un mois de temps elle parut deux fois égale aux étoiles de la troisiéme grandeur; la premiére fois au commencement d'Avril, & la seconde au commencement de Mai; ensuite elle diminua toûjours jusqu'à la fin de Juillet de la même année qu'elle fut entiérement invisible. Depuis ce temps l'on n'a point apperçû aucun vestige de cette Etoile, quoiqu'elle ait été cherchée plusieurs fois par divers Astronomes, & que nous y ayons fait attention depuis plusieurs années.

Outre ces deux Etoiles, dont les apparences ont été fort irréguliéres, il y en a une troisiéme dans le col du Cygne, qui augmente & diminuë tous les ans de grandeur apparente, avec des périodes à peu près reglées, qui est visible pendant quelques mois, & disparoît le reste de l'année. Il n'est point fait mention de cette Etoile par les anciens Astronomes, & Bayer qui est le premier qui l'ait marquée de la cinquiéme grandeur dans ses Cartes célestes qui furent publiées l'an 1603, la considéra comme une de ces étoiles ordinaires

qui avoient été obmiſes en divers endroits du Ciel.

M. Hevelius qui fit une deſcription exacte des étoiles de la Conſtellation du Cygne l'an 1670, à l'occaſion de la nouvelle qui parut en ce temps-là, ne marqua point cette Etoile, n'étant peut-être pas viſible dans le temps qu'il fit la deſcription de ces étoiles. Au mois de Juillet de l'année 1686, lorſque M. Kirchius comparoit les étoiles de la Conſtellation du Cygne avec les Cartes de Bayer pour chercher l'étoile qui avoit paru deux fois proche du bec, il s'apperçut que celle qui eſt marquée par Bayer dans le col, n'étoit pas viſible dans le Ciel, ce qui le rendit attentif pour voir ce qui en arriveroit; l'ayant donc cherchée de nouveau au mois d'Octobre de la même année, il la vit comme les étoiles de la cinquiéme grandeur. Il en continua les obſervations tant à la vûë ſimple qu'avec la Lunette, & par la ſuite de ſes obſervations il a découvert qu'elle augmente & diminuë de grandeur apparente, qu'elle eſt viſible pendant quelques mois, & entiérement inviſible le reſte de l'année, & que la période de toutes ces variations ſe fait en treize mois.

Nous ſommes attentifs depuis 20 ans à obſerver les changements qui arrivent à cette Etoile, & ayant comparé nos dernieres obſervations avec les plus anciennes de M. Kirchius, pour avoir par un plus grand intervalle de temps la période de ſes révolutions avec plus d'exactitude, nous l'avons trouvée de 405 jours, à un demi-jour près de celle qui a été determinée par M. Kirchius, ce qui eſt une différence qui ne ſe peut connoître que par une longue ſuite d'obſervations. Ayant donc ſuppoſé cette révolution de 405 jours, & l'ayant comparée à l'année commune de 365 jours, on aura pour différence 40 jours, dont les phaſes d'une année retardent à l'égard de celles de l'année précédente: & parce qu'après 9 révolutions, ce retardement fait preſque une année entiére, il en réſulte qu'en dix années les mêmes phaſes de l'étoile retourneront dans les mêmes mois après que l'étoile aura fait neuf de ces révolutions avec une

anticipation de six jours, ou quelquefois sept, suivant le nombre des années bissextiles comprises en neuf années.

Cette anticipation de 7 jours en 10 années, dans l'intervalle de 60 ans, est presque égale au retardement qui arrive d'une année à l'autre aux phases de l'étoile; ainsi après 61 ans qui comprennent 55 révolutions, la même phase arrivera à fort peu près dans les mêmes jours du mois où elle arrivoit du commencement. On aura donc deux périodes, une de 10 années qui servira à trouver dans les petits intervalles le temps de l'année que l'étoile doit être visible après une Époque donnée; l'autre période sera de 61 années, qui servira à trouver les mêmes apparences dans des grands intervalles.

Il n'est pas aisé d'avoir une Époque exacte, parce qu'on ne peut pas déterminer avec précision le temps que l'Étoile commence de paroître, car elle n'arrive pas tout d'un coup à un degré de lumiére sensible; mais elle augmente peu à peu, & elle est visible avec la Lunette long-temps avant qu'on la puisse appercevoir à la vûë. Par la même raison, il est difficile de déterminer le temps qu'elle cesse de paroître, à cause qu'elle se perd insensiblement, auparavant à la vûë simple, ensuite à la Lunette.

On ne peut pas non plus déterminer avec exactitude le temps qu'elle arrive à sa plus grande clarté, parce qu'elle reste quelque temps dans ce degré de lumiére, sans changer sensiblement; mais on détermine le temps de cette phase, si l'on compare ses divers dégrés de lumiére avec les étoiles voisines tant en augmentant qu'en diminuant, & qu'on prenne le milieu entre les phases égales.

On peut prendre pour Époque de cette plus grande phase les observations que nous fimes l'an 1695 qui la donnent le premier jour de Septembre; & pour seconde Époque de la même phase, le 20 d'Avril de l'année 1712.

Par le moyen de ces Époques & des périodes déterminées ci-dessus, il sera aisé de trouver pour le passé & pour les années à venir le temps de cette même phase. On pourra aussi

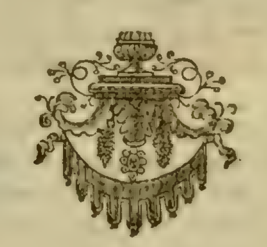
aussi être attentif un mois avant le temps de cette grande phase trouvé par les périodes pour avoir le commencement de son apparition, & un mois après la même grande phase, pour déterminer le temps qu'elle cesse de paroître ; ce qui servira à trouver ses périodes avec plus de précision, & à connoître s'il y a quelques regles dans les variations que nous avons remarquées tant à l'égard de la durée qu'à l'égard de sa grandeur apparente ; car par les observations que nous avons faites jusqu'à present, elle ne met pas toûjours un egal intervalle de temps depuis une apparition jusqu'à l'autre; quelquefois cet intervalle est treize mois, & quelquefois il est quatorze mois. Dans une de ces révolutions, le plus souvent elle est visible pendant deux mois, quelquefois elle n'a été qu'un mois, & depuis que nous l'observons, elle n'a été visible plus long-temps que deux mois & demi, de sorte que sa plus grande durée n'a jamais été la cinquiéme partie de toute la révolution de l'Etoile que nous supposons être de 13 mois & un tiers. Il y a des années qu'elle n'a presque point paru dans le temps même qu'elle devoit être dans sa plus grande lumiére, ce qui est arrivé aux années 1700 & 1701. M. Kirchius remarque qu'il a observé la même chose vers la fin de l'année 1688 & au commencement de 1689.

Cette Etoile est aussi sujette à varier de grandeur apparente d'une année à l'autre ; nous l'avons vûë souvent dans son plus grand éclat, comme les étoiles de la quatriéme grandeur ; quelquefois sa plus grande lumiére n'est pas arrivée à égaler les étoiles de la cinquiéme & même de la sixiéme grandeur.

Nonobstant toutes ces variations, cette Etoile a ses révolutions assés réguliéres, autant qu'on en peut juger par les observations de 26 ans que nous en avons, car le temps de son apparition répond assés bien à celui qui est marqué par le période. Cette même régularité ne s'observe pas à l'égard des révolutions de l'Etoile changeante de la Baleine, & encore moins à l'égard des révolutions de l'Etoile que nous

avons découverte dans l'Hydre, car il y a des grandes inégalités dans ses périodes.

Ce n'est pas seulement dans plusieurs Etoiles fixes que l'on remarque ces vicissitudes d'apparitions & d'occultations, & ces changemens de grandeur apparente, on les observe aussi dans quelques Satellites de Saturne & de Jupiter. L'on sçait que par la découverte de M. Cassini, le cinquiéme Satellite de Saturne se perd presque toûjours de vûë pendant la moitié de chacune de ces révolutions autour de Saturne, qui est de 80 jours, lorsqu'après avoir passé sa conjonction supérieure avec cet astre, il commence à s'approcher de la Terre, & que par raison d'Optique il devroit paroître plus grand. M. Cassini a observé plusieurs fois que les Satellites de Jupiter augmentent & diminuent de grandeur apparente, & principalement le troisiéme & le quatriéme; ce que nous avons aussi remarqué plus d'une fois. On a même vû disparoître pendant plus d'une heure ce dernier Satellite, suivant une observation rare & curieuse que fit M. Bianchini par un temps clair & serein le 12 Aoust de l'année 1711, & que nous avons communiquée à l'Académie. Toutes ces apparences se peuvent expliquer par la même hypothese qui a esté proposée par divers Astronomes, après le P. Riccioli, qui l'a rapportée le premier dans le second Tome de son Almageste.



OBSERVATIONS

Des différens degrés de chaleur que l'Esprit de Vin communique à l'Eau par son mêlange.

Par M. GEOFFROY le Jeune.

IL y a long-temps qu'on a observé qu'il se fait une effervescence, & même une espece de fermentation, lorsqu'on mêle de l'Esprit de Vin avec de l'Eau dans une certaine proportion. Car alors ce mêlange blanchit un peu : & en même temps que cette blancheur se dissipe, il s'éleve une infinité de petites bulles d'air qui viennent crever à la superficie où elles forment une legere écume. 21 Janvier 1713.

J'ai donc été bien aise d'observer avec quelque précision à quel point & selon quelle dose le mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin augmente sa chaleur. Pour cela le 16 Janvier, qui étoit le dernier jour de la forte gelée, je pris le Thermometre de M. Amontons, que j'exposai à l'air. La liqueur s'en trouva à 7 heures du soir à 52 degrés $\frac{1}{12}$, en commençant de bas en haut; je mis en même temps dans une tasse, deux onces d'Eau de Riviere bien claire, & dans une autre autant d'Esprit de Vin rectifié. Je marquai avec un fil l'endroit où étoit la liqueur du Thermometre, & l'ayant plongé dans l'Eau jusqu'à ce qu'elle commença un peu à se geler, je l'en retirai; & après l'avoir essuyé, je le plongeai sur le champ dans l'Esprit de Vin. Je connus par là que ces deux liqueurs étoient au même degré de froid que l'air, puisque ni l'un ni l'autre ne firent point varier la liqueur du Thermometre. Après cela je versai subitement l'Esprit de Vin dans l'eau, afin que les deux liqueurs se mêlassent mieux, & j'y plongeai le Thermometre, en sorte que la boule étoit

entiérement couverte, comme j'ai toûjours coûtume de faire dans ces sortes d'expériences. Tous les effets qui doivent suivre de ce mêlange parurent, & de plus je vis remonter sensiblement la liqueur du Thermometre de $\frac{12}{12}$ qui font un pouce.

J'ai répeté la même expérience le 19 Janvier, où le froid étoit bien diminué, le Thermometre étoit à l'air à 52. $\frac{10}{12}$. plongé dans l'Eau : il est descendu à 52. $\frac{7}{12}$. plongé dans l'Esprit de Vin, il s'est tenu à la même hauteur; plongé dans le mêlange des deux liqueurs, il est monté à 53. $\frac{7}{12}$. où il est resté tant que l'effervescence a duré.

Me voilà instruit du point où ce mêlange porte la chaleur de l'Esprit de Vin, il me restoit encore d'être sûr de la dose. Ainsi immédiatement après je la variai. Je pris deux onces d'Eau & quatre onces d'Esprit de Vin, & les ayant mêlés, j'y plongai le Thermometre; la chaleur me parut moins vive que dans les expériences précédentes, & en effet la liqueur du Thermometre ne remonta que de $\frac{9}{12}$. ce qui fait un quart de diminution.

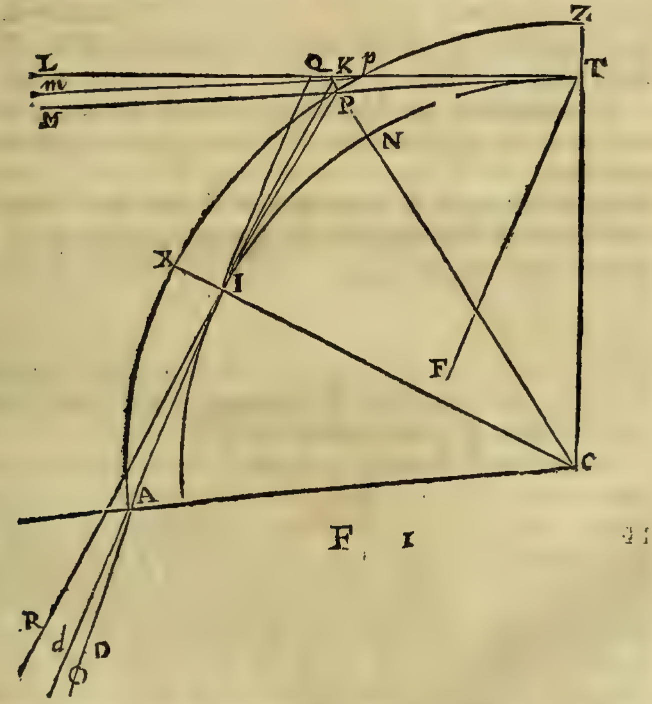
Je mêlai ensuite deux onces d'Esprit de Vin avec quatre onces d'Eau, le Thermometre plongé dans ce mêlange remonta promptement de $\frac{11}{12}$. $\frac{1}{2}$.



SUR LA HAUTEUR DE L'ATMOSPHERE.

Par M. DE LA HIRE.

SOIT le Cercle *TNI* l'un des grands Cercles de la Terre dont le centre eſt *C*, & que la rencontre du plan de ce Cercle avec la ſuperficie de l'Atmoſphere que je ſuppoſe ſpherique, ſoit le Cercle *ZPA* dont le centre eſt auſſi en *C*. 25 Février 1713. Fig. I.



L'horiſon ſenſible d'un point *T* de la ſuperficie de la Terre

soit *TL*, lequel sera perpendiculaire à la ligne verticale *ZTC* de ce même point *T*.

Nous connoissons par les observations, qu'un rayon de lumiére qui vient d'un astre, & qui fait avec l'horison *TL* par-dessous un angle de 32′ comme *PM*, après avoir traversé l'Atmosphere, vient à l'œil en *T* où il paroît dans l'horison *TL*, & ce rayon doit décrire dans l'Atmosphere une Courbe dont j'ai expliqué la nature à l'Académie, laquelle sera touchée au point *T* par l'horison *LT*. Car le rayon *MP* rencontrant obliquement la superficie de l'Atmosphere en *P*, s'approche vers la perpendiculaire *CP* en s'avançant vers *T* & tournant sa concavité vers la terre, à cause que l'Atmosphere est un corps qui augmente toûjours de densité en s'approchant de la terre. Cet angle de 32′ est ce que nous appellons la réfraction horisontale.

Il s'ensuit de-là que tous les points lumineux qui seroient sur la courbe *PT* au dedans de l'Atmosphere, paroîtroient dans l'horison *TL*, & ceux qui seroient au-dessous ne paroîtroient pas du point *T*. Et si l'on vouloit considérer l'Atmosphere d'une matiére par tout homogene comme de l'eau, & comme plusieurs Astronomes ont fait, il est évident qu'il s'ensuivroit toûjours la même chose; car alors un rayon *mp* qui feroit avec *TL* un angle *mpL* de 32′ en rencontrant l'Atmotsphere en *p*, s'y détourneroit par la ligne droite horisontale *pT*; mais cette supposition n'étant pas naturelle, nous nous servirons icy de la courbe *PT*.

Si par le point *P* on mene donc le rayon de la terre *CNPK* qui rencontre sa surface en *N*, & l'horison *TL* en *K*, & qu'on prenne un arc *NI* égal à l'arc *NT*, il est évident que *IK* seroit perpendiculaire au demi-diametre de la terre *CI*, & que l'œil étant posé en *I* verroit tous les points lumineux qui seroient au dedans de l'Atmosphere & dans une courbe *IP* semblable à *TP*, dans la ligne *IK* qui seroit l'horisontale du point *I*, comme *TK* l'est du point *T*.

Mais de plus si l'on imagine encore au de-là de *I* une autre

courbe IA au dedans de l'Atmoſphere, & qui ſoit égale & ſemblable à IP ou à TP, il s'enſuit qu'un rayon de lumiére comme DA qui rencontreroit l'Atmoſphere en A & qui feroit avec KI prolongée un angle de 32′, traverſeroit l'Atmoſphere par la courbe AI en touchant la circonférence du cercle de la terre TNI en I, & pourſuivroit ſon chemin par l'autre courbe IP, & ſortiroit de l'Atmoſphere en P, en faiſant avec IK un angle de 32′.

Voyons maintenant l'effet des rayons du Soleil dans l'Atmoſphere.

Tous les Aſtronomes demeurent d'accord que lorſque le centre du Soleil eſt au-deſſous de l'horiſon de 18 degrés, on voit le commencement ou la fin du crépuſcule, & ceux qui ont obſervé le crépuſcule dans un temps ſerein & froid, remarquent que ſa lumiére eſt aſſés diſtincte vers l'horiſon pour en faire une détermination éxacte; & par conſequent ſi l'on mene la ligne TF qui faſſe avec TL un angle de 18 degrés, cette ligne TF tendra au centre du Soleil ſans avoir égard à la réfraction; & ſi DA étoit un rayon qui vînt du centre du Soleil, & qu'il rencontrât ſans réfraction TL en Q, l'angle DQL feroit de 18 degrés.

Mais le commencement du crépuſcule qui peut paroître à l'œil placé en T, eſt produit par les premiers rayons qui viennent du bord du Soleil, & qui peuvent rencontrer la ſuperficie de l'Atmoſphere en P ſur la courbe TP, & ces rayons feroient avec l'horiſon TL un angle comme dQL de 18° moins le demi-diametre du Soleil; car ceux qui feroient un angle plus grand que dQL ne pourroient pas rencontrer l'arc de l'Atmoſphere dans la courbe TP, & ceux qui feroient l'angle moindre que dQL, comme lorſque le centre du Soleil eſt plus près de l'horiſon que 18 degrés, iroient rencontrer l'arc de l'Atmoſphere entre Z & P, & alors la lumiére du crépuſcule feroit déja élevée ſur l'horiſon. Quoique nous conſidérions ici les rayons du bord du Soleil pour la formation du crépuſcule, cela n'empêche pas que l'on n'ait déterminé

ſon commencement lorſque le centre du Soleil eſt encore à 18 degrés au-deſſous de l'horiſon.

Mais ſi *dQ* eſt le premier rayon du Soleil qui peut rencontrer l'Atmoſphere en *P* pour faire appercevoir à l'œil en *T* le commencement du crépuſcule, il doit venir de ſon limbe ſupérieur, lequel eſt éloigné de ſon centre dans les moyennes diſtances de 16′; c'eſt pourquoi l'angle de 18° doit être diminué de ces 16′; & comme nous venons de démontrer qu'il doit être encore diminué de 32′ qui eſt la réfraction horiſontale, il faudra donc ôter à 18° les deux angles de 16′ & de 32′ pour avoir l'angle de 17° 12′ qui eſt celui que nous conſidérons ſeulement ici & dont nous avons beſoin pour notre deſſein.

Suppoſons donc pour éviter la confuſion des lignes, que le rayon *dA* qui rencontre l'Atmoſphere en *A* où il entre, étant prolongé juſqu'à *TL* en *Q*, fait l'angle *dQL* de 18 degrés moins 16′, mais qu'en rencontrant l'Atmoſphere en *A*, il s'y détourne & va toucher la ſuperficie de la terre en *I*, & qu'enſuite il pourſuit ſon chemin par la ligne courbe *IP*, ſemblable à *IA*, laquelle eſt auſſi ſemblable à *TP*, & ſi par le point *I* on mene la touchante *RIK* à l'arc de la terre *TI*, laquelle rencontre *TL* en *K*, on aura l'angle *IKL* de 17° 12′, qui doit être égal à l'angle *TCI* ou *ACK*, & *CK* diviſera cet angle en deux également; donc l'angle *TCK* ou *ICK* ſera de 8 degrés 36′ qui eſt la moitié de 17° 12′, lorſque les premiers rayons du Soleil rencontreront la ſuperficie de l'Atmoſphere en *P* qui eſt le point où l'on commence à voir le crépuſcule du point *T* poſé ſur la ſuperficie de la terre.

Fig. II. Maintenant ſi l'on ſuppoſe que l'arc de l'Atmoſphere paſſe en *K*, il faudroit que le rayon comme *nK* qui feroit avec *LK* un angle de 32′, ſe rompît dans l'Atmoſphere par la ligne droite *KT* pour aller en *T*, ce qui ne peut pas être, comme nous avons dit, à cauſe de l'inégale denſité de l'Atmoſphere: donc neceſſairement l'Atmoſphere paſſe au-deſſous de *K* vers *N*.

Mais

Mais si par le point T on mene une ligne $Tq\int$ qui fasse avec LT l'angle $KT\int$ de 32′, je dis que l'Atmosphere ne peut pas passer en q, car alors il faudroit que la courbûre du rayon $\int q$ se fit au-dessus de $\int qT$ pour aller en T où elle doit toucher KT, à cause que cette courbûre doit avoir sa concavité tournée vers la terre, & ce rayon rompu qT étant courbe, s'écarteroit du rayon direct $\int q$ en s'éloignant de la perpendiculaire Cq menée à la superficie de l'Atmosphere, au lieu qu'il doit s'en approcher; elle passera donc au-dessus de q vers K.

Voyons maintenant par le moyen des angles donnés & par la grandeur du rayon ou demi-diametre de la terre, lequel est connu, quelles sont les grandeurs des lignes NK & Nq.

Nous avons dans le triangle CTK rectangle en T, l'angle TCK de 8° 36′, donc son complement CKT sera de 81° 24′, & nous connoissons le demi-diametre de la terre CT de 3269297 toises, nous trouverons donc CK de 3306520 toises, desquelles ôtant CN ou CT, il restera NK de 37223 toises.

De même dans le triangle CTq nous avons l'angle TCq connu comme ci-dessus de 8° 36′; mais l'angle CqT est moindre qu'un droit de 36′, puisque KTq est posé de 36′, donc CTq sera de 89° 24′, & enfin l'angle CTq sera de 82° 0′, & CT est la même que dans l'autre; nous trouverons donc Cq de 3301244 toises, dont ôtant la valeur de CN, il restera pour Nq 31947 toises.

Il s'ensuit donc de ceci que la hauteur de l'Atmosphere est plus petite que 37223 toises & plus grande que Nq qui

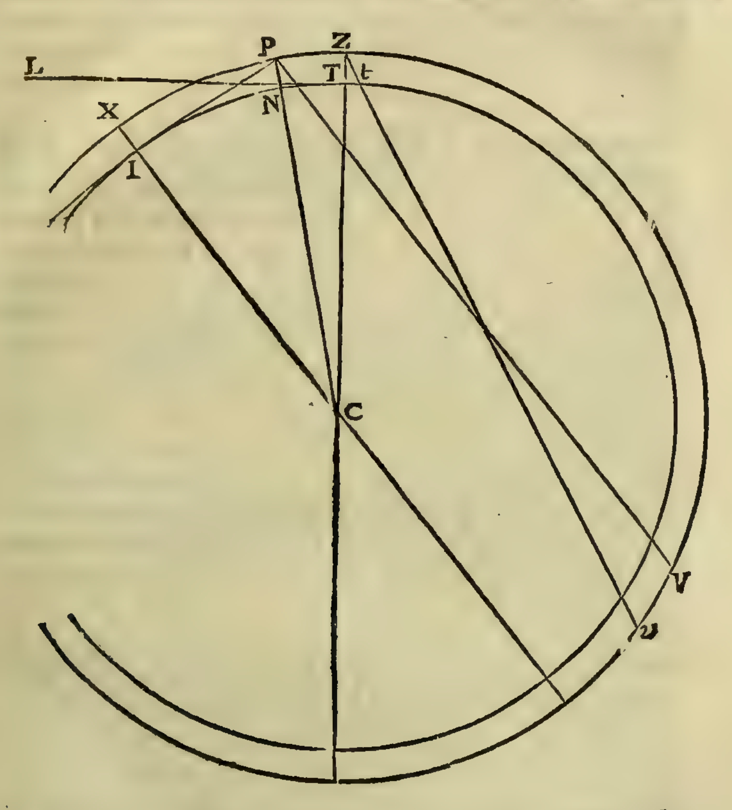
eſt 31947 toiſes, & ſi nous prenons le milieu qui ne peut pas être éloigné de la vérité, nous aurons la hauteur de l'Atmoſphere *NP* de 34585 toiſes.

M. Mariotte dans ſon Eſſai de la Nature de l'Air, conclut la hauteur de l'Atmoſphere un peu plus petite que celle-ci, par ſon principe de la condenſation de l'air dans ſes différentes hauteurs & ſur des expériences: mais ces ſortes de calculs ne peuvent jamais avoir beaucoup de juſteſſe, parce qu'ils ſont déduits de quelques peſanteurs de l'air proche de la terre, & de plus, nous ne pouvons pas ſçavoir par nos expériences juſqu'à quelle hauteur les particules à reſſort de l'air peuvent ſe dilater dans l'éther, ni la progreſſion de leur dilatation, & c'eſt beaucoup ſeulement d'avoir approché autant qu'il a fait.

Kepler dans ſon Epitome Aſtronomique, détermine la hauteur de l'Atmoſphere par les crépuſcules ſuivant l'idée des Anciens, qui ne conſidéroient que des rayons directs qui rencontroient l'Atmoſphere, après avoir touché la terre, ſans avoir égard à la réfraction, & il la trouve par un calcul qu'il fait de 10 mille germaniques, qui valent chacun environ 3800 de nos toiſes, & la hauteur de l'Atmoſphere ſeroit donc de 38000 toiſes qui eſt plus que nous ne l'avons trouvée, & beaucoup plus qu'il ne croyoit, car il n'eſtimoit ſa juſte hauteur que d'un demi-mille germanique & un peu plus, ce qui ſeroit à peu près 2000 toiſes. Il y a grande apparence qu'une différence ſi conſidérable lui a fait chercher le moyen d'expliquer le crépuſcule, en y employant des réflexions au dedans de l'Atmoſphere qu'il adjoûte à la réfraction, & par une matiere qu'il imagine autour du Soleil & qui en eſt éclairée, & il inſiſte fort ſur cette penſée, car il rapporte pluſieurs raiſons pour la ſoûtenir, dont une des principales eſt la figure courbe du crépuſcule qu'on obſerve dans les nuits froides & ſereines; il adjoûte que cette figure apparente eſt un ſegment de cercle qui ſe termine à l'horizon, mais je vais démontrer que ce n'eſt point une portion de cercle, mais une hyperbole qui eſt un peu altérée par la réfraction, & qu'il n'eſt pas neceſſaire pour expliquer cette figure courbe du crépuſcule, de recourir à

une matiére qui environne le Soleil, & que ce n'eſt que l'Atmoſphere qui la doit produire, car une ſemblable matiére troubleroit beaucoup les phénomenes céleſtes.

Soit comme ci-devant la ligne verticale *CT* qui paſſant par un point *T* de la ſurface de la terre, rencontre la ſurface de l'Atmoſphere *ZX* au point Z, & que *TL* ſoit l'horiſon du point *T* qui eſt perpendiculaire à la verticale *CT*, & que la ſuperficie de l'Atmoſphere *ZX* ſoit éclairée en *P* par les rayons du limbe du Soleil qui eſt encore ſous l'horiſon, & comme nous poſons ce point *P* élevé ſur l'horiſon *TL*, il paroîtra une partie de l'arc du crépuſcule au-deſſus de l'horiſon. Si l'on Fig. 3.



mene donc le rayon de la Terre *CP* qui rencontre sa superficie en *N*, & qu'on prenne l'arc *NI* de 8° 36′, on aura le point *I* sur la circonférence de la Terre où les rayons du limbe supérieur du Soleil, après s'être rompus dans l'Atmosphere en y entrant & dans leur chemin, toucheront cette circonférence, & de-là se détourneront vers *P* où ils rencontreront l'extrémité de l'Atmosphere, comme on a vû dans le commencement de ce Memoire.

Mais comme il arrive la même chose tout autour de la Terre, qu'au rayon *IP* dans l'Atmosphere qui l'environne, si l'on tire le rayon de la Terre *CI*, & par le point *P*, la ligne *PV* parallele à *CI*, cette ligne *PV* représentera le cercle de la superficie de l'Atmosphere qui est éclairée par les rayons du bord du Soleil; ce sera donc ce cercle *PV* qui doit représenter l'arc de l'extrémité du crépuscule vû au-dessus de l'horizon du point *T*, dont le point *P* sera la partie la plus élevée.

Considérons maintenant le cercle *PV* pour la base d'un cône qui a son sommet en *T* où est placé l'œil, le triangle *TPV* sera le triangle par l'axe de ce cône, lequel est perpendiculaire à sa base, & sa surface détermine l'extrémité du crépuscule par rapport au sommet *T*; il ne s'agit donc plus que de la figure de la section de cette surface conique sur un plan.

Lorsqu'on est assés éloigné d'un plan sur lequel il y a une figure tracée, & qu'on ne peut point avoir de connoissance de la distance de l'œil aux extrémités de la figure, on imagine toûjours que cette figure est dans un plan perpendiculaire au principal rayon qui iroit de l'œil à la figure, comme s'il y avoit un cercle tracé sur un plan, & que ce plan fût fort incliné à l'œil qui regarderoit le cercle; & d'ailleurs le plan n'étant point visible, & ce cercle étant fort éloigné de l'œil, on jugera toûjours que la figure est Elliptique, car on la juge dans un plan perpendiculaire aux rayons menés de l'œil à la figure.

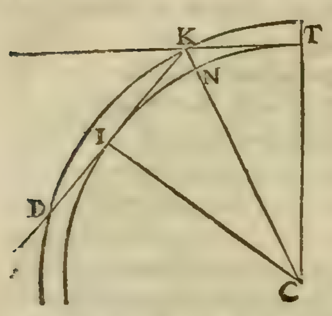
Il en est ici de même de la section du cône *TPV* dont il n'y peut avoir qu'une petite partie au-dessus de l'horison *TL*; & comme on estime que le crépuscule est dans un plan vertical perpendiculaire à la ligne horisontale *TL*, & au triangle

par l'axe du cône, on doit juger que sa figure est sur ce plan, & que c'est une hyperbole, puisque le plan parallele au plan où est la section, & qui passe par le sommet *T* du cône, est au dedans. L'œil étant placé en *T* doit donc juger que la figure de l'arc du crépuscule est hyperbolique. Mais de plus, la courbûre d'un arc hyperbolique étant plus platte aux deux côtés de son sommet, que la courbûre d'un arc de cerle, paroîtra encore plus applatie vers l'horison, où la réfraction élevera cet arc beaucoup plus que vers son sommet, ce qui sera encore la différence plus grande entre la courbûre du crepuscule & un arc de cercle.

On voit par cette explication qu'à mesure que la partie supérieure de l'arc du crépuscule s'éleve vers le Zenith *Z*, ce qui se fait en fort peu de temps, puisqu'elle doit parcourir un quart du cercle pendant que le Soleil s'éléve seulement vers l'horison de 8° 36′, comme du point *I* vers *N* dans la premiére Figure, c'est-à-dire, depuis le commencement de l'apparition du crépuscule, & alors la partie de l'horison qui est occupée par le crépuscule est plus grande qu'un demi-cercle, puisqu'elle doit être determinée par le petit cercle *Z v* qui fera avec *CZ* un angle égal à *CPV* qui coupe l'horison en *t* au de-là de *T* où sa lumiére empêche l'œil qui est dans ce point *T*, de discerner le terme de l'arc du crépuscule qui s'évanouit fort promptement à l'œil par les rayons qui y viennent de tout le corps du Soleil.

Il me reste encore à expliquer comment Kepler a trouvé la hauteur de l'Atmosphere par les crépuscules de 10 mille germaniques suivant les Anciens, sans avoir égard à la réfraction.

Soit la surface de la terre *IT*, son centre *C* & l'horison *TK* du point de sa superficie *T*, si l'on prend l'arc *TI* de sa circonférence de 18 degrés, & qu'on méne la touchante *DI* jusqu'à l'horison *TK* en *K*, on aura le point *K* où l'on doit commencer à voir le crépuscule du point *T*, car le point *K* doit être celui où les rayons du Soleil rencontrent l'Atmosphere. Il s'ensuit donc que si l'on tire *CK* qui doit couper en deux également en *N* l'arc *TI*, l'angle *TCI* ou *ICK* sera Fig. 4.



de 9 degrés & le triangle *ICK* ſera rectangle en *I*, & poſant le rayon de la terre *CI* de 904 mille germaniques, il trouve *CK* de 914 mille, dont ôtant *CN* de 904 il lui reſte *NK* de 10 mille pour la hauteur de l'Atmoſphere.

Il ajoûte que cette démonſtration néglige toutes les cauſes horſmis le Soleil comme la réfraction, la réfléxion des rayons au dedans de l'Atmoſphere, & la matiére éthérée qu'il imagine autour du Soleil : voici comme il raiſonne de ces cauſes ſans y appliquer aucun calcul, pour en tirer la hauteur de l'Atmoſphere d'un demi-mille & un peu plus qu'il eſtime être ſa juſte valeur.

Il dit que la matiére de l'Atmoſphere eſt homogéne, & que ſa ſurface eſt auſſi bien terminée que celle de l'Océan : il eſt certain que la réfraction des rayons du Soleil en entrant dans l'Atmoſphere, doit être conſidérée comme j'ai fait ; mais il ajoûte que ceux de ces rayons qui ne rencontrent pas la terre, & qui en pourſuivant leur chemin au dedans de l'Atmoſphere, rencontrent ſa ſurface en ſortant comme ils y étoient entrés, hormis quelques-uns qui ſe réfléchiſſent au dedans vers la terre, & qui ne produiſent qu'une lumiére très-foible, & ces derniers qui ſont réfléchis en rencontrant encore la ſurface de l'Atmoſphere, en ſortent auſſi, hormis quelques-uns, qui ſe réfléchiſſant encore au dedans de l'Atmoſphére, vont rencontrer ſa ſurface en un endroit qui pourra être vû de la terre, ce qui produit en cet endroit l'apparence du crépuſcule. Il eſt facile à juger que ce peu de rayons qui toucheroient l'Atmoſphere après pluſieurs réfléxions, & qui ſeroient preſque tous ſortis de l'Atmoſphere, comme il le dit lui-même, ne pourroient pas faire d'impreſſion ſur la vûë, & principalement ne rencontrant que la ſurface de l'air qui eſt un corps fort rare quoiqu'il le ſuppoſe homogéne comme l'eau.

Il s'étend enſuite aſſés au long pour prouver par des calculs qu'il fait, la néceſſité de la matiére qu'il a imaginée autour du Soleil, qui doit produire la courbûre du crépuſcule, mais tout cela ne ſert de rien & eſt entiérement inutile pour ce phénomene, comme je l'ai démontré cy-devant.

J'ai déja expliqué pourquoi on ne peut pas diſtinguer exactement le terme du crépuſcule lorſqu'il eſt aſſés élévé ſur l'horiſon ; & même quand il eſt encore vers l'horiſon, il arrive fort ſouvent qu'on ne peut pas non-plus le voir bien terminé ; car ſi les premiers rayons du Soleil qui le forment comme *dI* dans la premiére Figure, paſſent par des nuages ou des vapeurs épaiſſes qui ſoient ſur la ſurface de la terre vers *I*, ils en ſeront détournés d'un côté & d'autre, & ne feront pas en *P* une lumiére aſſés forte pour y voir diſtinctement le terme du crépuſcule, & c'eſt ce qui arrive pour l'ordinaire. Car vers le matin où le Soleil commençant à éclairer ſucceſſivement la ſurface de la terre, y éléve beaucoup de vapeurs, & vers le ſoir celles qui s'étoient élévées pendant le jour, y retombent par l'abſence du Soleil qui les abandonne ; ce ne ſera pas la même choſe ſi l'air eſt bien froid & ſans nuages, c'eſt auſſi ce temps-là ſeulement où le crépuſcule eſt bien terminé dans ſon commencement ou dans ſa fin. Il faut encore adjoûter à cela que vers le commencement du crépuſcule l'œil qui eſt en *T* voit les particules de l'air qui ſont éclairées fort proche les unes des autres, ce qui cauſe une apparence de lumiére bien plus vive que lorſqu'il eſt élévé ſur l'horiſon, où l'on ne voit plus ces mêmes particules éclairées, que fort ſéparées, qui ne peuvent pas frapper l'œil aſſés fortement pour diſtinguer le terme du crépuſcule, & bien moins lorſque ces particules éclairées ſont vers le Zénith Z.

Enfin ſi l'on ne vouloit pas accorder que le commencement ou la fin du crépuſcule parût lorſque le Soleil eſt encore ſous l'horiſon de 18°, & que ce fût à 17° ou à 19°, il faudroit ſeulement augmenter ou diminuer la hauteur de l'Atmoſphere telle que je viens de la trouver de 2000 toiſes environ pour chaque degré.

Je ne prétends pas non plus que la hauteur de l'Atmoſphere que j'ai poſée, doive être la même par toute la terre comme vers l'Equateur ou vers les poles, mais cela dépend des obſervations qu'on en pourroit faire dans ces pays-là ; & je ſuis même perſuadé que dans les pays vers les Poles, la hauteur de l'Atmoſphere eſt beaucoup plus grande que dans ceux-ci, où je la crois plus grande que vers l'Equateur ; mais vers les Poles les obſervations en pourront être très-bien déterminées à cauſe du grand froid & de la ſérenité de l'air qui y régne en hyver.

Voici une obſervation qui pourra ſervir à confirmer la hauteur de l'Atmoſphere que je viens de déterminer. En 1676 il parut en quelques endroits d'Italie un Météore qui étoit auſſi clair que la Lune dans ſon plein. M. Montanari Profeſſeur à Bologne en fit des obſervations, & les ayant comparées avec celles qui avoient été faites en d'autres endroits, il détermina la hauteur de ce Météore de 15 lieuës moyennes de France, ce qu'il fit imprimer dans un petit ouvrage qui avoit pour titre *Fiamma volante*.

On ne peut pas douter que tous ces feux ou météores ne ſoient formés par des exalaiſons ſulphureuſes qui ſortent de la terre, & qui venant à s'enflammer, péſent beaucoup moins que la partie de l'air dont elles occupent la place, mais quelques légéres qu'elles ſoient, elles ne laiſſent pas pour cela d'être plus péſantes que l'éther que nous conſidérons ſans aucune péſanteur. C'eſt pourquoi elles doivent s'éléver juſques ſur la ſurface de l'Atmoſphere où elles nagent tant qu'elles durent ; ainſi la hauteur de ces feux doit être la même que celle de l'Atmoſphere, & par conſequent les 15 lieuës de la hauteur obſervée de celui-ci, ce qui revient à 35000 toiſes, confirment ce que j'ai trouvé pour la hauteur de l'Atmoſphere.

OBSERVATION

OBSERVATION
Sur une ſéparation de l'Or d'avec l'Argent par la Fonte.

Par M. HOMBERG.

TOUS les métaux & même quelques mineraux, quoi-qu'ils ſoient fort différents entr'eux, ne laiſſent pas de ſe reſſembler parfaitement quand ils ſont mis dans une forte fuſion, & on peut alors facilement les mêler enſemble, & de deux ou trois métaux ſimples en faire des composés, dont l'uſage en certaines rencontres eſt plus commode & plus utile que ſi on les avoit employés purs & ſans mêlange. On peut, par exemple, de quelque métal pur que ce ſoit, faire des Miroirs ardents, qui n'auront pas l'éclat, ni ne ſeront, à beaucoup près, ſi bons que ſi on en mêle deux ou trois enſemble, parce que tout métal pur & ſimple ne conſiſte qu'en des parties homogénes, qui ſe lient parfaitement enſemble, & qui compoſent un corps pliant & mol, auquel on ne ſçauroit donner un beau poli, qui eſt cependant une des principales bontés d'un Miroir; mais dans le mêlange de deux ou de trois différents métaux, leurs parties de différentes figures ; ne pouvant pas ſe lier parfaitement, compoſent un corps, à la vérité fort caſſant, mais aſſés dur pour recevoir un poli tel qu'on le ſouhaite pour un miroir. L'Or & l'Argent fins ne ſont pas propres pour en faire des ouvrages qui puiſſent réſiſter au ſervice, parce qu'ils ſont trop mols, mais étant alliés enſemble ou avec le Cuivre, les ouvrages qu'on en fait réſiſtent à la fatigue de l'uſage ; le Cuivre pur n'eſt pas ſi bon en ouvrage, particuliérement d'Horlogerie & d'inſtruments de Mathématique, que le Laiton, qui eſt un mêlange de Cuivre avec du Zink. 28 Juin 1713.

Il eſt aiſé de faire ces mêlanges de différents métaux, mais il eſt difficile de les ſéparer, particuliérement lorſque dans les moindres métaux on veut conſerver l'un & l'autre de ceux qui s'étoient mêlés: il eſt croyable que le peu de perte qu'il y a dans la deſtruction des moindres métaux mêlés, eſt la cauſe qu'on a négligé les moyens de les conſerver, comme au contraire on a recherché ces moyens dans le mêlange de l'Or & de l'Argent, que l'on ſépare parfaitement par le moyen du départ, mais non ſans peine & ſans dépenſe, même conſidérable.

Cette maniére de ſéparer l'Or d'avec l'Argent, eſt l'unique dont on ſe ſert préſentement, & dont vraiſemblablement on s'eſt ſervi de tout temps, parce qu'il n'y a point d'Auteur, que je ſçache, qui ait fait mention d'aucune autre; cependant il n'eſt pas impoſſible d'en avoir de plus facile & de moindre dépenſe. Le hazard m'en a montré une depuis peu en travaillant ſur ces deux métaux, laquelle pourroit ſervir non ſeulement à ſéparer l'Or d'avec l'Argent, mais auſſi à ſéparer l'Or & l'Argent d'avec les moindres métaux, en conſervant le moindre métal, comme je l'ai déja éprouvé, ce que je donnerai une autre fois.

J'avois fondu parties égales d'Or & d'Argent enſemble, j'avois mis ce mêlange en grenailles très-fines, dont je m'étois ſervi en pluſieurs opérations Chimiques, & voulant enfin remettre cette grenaille en une maſſe, je l'ai miſe dans un creuſet, au fond duquel j'avois mis auparavant du Salpêtre brut & du Sel décrépité, à peu près parties égales; j'ai placé le creuſet au fourneau de fonte, dans un feu médiocre, que je croyois pourtant aſſés fort pour fondre ce qui étoit dans le creuſet: aprés environ un quart d'heure de feu j'ai retiré mon creuſet, & je l'ai laiſſé réfroidir, puis je l'ai caſſé, & j'ai trouvé mon Or au fond du creuſet en un culot, & l'Argent en deux morceaux & en quelques grénailles au-deſſus de l'Or, & enveloppés dans les ſels qui n'avoient pas été tout-à-fait fondus.

J'ai été fort étonné de cet accident: j'ai touché l'un &

l'autre ſur la pierre, l'Argent étoit très-pur & ſans Or, mais l'Or n'étoit que de vingt karats, de ſorte que l'Or avoit retenu un ſixiéme de l'Argent, mais l'Argent avoit rendu tout l'Or avec qui il étoit mêlé. J'ai réïtéré cette opération pluſieurs fois avec différentes combinaiſons d'Or & d'Argent, je n'ai réuſſi que deux fois, où l'Or s'eſt trouvé plus pur que l'Argent, toutes les autres fois l'Argent s'eſt trouvé pur, & l'Or avoit entraîné un peu d'Argent.

J'ai obſervé dans ces opérations 1.° Qu'il faut que dans le mêlange il y ait autant d'Or que d'Argent, ou approchant, pour y réuſſir. 2.° Qu'il ne faut pas donner trop de feu, ou le tout ſe mêle enſemble. 3.° Que les ſels, quand ils ne ſont pas encore en une parfaite fuſion, ſoûtiennent le métal qui commence à ſe fondre & lui ſervent de crible qui laiſſe paſſer la partie la plus peſante & la plus fonduë de ce métal, qui eſt l'Or, & qui retient l'Argent qui eſt plus leger, & qui dans ce cas n'eſt pas ſi bien fondu que l'Or; ſi dans ce moment on retire le creuſet du feu, l'Argent ſe durcit ou ſe congele promptement, parce qu'il eſt devenu fin par la ſéparation de l'Or, & qu'il ne ſçauroit être remis en fonte que par un très-grand feu; & les ſels qui ſoûtiennent l'Argent, ne pouvant pas achever de ſe fondre, empêchent l'Argent de couler au fond du creuſet, & de ſe mêler de nouveau avec l'Or.

On pourroit s'étonner ici pourquoi l'Argent ne paſſe pas au travers les ſels en même temps avec l'Or, tous deux étant également fondus, car l'Or ne ſçauroit ſe débarraſſer de l'Argent avec qui il étoit intimement mêlé par pluſieurs fontes précédentes, à moins qu'il ne fût en fonte auſſi-bien que l'Or: mais quand on examinera la nature du ſel qui ſoûtenoit le mêlange de nos deux métaux, qui eſt le ſel marin, on verra qu'il eſt le diſſolvant de l'Or, c'eſt-à-dire, une matiére qui non ſeulement diſſout l'Or maſſif en une liqueur aqueuſe, mais qui achéve auſſi de le fondre quand il le peut atteindre dans une chaleur du feu, d'ailleurs incapable de fondre de

l'Or, & qui au contraire congéle & durcit l'Argent en toutes les occasions où il le peut atteindre, ce qui se voit dans la précipitation prompte de l'Argent dissout par l'Eau forte lorsqu'on y mèle du sel commun : cette même congélation s'observe aussi à l'Argent tout prêt à se fondre dans le feu par l'attouchement de ce même sel, & l'Argent pour lors ne s'y fond que par une grande violence de feu.

Il arrive donc dans notre opération que les vapeurs du sel commun, qui est au fond du creuset & qui est agité par le grand feu, pénetrent le mêlange d'Or & d'Argent à demi-fondu & couche sur ce sel, ces vapeurs y produisent leurs effets ordinaires, c'est-à-dire, qu'ils hâtent la fonte de l'Or, & le font couler au fond du creuset, & en même temps ils resserrent & durcissent l'Argent, & en empêchent la parfaite fusion, jusqu'à ce que le feu s'augmentant à un certain degré, il agit plus violemment que les vapeurs du sel commun, & refait une nouvelle masse de deux métaux, en fondant tout ce qui est dans le creuset, aussi bien les deux métaux, que les sels qui agissoient sur eux ; c'est dans cet intervalle de temps, où l'action des sels est plus forte que celle du grand feu, qu'il faut retirer le creuset. Toute la réussite de l'opération ne consiste que dans l'attention qu'il faut avoir pour ce moment, ce qui n'est pas difficile à attraper, quand on veut s'y appliquer un peu.



BOLETUS RAMOSUS, CORALOIDES FŒTIDUS.

Morille branchuë de figure & de couleur de Corail, & très-puante.

Par M. DE REAUMUR.

C'EST une moindre merveille pour ceux qui ne ſont pas inſtruits des progrès de la Botanique, d'entendre parler d'une plante nouvelle, que d'entendre dire qu'il en eſt peu qui ayent échappé aux yeux des Botaniſtes. En effet, il eſt fort ſurprenant que la prodigieuſe variété des Plantes qui ornent la ſurface de la terre ait des bornes preſque connuës. Le bel ordre où elles ont été diſtribuées, ſur-tout par M. de Tournefort, n'eſt guére moins admirable. Cet ordre nous met en eſtat, ſans être Botaniſtes, de voir ſi une plante a été inconnuë aux Botaniſtes. Elles ſont diſpoſées ſous certaines claſſes, les claſſes ſont diviſées en genres, & les genres ſous-diviſés en eſpéces. On découvre ſans peine de quelle claſſe eſt la Plante ſur laquelle on cherche à s'inſtruire; & avec un peu d'examen on apperçoit duquel des genres de cette claſſe elle a le caractére. Si l'on trouve ſon genre, il ne reſte plus qu'à rechercher ſi elle eſt parmi les eſpéces décrites. Malgré ces facilités, je n'aurois garde de propoſer comme nouvelle la Plante dont je vais parler, ſi auparavant je ne l'euſſe ſoûmiſe à l'examen de nos plus habiles Botaniſtes.

21 Juin 1713.

Je la nomme *Boletus ramoſus, coraloides fœtidus;* Morille branchuë de figure & de couleur de * corail, & très-puante. Par la deſcription que nous en allons donner, on verra ce qui nous a déterminé à la placer parmi les Morilles, & à la diſtinguer des autres eſpéces de ce genre, par les épithétes que nous venons de rapporter.

* *Planche. 1.*

Il y a environ deux ans que je trouvai cette Plante en bas Poitou dans un mur du parc de la maison seigneuriale de Reaumur. Dans ce mur il y en avoit cinq à six de la même espéce, éloignées de quelques pieds les unes des autres. Elles étoient à différentes distances de la surface de la terre, les plus proches en étoient à un pied. Le mur étoit exposé à l'Orient, mais environné de petits arbrisseaux, & de quantité de grands arbres qui le mettoient presque entiérement à l'ombre. Il étoit fait d'une pierre grise & d'une terre rougeâtre.

Figure 1. B B, &c.

Chaque Plante * étoit composée de huit ou neuf branches, qui sortoient du mur par un trou dont le diametre horisontal étoit d'environ un pouce & demi. Les plus longues branches avoient sept pouces. La plûpart de ces branches jettoient trois ou quatre autres petites branches * longues seulement de deux pouces, ou deux pouces & demi.

Figure b b, &c.

Elles tapissoient toutes ensemble le mur comme les branches des arbres en espalier tapissent ceux contre lesquels elles sont étenduës, avec pourtant cette différence remarquable, qu'elles avoient une direction contraire à celle des branches des autres Plantes. Elles tendoient embas aussi réguliérement que celles des autres Plantes tendent en haut. Je ne crois pas pourtant que cela doive engager à faire un systeme particulier sur la nature du suc dont se nourrit cette Plante, ni sur la maniére dont elle s'en nourrit.

Ses branches sont d'une substance molle, & trop foibles pour soûtenir leur propre poids. C'est là probablement la seule cause qui les fait descendre. Ce qui en est une bonne preuve, c'est que la plûpart des branches courtes, * que jettent les branches principales, se redressent. La figure de chaque branche est assés irréguliére ; il y en a d'aussi grosses & mêmes plus grosses près de leur extrémité, que près de leur origine. D'autres sont beaucoup plus petites à leur extrémité. Dans les endroits où elles sont le plus grosses, elles ont six à sept lignes de largeur, & seulement deux ou trois lignes d'épaisseur vers le milieu de leur largeur ; je dis vers le milieu, parce que la

Figure 1. b b, &c.

circonférence de chaque endroit approche de celle d'un oval applati. C'est la largeur des branches qui est parallele au mur.

Lorsque nous avons dit que la circonférence de ces branches approche de celle d'un oval, nous n'avons voulu en donner qu'une idée grossiére : Il s'y trouve une infinité de découpûres irréguliéres, d'inégalités disposées bizarrement qui dérangent fort cette figure ; leur extrémité se termine ordinairement par deux ou trois découpûres.

Ces branches sont d'une matiére fongeuse ; elles ne sont ni feuilletées, ni fistuleuses. Leur surface paroît remplie d'une infinité de sinuosités, d'enfoncemens, de trous d'une figure très-irréguliére, & disposés fort irréguliérement. Il y a des endroits où l'on ne voit que de simples sinuosités ; ailleurs on voit des endroits plus creux, entourés de tous côtés par des espéces de petites cloisons. Enfin on y observe beaucoup de trous * qui pénétrent dans le milieu de la Plante ; on ne peut pourtant suivre leur route lorsqu'on se contente de regarder la Plante extérieurement. Mais si l'on en coupe de petits morceaux, soit horisontalement * soit verticalement, on apperçoit distinctement que ces trous pénétrent dans le milieu de la Plante, qu'ils y arrivent en serpentant, & que de-là ils vont aboutir à quelque ouverture placée plus bas sur la surface de la Plante. Quelquefois plusieurs de ces trous se croisent chemin faisant. Si l'on regarde attentivement ces trous dans l'intérieur de la Plante, on y découvre divers filaments, qui quelquefois les traversent, & qui quelquefois sont placés comme de petits poils. Ces poils auroient-ils quelque chose de commun vers les pistiles des graines? C'est ce que j'oserois au plus soupçonner.

* *Figure 2. O O O, &c.*

* *Figure 2. H H.*

Je fis ôter les pierres du mur dans l'endroit d'où les branches de ces Plantes sortoient. Je vis qu'elles tiroient toutes leur origine du fond d'une enveloppe commune*. Cette envelope est une espece de bourse formée par une membrane dont la substance, le tissu, la couleur & l'odeur sont fort semblables à celles de la peau qui recouvre le chapiteau des

* *Figure 1. CCCC.*

Champignons ordinaires. Ses parois, dans les Plantes déja grandes, ou prêtes à périr, n'ont qu'une demi-ligne d'épaiſſeur. Elles en ont beaucoup davantage lorſque la Plante eſt plus jeune. C'eſt au fond de la ſurface intérieure de cette eſpéce de bourſe que ſont attachées toutes les branches.

Vis-à-vis le meſme endroit, ſur la ſurface extérieure de l'enveloppe, eſt attachée la racine de la Plante *. Elle eſt ronde, elle a environ une ligne de diametre à ſon origine; elle ſe termine par une pointe très-fine *; ſa longueur eſt de neuf ou dix pouces; elle ſerpente dans le mur. La même racine jette trois ou quatre autres filets plus déliés *, qui à quatre à cinq pouces de leur origine, ſe terminent auſſi en pointe.

* Figure 1. Rrrs.

* S.

* rr.

Je cherchai dans le mur, & je trouvai de ces enveloppes qui donnent la naiſſance aux branches, dont les branches n'étoient pas encore ſorties. * Ces enveloppes étoient alors fermées de tous côtés, fort ſemblables à ces Champignons appellées veſſes de loup, à cela près qu'elles étoient applaties, & que les inégalités des pierres & de la terre s'y étoient gravées en divers endroits. Elle avoient alors la racine dont je viens de parler. Ayant ouvert une de ces enveloppes, je la trouvai remplie d'une ſubſtance molle, d'une couleur aſſés approchante de celle de la chair des amendes vertes qui n'ont pas encore acquis de conſiſtance. Entre cette matiére on diſtinguoit diverſes ramifications d'une autre matiére griſâtre, qui partoient du fond de l'enveloppe, & qui probablement étoient les branches naiſſantes.

* Figure 3. DDDE ÆR.

Il eſt naturel que l'enveloppe, & les jeunes branches par conſéquent, s'étendent plus aiſément du côté où le mur a une ouverture, que de tout autre côté; & cela par la même loi de Mécanique, qui fait que les arbres en eſpalier ne pouſſent point de branches du côté du mur, & que les Plantes que l'on fait germer dans une cave, prennent leur direction vers le ſoupirail de la cave: par cette même loi, dis-je, l'enveloppe doit s'étendre vers l'endroit où le mur a quelque trou *. Les branches s'étendant plus aiſément du côté où l'enveloppe cede

* Figure 3. DDD.

cede le plus, elles doivent prendre leur direction vers le même côté. C'eſt donc de ce côté-là qu'elles doivent briſer leur enveloppe lorſqu'elles ſont devenuës aſſés fortes, & que l'enveloppe eſt devenuë aſſés mince. Car elle devient mince, comme nous l'avons dit, à meſure que la Plante croît.

Lorſque ces branches ſont ſorties de leur enveloppe, & du mur, leur couleur blanchâtre ſe change en une couleur d'un fort beau rouge, aſſés approchant de celui du Corail. L'air produit ſur elles un effet ſemblable à celui qu'il produit ſur la liqueur des Buccinium, & ſur la liqueur des Œufs de Pourpre, dont nous avons parlé ailleurs. Quoique l'air pénétre dans l'intérieur de l'enveloppe, lorſqu'elle a été briſée, il y eſt moins en mouvement qu'autour des branches qui ſont hors du mur, il s'y renouvelle plus rarement; auſſi les branches y ſont-elles beaucoup moins colorées. Ce qui s'accorde fort avec ce que nous avons fait voir dans les Mémoires de 1711. pag. 190. ſçavoir que ce n'eſt pas ſimplement l'air, mais l'air agité qui donne la couleur rouge à certaines liqueurs, ou à certains corps. Intérieurement les branches ſont plus rouges autour des parois des trous, que dans l'épaiſſeur des parois. Tout cela dépend de la même cauſe.

Quand cette Plante a acquis une certaine grandeur, elle devient d'une odeur inſupportable, & approchante de celle de la plus puante charogne. Elle ſent d'autant plus mauvais, qu'elle eſt plus prête à paſſer. J'en fis deſſiner une fort grande par M. Aubriet, dont quelques bouts de branches commençoient déja à tomber ; ſon odeur étoit ſi déſagréable, que j'étois ſurpris qu'il pût la ſouffrir proche de luy pendant qu'il en prenoit le trait.

Au reſte quand elle eſt parvenuë à une certaine grandeur, elle ſe paſſe fort vîte, ſes bouts ſe ſéchent ou pourriſſent les premiers, ſelon que le temps eſt ſec ou humide; & en pourriſſant, ou en ſéchant ils prennent une couleur d'un rouge noirâtre ſemblable à celle du ſang qui commence à ſécher.

Quoique je ne puſſe prendre pour un ſimple jeu de la

nature, une Plante dont j'en trouvois cinq à ſix ſemblables en même temps, je m'informai ſi on ne ſe ſouvenoit point d'y en avoir vû de pareilles les années précédentes. On m'aſſûra que dans le même mur, & dans le même endroit, on y avoit toûjours vû depuis long temps de ces ſortes de Champignons.



DE L'INCOMMENSURABILITÉ DE POLYGONES INSCRITS ET CIRCONSCRITS AU CERCLE.

Par M. SAULMON.

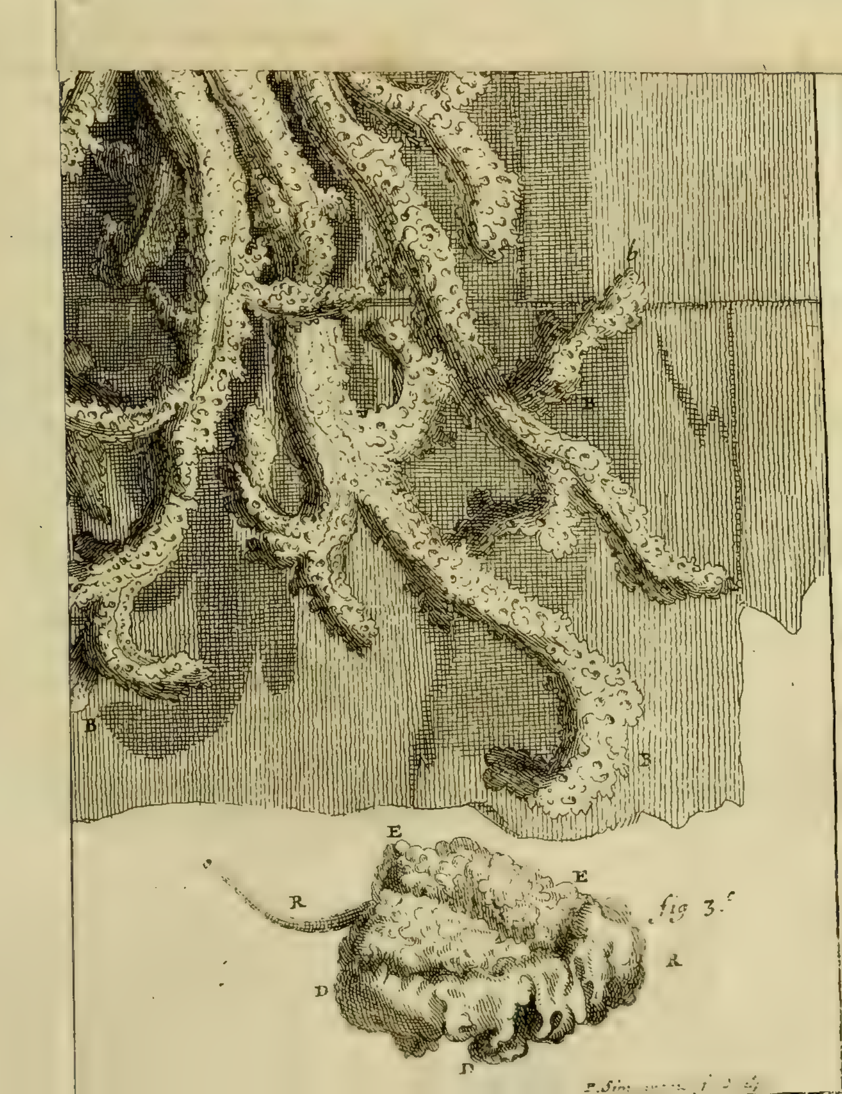
COMME la queſtion que je traite a une liaiſon néceſſaire avec la diviſibilité de la matiére, je me crois obligé d'en dire quelque choſe. 21 Juin 1713.

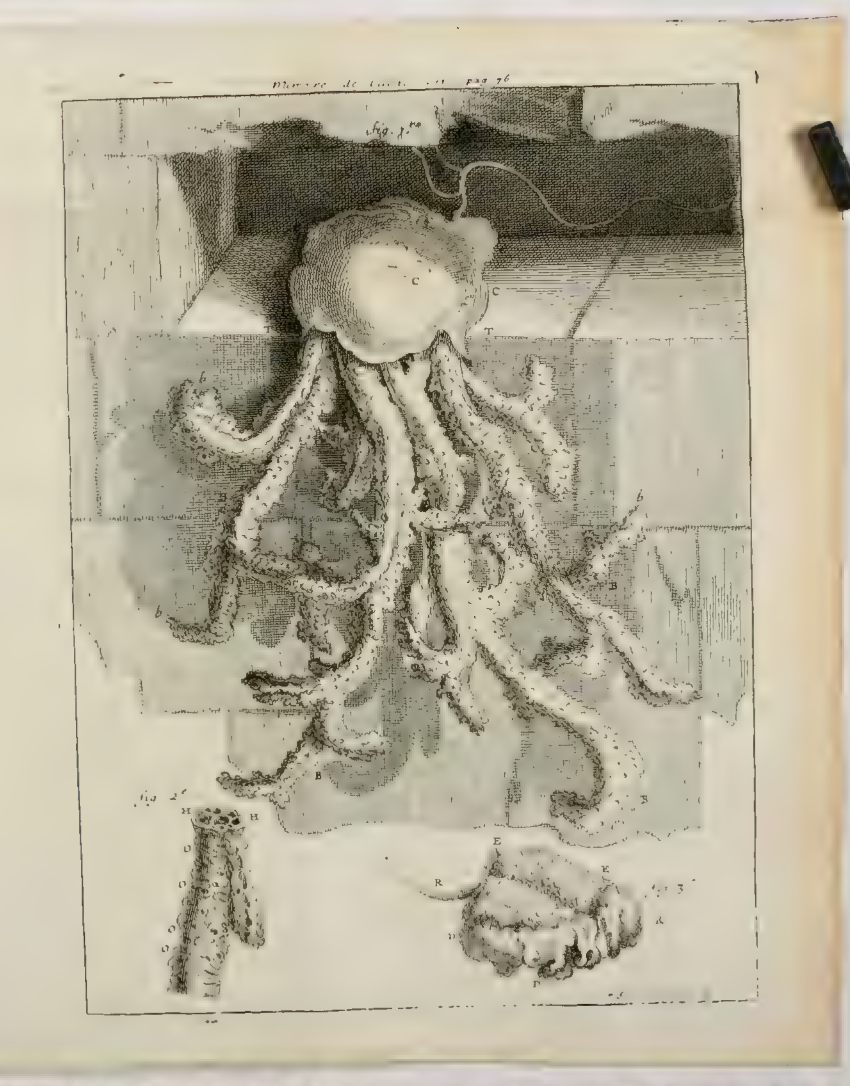
Ce que je découvre d'abord en ſon idée, eſt que je n'apperçois aucunes bornes ni limites au nombre des parties qu'elle peut fournir ſelon certaines diviſions déterminées, & que de toutes celles qui en réſultent, il n'y en a aucune que je puiſſe regarder comme ſi elle étoit vrayement la derniére. Pour le démontrer, je conçois deux cubes inégaux, leurs baſes poſées ſur un plan horiſontal, & les hauteurs entr'elles comme le côté & la diagonale d'un même quarré, & par conſéquent incommenſurables. Je conçois encore qu'ils ſont diviſés l'un & l'autre en deux parties égales, chacun par un plan parallele à l'horiſon, & que chacune de celles-ci l'eſt encore en deux autres égales ſemblablement, & ainſi de ſuite à l'infini. Il eſt clair qu'après les mêmes diviſions, le nombre des parties en un cube ſera continuellement égal au nombre des parties en l'autre, & que ce même nombre ſera continuellement l'un des termes de la progreſſion double géométrique 2, 4, 8, &c. continuée à l'infini. Chacun de ces termes ſera continuellement un nombre entier & pair, car les premiers ſont des nombres entiers par l'hypothéſe, & le double de l'anterieur eſt toûjours égal au poſtérieur, par l'hypothéſe auſſi, autrement il ne ſeroit pas formé ſelon la teneur de la formule qu'on ſuppoſe, ce qui ſeroit contre l'hypothéſe.

L'épaiſſeur de chaque tranche en l'un des cubes ſera auſſi continuellement incommenſurable avec l'épaiſſeur de chaque tranche correſpondante en l'autre cube, & il n'y aura jamais de dernier terme de cette ſuite, tandis qu'elle perſévére en la même hypothéſe. Car ſi quelqu'un vouloit qu'il y eût à la fin une derniére tranche en l'un des cubes, l'épaiſſeur de la tranche du grand ſeroit plus grande que l'épaiſſeur de la tranche du petit, car comme le nombre des tranches en chaque cube eſt égal par la formation, l'épaiſſeur d'une tranche en l'un, eſt à l'épaiſſeur d'une tranche en l'autre, comme la hauteur du premier cube eſt à la hauteur du ſecond, c'eſt-à-dire, que ces épaiſſeurs ſont continuellement entr'elles comme la diagonale, & le côté d'un même quarré, la moindre épaiſſeur pourra donc être retranchée de la plus grande, ainſi l'épaiſſeur de la grande tranche ſeroit encore diviſible au moins en deux parties inégales, mais toute grandeur diviſible en deux parties inégales, eſt diviſible auſſi en deux parties égales, la grande tranche étoit donc encore diviſible en deux parties égales. Or chacune de ces deux nouvelles parties auroit une épaiſſeur moindre que celle de la derniére tranche du petit cube, la moindre épaiſſeur pourroit donc être retranchée de la plus grande, ainſi l'épaiſſeur de la derniére tranche du petit cube ſeroit encore diviſible au moins en deux parties inégales, & par conſequent elle le ſeroit auſſi en deux égales. Les tranches qu'on avoit donc regardées comme les derniéres dans les cubes, ne l'étoient pas, mais elles l'étoient néantmoins par l'hypothéſe, l'hypothéſe étoit donc impoſſible, autrement une même choſe ſeroit & ne ſeroit pas en même temps; ce qui renferme une contradiction manifeſte.

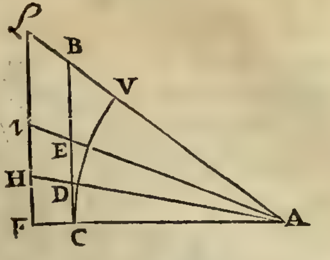
Fig. 1. Soit l'Angle AFL droit, FL égal à la hauteur du grand cube, & CB égal à celle du petit & parallele à FL, par les points L, B, je tire la droite L, B, qui rencontrent le prolongement de FC en un point A. Que les points H, i, &c. déſignent les diviſions des tranches du grand cube, les points D, E, &c. déſigneront les diviſions proportionnelles des tranches du petit.

Mais on vient de démontrer
que les côtés *Hi, DE,* sont




pag 96
Fig. 1re
C
C
T
T
b
B
b
b
B
B
B
H
H
E
E
R
F

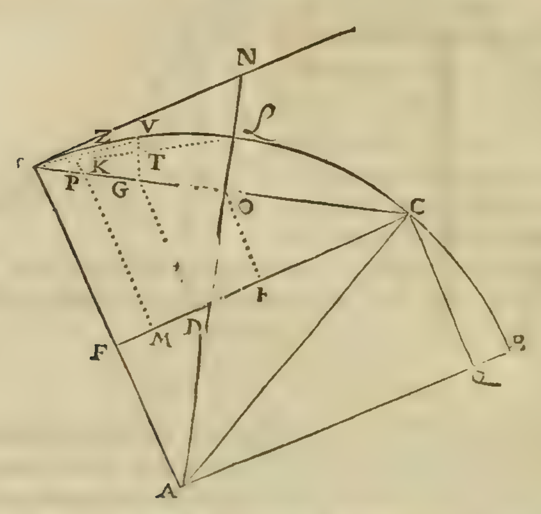
Mais on vient de démontrer que les côtés *Hi, DE,* ſont continuellement diviſibles, & qu'il n'y a point de dernieres limites en la diviſion dont ils ſont ſuſceptibles, donc il n'y en a point non plus en celle de l'angle *HAi,* ou *DAE;* par la même raiſon il n'y en a pas non plus dans aucun des autres angles *FAH* ou *CAD, LAi,* ou *BAE,* &c. donc la diviſion de l'angle eſt inépuiſable, & il n'y a point de derniéres limites.



DÉFINITION.

L'Angle qui ſe forme après une certaine multitude de diviſions des plus grandes que j'apperçoive d'une ſimple vûë, eſt ce que j'appelle un angle infiniment petit du premier genre. Je conçois encore une ſuite d'autres angles qui ſoient continuellement entr'eux comme l'angle fini *CAV* eſt à l'angle infiniment petit du 1er genre, le 3me terme proportionnel, eſt ce que j'appelle un angle infiniment petit du ſecond genre; le 4me, un angle infiniment petit du 3me genre, & ainſi de ſuite à l'infini; par exemple, un ſinus infiniment petit du 1er genre forme un ſinus verſe infiniment petit du ſecond genre; & celui-ci étant appliqué en la circonférence du même cercle, & perpendiculaire au rayon, devient un ſinus du ſecond genre qui forme un ſinus verſe du 3me, & ſi l'on continuë ainſi, l'on aura une ſuite infinie de ſinus de divers genres. Fig. 1.

Pour faire une application de la diviſibilité de la matiére en raiſon ſouſdouble, aux ſinus d'un angle diviſé auſſi en raiſon ſouſdouble, ſoit *CF* ſinus de l'angle *CAi* primitif donné. Je diviſe cette ligne *CF* en deux parties égales au point *E;* & *EF* en deux autres égales au point *D,* & *DF* en deux égales au point *M,* & ainſi à infini; du point *E* je tire *Eo* parallele à *Fi,* juſqu'à la droite *Ci* chorde de Fig. 2.



l'angle $CAi = p$, elle détermine le ſinus $oi = Y^{1re}$ de la moitié $\frac{p}{b}$ de l'angle CAi, en ſuppoſant $b = 2$.

Du point D de la 2me diviſion, je tire DG parallele à Fi juſqu'en Ci, & GT parallele à ol; il eſt clair que Li eſt diviſée en deux parties égales au point T, & que Ti eſt le ſinus de l'angle $\frac{p}{b^2}$ de la 2me diviſion, & $= Y^{2me}$. Du centre A par le point T je tire la droite TV.

Du point M je tire MP parallele à Fi: & PK parallele à GT; puis KZ parallele à TV, qui coupe la chorde Vi, en deux parties égales au point Z, il eſt clair que Zi ſera $= Y^{3me}$; & qu'il correſpondra à la 3me diviſion de l'angle CAi; ſi l'on appelle D^{1re} la moitié de CF, D^{2me}, la moitié de cette moitié, & ainſi de ſuite, les D & les Y ſeront du même ordre. C'eſt pourquoi ſi l'on conçoit que le nombre des ſinus en la diviſion ſouſdouble continuë de l'angle primitif, eſt continué à l'indéfini, leur nombre ſera égal au

nombre des parties de CF divisées aussi en raison sousdouble, & les sinus correspondront aux parties de CF prises selon le même ordre. $EF = D^{1er}$ perpendiculaire aux paralleles Eo, Fi, est moindre que l'oblique oi comprise entre les mêmes paralleles, & qui est $= Y^{1er}$. $FD = D^{2me}$ est moindre que iG qui est encore moindre que iT hypothénuse de l'angle droit iGT, & $= Y^{2me}$. De même $FM = D^{3me}$ est moindre que ip, qui est moindre que iK, & iK est moindre que iZ hypothénuse de l'angle droit iKz, & $= Y^{3me}$. L'on trouvera toûjours par la même méthode que les Y sont continuellement plus grands que les D correspondants. Mais il a été démontré en la divisibilité de la matiére, que le nombre des D étoit inépuisable, & que c'étoit une impossibilité qu'il y eût aucun D qui fût vrayement le dernier: donc à plus forte raison le nombre des Y issus de la division sousdouble continuë de l'angle donné CAi, sera aussi inépuisable, & c'est une impossibilité qu'il y en ait aucun qui soit vrayement le dernier.

Corol. Il est évident que le nombre des parties de la ligne CF issu de la division continuë, est inépuisable, & que nulle de ces parties ne peut devenir vrayement un des points qu'on appelle indivisibles ou géométriques; ou que l'on puisse representer par une unité indivisible.

LEMME I.

Le sinus total $Ai = a$, & le sinus $CF = R$, d'un arc quelconque CLi de cercle, étant donnés, trouver le sinus $CO = Y$, de la moitié du même arc CLi. Fig. 2.

Je joins les points A & C, & je tire AL perpendiculaire à iC; elle la divise en deux parties égales au point O; or $\overline{AC}^2 - \overline{CF}^2 = \overline{AF}^2$; & $AF = \sqrt{aa - RR} = CQ$ sinus du complément de l'angle donné. $Fi = Ai - AF = a - \sqrt{aa - RR}$; $\overline{iC}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{Fi}^2 = 2aa$

$-2a\sqrt{aa-RR}$, & $\frac{iC}{2} = CO = \frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-RR})}}{2}$ $= Y$; ſinus de la moitié de l'arc propoſé; & cette formule eſt générale pour trouver le ſinus de la moitié d'un arc quelconque.

Fig. 2. *Corol. 1.* Soit $b = 2$; $n =$ à un terme quelconque de la progreſſion double continuë, 2, 4, 8, &c. ou b, b^2, b^3, &c. continuée à l'indéfini; & ſoit p, égal à un angle CAi d'un ſecteur quelconque CAi de cercle, qui n'excéde pas un angle droit. Cela poſé, je conçois que cet angle eſt diviſé en deux autres égaux, & que chacun de ceux-ci l'eſt auſſi en deux autres égaux, & ainſi à l'indéfini. Chaque angle de la 1ere diviſion ſera exprimé par $\frac{p}{b}$; ceux de la 2me le ſeront par $\frac{p}{b^2}$, ceux de la 3me, par $\frac{p}{b^3}$; & ainſi à l'indéfini, & en général ils ſeront chacun exprimés par $\frac{p}{n}$. J'appelle a le ſinus de l'angle propoſé p ou CAi; & A, B, C, D, &c. les ſinus qui correſpondent à chacun des autres angles de la ſuite indéfinie. J'en ſubſtituë ſucceſſivement les quarrés à la place de RR en la formule du lemme, & je forme la ſuite indéfinie.

Angles . . . . *ſinus des Angles.*

$\frac{p}{1}$ . . . . $= a = R^{1er}$

$\frac{p}{b}$ . . . $\frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-aa})}}{2} = A = Y^{1er} = R^{2me}$

$\frac{p}{b^2}$ . . . $\frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-AA})}}{2} = B = Y^{2me} = R^{3me}$

$\frac{p}{b^3}$ . . . $\frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-BB})}}{2} = C = Y^{3me} = R^{4me}$

$\frac{p}{b^4}$ . . . $\frac{\sqrt{(2aa-2a\sqrt{aa-CC})}}{2} = C = Y^{4me} = R^{5me}$.

Et ainſi à l'indéfini où l'on ſuppoſe que R repréſente un ſinus quelconque ſupérieur, & Y l'inférieur.

Corol.

Corol. 2. Le ſinus R d'un angle quelconque étant donné, le ſinus de ſon complément ſera $\sqrt{aa - RR}$; & il eſt par conſéquent donné.

Corol. 3. Si quelque $aa - RR$, n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa, c'eſt-à-dire, ſi du quarré aa du rayon l'on retranche le quarré RR d'un ſinus quelconque R pris à diſcrétion, par exemple B, dans la ſuite infinie des ſinus, & que l'excès $aa - BB$ ne ſoit pas un quarré parfait, commenſurable avec aa; le quarré de chaque ſinus de la ſuite infinie poſtérieure ou qui eſt après B, eſt auſſi incommenſurable avec aa, ou avec ſon multiple quelconque, & le ſinus l'eſt avec a, ou avec ſon multiple $2a$. Car ſi l'on conçoit que le rayon a, eſt diviſé en autant de parties égales que l'on voudra, qui repréſentent chacune l'unité, il pourra eſtre exprimé par leur nombre, & par conſéquent par un nombre entier commenſurable avec l'unité ſuppoſée, mais incommenſurable avec $\sqrt{aa - BB}$ nombre ſourd, puiſque par l'hypothéſe $aa - BB$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa; donc a, & $\sqrt{aa - BB}$ ſelon cette ſuppoſition, ſont incommenſurables; or ſi deux grandeurs incommenſurables ſont multipliées par une même grandeur a, leurs produits ſont encore incommenſurables. Donc aa & $a\sqrt{aa - BB}$, ou leurs multiples $2aa$, & $2a\sqrt{aa - BB}$ le ſont auſſi; & par conſéquent leur différence $2aa - 2a\sqrt{aa - BB}$, ou le quart $\frac{2aa - 2a\sqrt{aa - BB}}{4} = CC$, quarré du ſinus ſuivant, eſt auſſi incommenſurable avec $2aa$, ou avec ſon ſous-multiple aa; donc leurs racines $\frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - BB})}}{2} = C$ (ſinus qui eſt après B) & a, ou ſon multiple quelconque, ſont auſſi incommenſurables à plus forte raiſon.

De même le quarré DD du ſinus poſtérieur ou qui eſt

après le ſinus C, eſt encore incommenſurable avec aa, & D l'eſt auſſi avec a ou avec un multiple quelconque $2a$. Car ſi en la valeur précédente de C, l'on ſubſtituë CC, à la place de BB, l'on aura par le *Corol. 1.* $\frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - CC})}}{2} = D$. Or l'on vient de démontrer dans le *Corol. 3me* que aa & CC ſont incommenſurables; donc leur différence $aa - CC$. l'eſt auſſi avec aa, & à plus forte raiſon leurs racines a, & $\sqrt{aa - CC}$ le ſont auſſi. Donc leurs multiples $2aa$ & $2a\sqrt{aa - CC}$, le ſont encore; & par conſéquent leur différence $2aa - 2a\sqrt{aa - CC}$, ou ſon quart $\frac{2aa - 2a\sqrt{aa - CC}}{4} = DD$, quarré de ſinus poſtérieur le ſont avec $2aa$, ou avec ſon ſous-multiple aa, & à plus forte raiſon leurs racines quarrées a, & $\frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - CC})}}{2} = D$ ſinus poſtérieur, le ſont auſſi; & comme la même loy ſubſiſte en chaque terme ſuivant à l'égard de celui qui le précéde par la génération, il eſt évident que le quarré YY, de chaque ſinus de la ſuite poſtérieure infinie, ou qui eſt après le ſinus donné B, eſt continuellement incommenſurable avec aa; & que chaque Y, poſtérieur l'eſt avec a; c'eſt-à-dire, que ſi quelque $aa - RR$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa; chaque YY de la ſuite poſtérieure infinie eſt auſſi incommenſurable avec aa, & que chaque Y l'eſt avec a.

Corol. 4. Si le ſinus Y d'un angle quelconque de la ſuite infinie eſt donné, & qu'on demande le ſinus R d'un angle double inconnu, l'on aura en dégageant l'inconnuë

$$R = \frac{2Y\sqrt{aa - YY}}{a}.$$

Corol. 5. Pour trouver la tangente iN de l'angle LAi, dont le ſinus eſt $Oi = Y$; je fais cette proportion $AO = \sqrt{aa - YY} : Oi = Y :: Ai :: = a : iN$, qui ſera

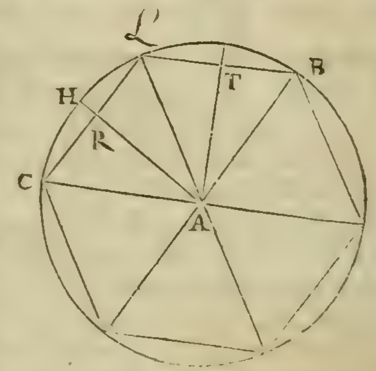
$\frac{AY}{\sqrt{aa-YY}} = T = ; = \frac{a\sqrt{(a-\sqrt{aa-RR})}}{\sqrt{(a+\sqrt{aa-RR})}}$; en mettant à la place de Y, sa valeur en R, tirée du lemme.

Corol. 6. Si quelque $aa - RR$, n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa, ou avec l'unité, chaque YY de la suite postérieure infinie ou qui est après R, est aussi incommensurable avec le quarré TT de la tangente T du même angle, & chaque Y l'est avec T. Car par le *Corol.* 5me. $YY : TT :: YY : \frac{aaYY}{aa-YY} :: aa - YY : aa$. Mais par le *Corol. 3*, si quelque $aa - RR$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa, chaque YY postérieur est continuellement incommensurable avec aa; or si deux grandeurs quelconques aa & YY sont incommensurables, leur différence $aa - YY$ l'est aussi alors avec chacune des grandeurs, donc $aa - YY$ & aa sont alors continuellement incommensurables. Or l'on vient de démontrer $YY : TT :: aa - YY : aa$. Donc si quelque $aa - RR$, n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa; YY est continuellement incommensurable avec TT, & à plus forte raison chaque Y l'est avec T, par toute l'étenduë de la suite postérieure infinie.

Corol. 7. Si quelque $aa - RR$ n'est pas un quarré parfait commensurable avec aa, le quarré aa du rayon du cercle, & le quarré TT de la suite postérieure infinie des tangentes T correspondantes aux sinus Y, qui sont après le sinus R, sont continuellement incommensurables par toute l'étenduë de la suite postérieure infinie des tangentes. Car par le *Cor. 5*, l'on a $aa :: TT :: aa : \frac{aaYY}{aa-YY}$ ou comme $aa - YY :: YY$: c'est-à-dire, en divisant chaque terme par YY, comme $\frac{aa}{YY} - 1 : 1$. Donc quand $\frac{aa}{YY} - 1$ est incommensurable avec l'unité, aa l'est aussi avec TT. Or quand YY est incommensurable avec aa: alors $\frac{aa}{YY}$ l'est aussi avec $\frac{aa}{aa}$ ou l'unité;

donc leur différence $\frac{aa}{YY}$ — 1 l'eſt auſſi avec 1. Mais par le *Corol. 3.* ſi quelque $aa - RR$ n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec aa, chaque YY de la ſuite poſtérieure infinie qui eſt après R, eſt continuellement incommenſurable avec aa; & par conſéquent aa l'eſt auſſi alors continuellement avec TT, & à plus forte raiſon a l'eſt avec T, par toute l'étenduë de la ſuite poſtérieure infinie des tangentes T, correſpondantes aux ſinus Y, qui ſont après le ſinus donné R.

Fig. 3. *Corol. 8.* Je conçois qu'un cercle eſt diviſé en un nombre quelconque g de ſecteurs égaux que j'appelle primitifs, comme BAL, LAC, & que chacun de ces ſecteurs eſt diviſé en deux autres égaux, & ceux-ci encore en deux autres égaux, & ainſi à l'infini, puis des points C & L je tire ſur AH, les perpendiculaires CR, LR, elles ſeront les ſinus Y des angles CAH, LAH, & elles formeront la chorde CL, je tire ſemblablement des chordes par tout le ſecteur BAL, & par tous les autres ſecteurs primitifs, & j'appelle encore n le nombre des angles CAH, HAL, &c. contenus en chacun de ces ſecteurs, ſuppoſant la diviſion la même que celle du *Corol. 1.er* puis je tire des tangentes paralleles aux chordes. Il eſt clair qu'à chaque diviſion, il ſe forme un polygone régulier inſcrit au cercle, & un autre ſemblable circonſcrit. Le nombre des côtés eſt en chacun $\frac{gn}{2}$; car chaque côté de l'inſcrit eſt $2Y$, & chaque côté du circonſcrit eſt $2T$. L'apotéme AR de l'inſcrit $\sqrt{aa - YY}$ & celuy du circonſcrit eſt a; d'où l'on tire le circuit de l'inſcrit



$= gny = gn\frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa-RR})}}{2}$; & ſon aire $=$ $\frac{gny\sqrt{aa-YY}}{2} = \frac{gnaR}{4}$, en mettant en la place de Y, ſa valeur tirée du lemme. Le circuit du circonſcrit ſera $gnT = \frac{gna\sqrt{(a-\sqrt{aa-RR})}}{\sqrt{(a+\sqrt{aa-RR})}}$; & ſon aire ſera $\frac{gnaT}{2}$ $= \frac{gnaa\sqrt{(a-\sqrt{aa-RR})}}{2\sqrt{(a+\sqrt{aa-RR})}}$; en mettant à la place de T ſa valeur tirée du *Corol.* 5. où R repreſente la ſuite infinie des ſinus a, A, B, &c. & n eſt ſucceſſivement $= b, b^2, b^3$, &c. C'eſt pourquoi ſi l'on appelle $P^{1^{er}}$, l'aire du polygone inſcrit qui correſpond à $Y^{1^{er}}$, car les R ou les Y qui entrent en l'expreſſion de la ſurface ou du circuit d'un même polygone quelconque, ſont du même ordre que ce polygone, c'eſt-à-dire, le polygone primitif; $P^{2^{me}}$ l'aire du polygone qui correſpond à $Y^{2^{me}}$, & ainſi de ſuite, &c. on aura $P^{1^{er}} = \frac{gbaa}{4}$; $P^{2^{me}}$ $= \frac{gb^2aA}{4}$; $P^{3^{me}} = \frac{gb^3aB}{4}$; & ainſi à l'infini. L'on déterminera ſemblablement l'aire du circonſcrit, puis leurs circuits, en mettant ſucceſſivement à la place de n & R les valeurs qui leur conviennent ſelon l'ordre des polygones ou des Y.

THEOREME I.

Si l'on conçoit une ſuite de polygones inſcrits & circonſcrits au cercle, telle qu'elle eſt déſignée dans le Corol. 8. *& que le quarré d'un côté de quelque polygone* Φ *inſcrit, quel qu'il ſoit, ſoit incommenſurable avec le quarré du rayon du cercle ; ou encore ſi l'excès* a a — R R *du quarré du rayon ſur le quarré du ſinus de la moitié de l'angle central de quelque polygone inſcrit au cercle, n'eſt pas un quarré parfait commenſurable avec le quarré du rayon du cercle, l'aire d'un polygone quelconque de la ſuite*

postérieure infinie ou qui est après Φ, *l'aire du polygone semblable circonscrit, qui correspond à l'inscrit, & le quarré du diametre du cercle, sont trois grandeurs continuellement incommensurables entr'elles ; leurs circuits & le diametre du cercle, sont aussi trois grandeurs continuellement incommensurables entr'elles.*

DÉMONSTRATION.

Le côté d'un polygone quelconque inscrit peut s'exprimer par $2\,R$, & son quarré par $4\,RR$, en supposant R indéterminé. Or si $4\,R\,R$ est incommensurable avec aa, RR l'est aussi avec $a\,a$, & par conséquent leur différence $a\,a - R\,R$ l'est aussi avec aa; donc $a\,a - R\,R$ n'est pas alors un quarré parfait commensurable avec $a\,a$, donc par le *Corol. 3.* chaque $Y\,Y$ de la suite postérieure infinie est aussi incommensurable avec $a\,a$, & chaque Y de la même suite l'est avec a; & par le *Corol. 6.* chaque YY l'est avec TT, & chaque Y l'est avec T; & par le *Corol. 7.* chaque TT l'est avec $a\,a$, ou chaque T l'est avec a: or quand deux grandeurs sont incommensurables, toutes les grandeurs commensurables avec l'une des deux, sont aussii ncommensurables avec l'autre : Donc les grandeurs qu'on vient de trouver incommensurables avec a, ou avec aa, le sont aussi avec $2\,a$ diametre du cercle, ou avec $4\,a\,a$ son quarré. Mais l'aire d'un polygone quelconque inscrit, celle du polygone semblable circonscrit, puis le quarré du diametre du cercle, sont par toute l'étenduë de la suite postérieure infinie ou qui est après Φ, comme YY, TT, $4\,a\,a$ dans le genre d'incommensurabilité, en tant que ces grandeurs sont rationnelles ou irrationnelles en général, ou comme gnR, $2\,gnT$, $16\,a$ dans le rapport déterminé; & les circuits des mêmes polygones, puis le diametre du cercle sont comme leurs racines Y, T, $2\,a$ dans le genre d'incommensurabilité : donc ces aires & le quarré du diametre sont trois grandeurs continuellement incommensurables entr'elles ; & à plus forte raison, les circuits des polygones, puis le diametre du cercle sont aussi trois autres grandeurs continuellement

incommenſurables entr'elles, par toute la ſuite poſtérieure des polygones inſcrits & circonſcrits.

Corol. 1. Si g eſt $= 4$, alors le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un quarré, le ſinus a de l'angle central BAL qui en ſoûtient un côté, eſt égal au rayon a: ce qui donne par le lemme le ſinus A, de la moitié de cet angle ou de 45 dégrés $= \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Mais $aa - AA = \frac{2aa}{4}$ n'eſt pas un quarré commenſurable avec aa, ou ce qui revient au même, $\sqrt{aa - AA} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ eſt incommenſurable avec a: Donc par le théoreme, l'aire d'un polygone quelconque inſcrit, celle du polygone ſemblable circonſcrit, & le quarré du diametre du cercle, ſont des grandeurs continuellement incommenſurables entr'elles; & les circuits des mêmes polygones & le diametre du cercle, ſont auſſi continuellement incommenſurables entr'eux; ſi en la formule $\frac{gnaR'}{4}$, des polygones inſcrits l'on ſubſtituë 4 à la place de g, & les valeurs de a, A, B, C, &c. ſucceſſivement à la place de R, l'on aura $P^{1er} = 2aa$ ou l'aire du quarré; $P^{2me} = 2aa\sqrt{2}$ ou l'aire de l'octogone inſcrit; $P^{3me} = 4aa\sqrt{(2 - \sqrt{2},)}$ ou la figure inſcrite de 16 côtés; $P^{4me} = 8aa\sqrt{(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}};)}$ & en inſérant un $\sqrt{2}$ nouveau ſubalterne ſous le dernier ſigne radical de chaque terme, l'on aura la ſuite infinie des aires des polygones inſcrits; & en général ſi l'on conçoit $b = 2$, $S =$ au nombre qui déſigne l'ordre des polygones ou des Y, car les R ou les y qui entrent en l'expreſſion de la ſurface ou du circuit d'un même polygone quelconque, ſont du même ordre que ce polygone; & $K =$ au nombre 2, engagé ſucceſſivement ſous autant de ſignes radicaux ſubalternes, qu'il y a d'unités dans $S - 1$; de telle ſorte que le 1er ſigne ſoit poſitif, le 2me négatif, & tous les autres poſitifs, l'on aura continuellement $P^{Sme} = b^{S-1}aaK$; & le nombre des

côtés ſera $2\,b^s = b^{s+1}$. Si l'on veut, par exemple, connoître l'aire d'un polygone inſcrit du cinquante-deuxiéme ordre, l'on trouvera qu'elle eſt la moitié de 4, 503, 599, 627, 370, 496, *aa* multipliés par la valeur du nombre 2 engagé ſucceſſivement ſous cinquante-un ſignes radicaux ſubalternes, tous poſitifs, excepté le ſecond qui eſt négatif, & que le nombre des côtés du polygone eſt de $b^{52} = b^{53} =$ 9, 007, 199, 254, 740, 992, c'eſt-à-dire, que ſi l'on nomme les bilions après les millions, & que l'on donne trois chiffres à chaque expreſſion, le nombre des côtés ſera neuf quadrilions, ſept trilions, cent quatre-vingt-dix-neuf bilions, deux cens cinquante-quatre millions, ſept cens quarante mille, neuf cens quatre-vingt-douze.

Corol. 2. Si g eſt $= 5$ le polygone primitif inſcrit au cercle ſera un pentagone, & l'angle central BAL qui en ſoûtient un côté, ſera de 72 degrés; & ſi l'on appelle encore a, le rayon du cercle ou le côté de l'héxagone inſcrit au cercle, Z le côté inconnu du décagone inſcrit au même cercle, & V le côté inconnu du pentagone qui lui eſt inſcrit auſſi, l'on aura par la 9 du 13 d'Euclide $Z = -\frac{a + a\sqrt{5}}{2}$; & par la 10 du même livre $V = \frac{a\sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{2}$, dont la moitié eſt le ſinus de 36 degrés, ce qui donne par le *Corol.* 4. du lemme, le ſinus de 72 degrés $= \frac{a\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}}{4} = a = R^{I''}$. Et comme ſon quarré $\frac{10aa + 2aa\sqrt{5}}{16}$ eſt incommenſurable avec aa, il eſt clair par le théoreme que l'aire d'un polygone quelconque inſcrit, de la ſuite poſtérieure, l'aire du polygone ſemblable circonſcrit, & le quarré du diametre du cercle ſont continuellement incommenſurables, & que les circuits des mêmes polygones, & le diametre du cercle le ſont auſſi.

Corol. 3. Si g eſt $= 6$, le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un héxagone, & l'angle central BAL, qui en ſoûtient un côté, eſt de 60 degrés, dont le ſinus eſt $=$ à la moitié

moitié $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ d'un côté du triangle équilatéral inſcrit au même cercle par la 12 du 13 d'Euclide. L'on a donc $\frac{a\sqrt{3}}{2} = \mathrm{a} = R^{1^{er}}$; ce qui donne par le *Corol. 1.* du lemme $A = \frac{a}{2}$; mais $aa - AA = \frac{3aa}{4}$ n'eſt pas un quarré parfait. Donc par le théoreme 1er, les aires des polygones ſemblables inſcrits & circonſcrits, & le quarré du diametre du cercle ſont continuellement incommenſurables entr'eux, leurs circuits, & le diametre du cercle le ſont auſſi, ſelon toute l'étenduë énoncée dans le théoreme. La ſuite des ſinus R ou a, $B, C,$ &c. eſt $\frac{a\sqrt{3}}{2} = \mathrm{a}$; $\frac{a}{2} = A$; $\frac{a\sqrt{(2-\sqrt{3})}}{2} = B$; $\frac{a\sqrt{(2-\sqrt{2+\sqrt{3}})}}{2} = C$; $\frac{a\sqrt{(2-\sqrt{)}2+\sqrt{2+\sqrt{3}})}}{2} = D$ & ainſi à l'infini, en inſérant un nouveau $+\sqrt{2}$ devant le dernier nombre, qui eſt continuellement $+\sqrt{3}$. Où l'on voit que le nombre des ſignes radicaux ſubalternes eſt encore égal au nombre qui déſigne l'ordre des Y, ou des polygones, que le ſecond ſigne eſt encore négatif, & tous les autres poſitifs, d'où il eſt aiſé de déduire les aires & les circuits des polygones.

Corol. 4. Si g eſt $= 15$, le polygone primitif inſcrit au cercle eſt un quindécagone, & l'angle central BAL qui en ſoûtient un côté, eſt de 24 dégrés. Si dans le cercle, dont le rayon eſt a, l'on inſcrit un triangle équilatéral & un pentagone équilatéral auſſi, ayant tous deux un même point pour le ſommet commun d'un de leurs angles, & que du centre du cercle on tire une perpendiculaire, ou un apotéme ſur un côté de l'une & de l'autre figure, oppoſé à l'angle dont le ſommet eſt commun; il eſt aiſé de voir que le quarré de la moitié de l'excès du côté $a\sqrt{3}$ du triangle, ſur le côté $\frac{a\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{2}$ du pentagone, étant adjoûté au quarré de l'apotême $\frac{a\sqrt{(6+2\sqrt{5})}}{4}$ du pentagone, ſur l'apotéme $\frac{a}{2}$ du triangle, font une ſomme égale au quarré du côté du quindécagone,

& ainſi ce côté ſera $\frac{a\sqrt{(8-\sqrt{30-6\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}})}}{2}$, dont la moitié eſt le ſinus de 12 dégrés, que j'appelle *A*. Ce qui donne par le *Corol.* 4 du lemme, le ſinus a du double de cet angle, c'eſt-à-dire, le ſinus de 24 dégrés $=\frac{a\sqrt{(7+\sqrt{5}-\sqrt{30+6\sqrt{5}})}}{4}=R''$, dont le quarré eſt incommenſurable avec *a a*. C'eſt pourquoi ſi l'on conçoit des ſuites de polygones inſcrits & circonſcrits formés comme dans le *Corol.* 8. par des ſous-diviſions ſouſdoubles continuës de l'angle central, les aires des polygones inſcrits & circonſcrits ſemblables, & le quarré du diametre du cercle ſont encore continuellement incommenſurables; leurs circuits & le diametre du cercle le ſont auſſi, ſelon toute l'étenduë énoncée dans le théoreme.

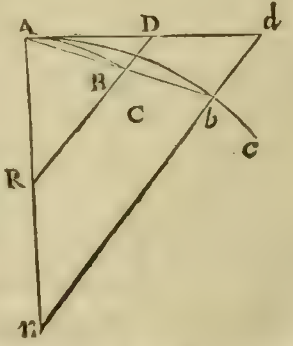
De la ſection d'une Courbe quelconque avec ſa Chorde.

LEMME II.

Dans les figures ſemblables tous les côtés qui ſe correſpondent mutuellement, ſoit rectilignes, ſoit curvilignes, ſont proportionnels.

LEMME III.

Si d'une courbe quelconque *ABC*, un arc quelconque *AB* donné de poſition eſt ſoûtenu par la chorde *AB*, & qu'en quelque point *A* au milieu de la courbûre continuë, cet arc ſoit touché par une droite *AD* prolongée de part & d'autre, & que l'on ſuppoſe enſuite que les points *A* & *B* s'approchent l'un de l'autre, & ſe joignent ou s'uniſſent, je dis que, ſelon cette



ſuppoſition, l'angle rectiligne BAD formé par la chorde & la tangente, diminuera à l'infini, & qu'à la fin, c'eſt-à-dire, en la derniére diminution, il s'évanouira.

Car ſi cet angle ne s'évanouit point, l'arc AB contiendra avec la tangente, un angle égal à un angle rectiligne, & par conſéquent la courbûre au point A, ne ſera point continuë, ce qui ſeroit contre l'hypotheſe.

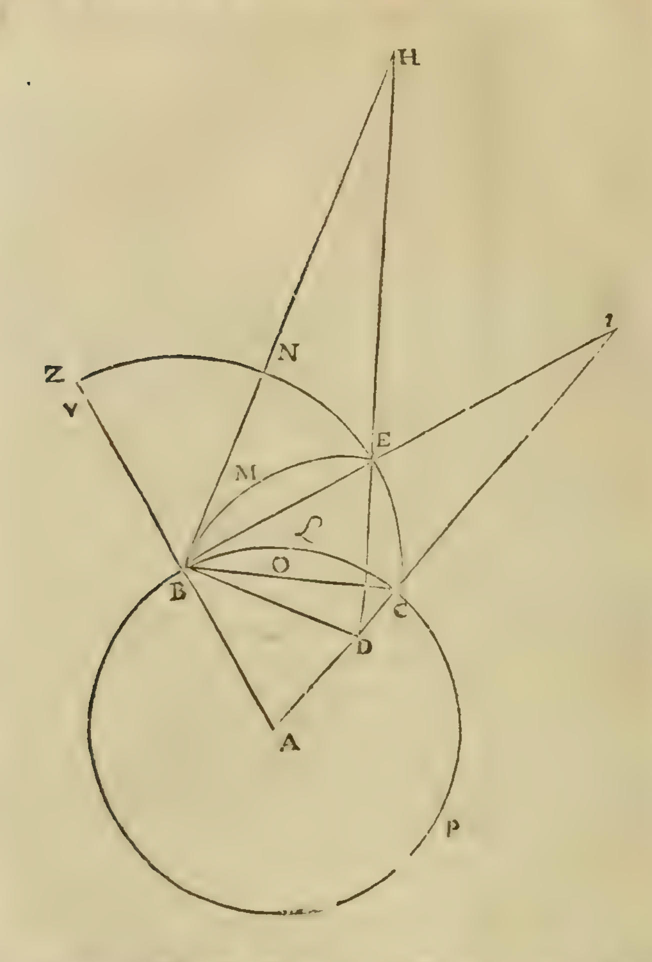
LEMME IV.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées, je dis que le dernier rapport mutuel de l'arc, de la chorde & de la tangente eſt un rapport d'égalité.

Car ſoit au point B la droite BR perpendiculaire à la courbe ABC, & pendant que le point B s'approche du point A; que l'on conçoive que les droites AB, AD, ſont continuellement prolongées vers les points b & d à une diſtance finie quelconque du point A. Soit tirée la droite bd parallele à la ſécante BD; & ſoit la courbe Abc toûjours ſemblable à la courbe ABC, & l'arc Ab toûjours ſemblable à l'arc AB. Les points A, B concourant, ou ſe joignant, l'angle dAb par le lemme 3 s'évanouira; & par conſéquent, les droites toûjours finies Ab, Ad, & l'arc Ab contenu entr'elles, tomberont l'un ſur l'autre, & ces trois longueurs ſeront par conſéquent égales. C'eſt pourquoi les droites AB, AD, & l'arc AB contenu entr'elles, leur étant proportionnelles s'évanouiront, & le dernier rapport qu'ils auront ſera un rapport d'égalité.

THEOREME II.

Soit BLC *l'arc d'une courbe quelconque, dont* AZ, DCI, *ſont des perpendiculaires, &* Bi *une tangente. Je diviſe l'angle droit* VBE *en deux angles égaux, & je fais l'angle* iBC *égal à l'angle* iBN. *Du point* B *comme centre ſur le rayon* BC, *je décris l'arc* CNZ. *Je conçois que chaque angle du quart de cercle* VBE, *eſt diviſé en deux autres égaux, & chacun de ceux-ci en deux autres égaux, & ainſi à l'infini, & je conçois*



que l'angle EBC *est toûjours égal à l'un des angles de la dernière division du quart de cercle. L'arc* VNC *sera divisé en une infinité d'angles égaux, & l'angle* EBC *en sera un. Cela posé, je dis que la chorde* BC *ne rencontre la courbe* BLC, *qu'en un point géometrique & indivisible.*

DÉMONSTRATION.

Si l'on conçoit que l'arc *B L C* devienne continuellement plus petit, & que le point *C* ſoit le plus près de *B* qu'il ſoit poſſible, & tout prêt à s'évanouir, ou même qu'il s'évanouit, par la même raiſon le point *E* de la tangente du même arc ſera auſſi le plus près de *B* qu'il eſt poſſible, & tout prêt à s'évanouir, ou même il s'évanouira, & par conſéquent dans l'inſtant que l'arc *B L C* eſt prêt à s'évanouir ou qu'il s'évanouit, cet arc, ſa chorde & ſa tangente ſont par le lemme 4 un même ſection. L'on prouvera par un ſemblable raiſonnement que dans l'inſtant que la chorde *B E*, eſt prête à s'évanouir, ou qu'elle s'évanouit, l'arc *B M E* qu'elle ſoûtient, & la partie *B N* de la tangente *B H* de cette courbe ſeront prêtes auſſi à s'évanouir ou s'évanouiront, & puiſque la chorde *B C* a une ſection commune avec la tangente *B E* & l'arc *B L C*; par la même raiſon la même ligne *B E* qui devient dans le ſecond cas une chorde de l'arc *B M E* égal & ſemblable à l'arc *B L C*, aura auſſi une ſection commune avec l'arc *B M E* & ſa tangente *B N*, & cette ſection ſera égale à celle qu'elle faiſoit avec l'arc *B L C*, & avec la chorde *B C* du premier cas, à cauſe de la reſſemblance & de l'égalité des arcs, des chordes, & des tangentes; & puiſque la longueur de la ſection du premier cas, & celle du ſecond ſe ſont en la même ligne *B E*, il eſt clair qu'elles ne ſont qu'une même longueur; donc la ſection que la ligne *B N* fait avec l'arc *B L C*, eſt la même que celle qui ſe fait par la chorde *B C* avec le même arc *B L C*. Si l'on conçoit des arcs ſemblables ſur chacun des autres rayons qui déterminent les angles du quart du cercle *V B E*, il eſt clair que *B V* deviendra la tangente du dernier arc, & que la ſection que cette droite *B V* fait avec le dernier arc, eſt préciſément la même que celle qu'elle fait avec le premier arc *B L C*; & la même encore que celle qui eſt faite par la premiére chorde *B C* avec le même arc *B L C*. Mais la ſection que *B V* ou *A B V* fait avec la courbe

M iij

BLC eſt un point géometrique & indiviſible, à cauſe qu'elle eſt perpendiculaire à la courbe BLC par la conſtruction. Donc auſſi la chorde BC ne coupe ou ne rencontre cette même courbe BLC qu'en un point géometrique & indiviſible.

REMARQUE.

L'on pourroit former une queſtion, ſçavoir, ſi les côtés des polygones inſcrits & circonſcrits au cercle dont il eſt parlé dans le corollaire huitiéme du lemme 1er, ne deviennent pas vrayement la circonférence du cercle dans le cas de l'infini au moins du dernier genre, c'eſt-à-dire, qu'il faudroit déterminer ſi l'incommenſurabilité ſubſiſte dans le cas de cet infini, autant qu'il eſt perceptible ſelon la teneur d'une telle diviſion.

Je dis que l'incommenſurabilité de ces polygones ſubſiſte; de telle ſorte qu'elle ne peut jamais ceſſer d'être.

1.° Soit, s'il eſt poſſible, quelque YY commenſurable avec aa, & que néantmoins quelque $aa - RR$ de la ſuite antérieure ou ſupérieure qui le précéde ne ſoit pas un quarré parfait commenſurable avec aa, il eſt clair qu'il faut qu'il y ait quelque terme où cette incommenſurabilité ceſſe, autrement cet YY qu'on allégue ſeroit encore incommenſurable avec aa, ce qui ſeroit contre l'hypothéſe. Que ce terme ou ſinus ſoit Y'; & que le terme ou ſinus ſupérieur ſoit R'. Il eſt évident que le quarré $R'R'$ ſera encore incommenſurable avec aa, puiſque par l'hypothéſe le changement commence au terme ſuivant qu'on appelle Y'. Mais l'on a par le lemme premier $Y' = \frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - R'R'})}}{2}$ & $Y'Y' = \frac{2aa - 2\sqrt{aa - R'R'}}{4}$; & puiſque $Y'Y'$ eſt commenſurable par l'hypotheſe, ſa valeur l'eſt auſſi. Donc $\sqrt{aa - R'R'}$ n'eſt pas un nombre ſourd, mais cela ne peut être, à moins que $R'R'$ ne ſoit commenſurable avec aa; il l'eſt donc en

même temps & il ne l'eſt pas ; ce qui eſt impoſſible. Donc auſſi cet $Y'Y'$ que l'on a pris où l'on a voulu, en l'extrémité même de l'infini, ſi on le veut, regardant cet infini comme s'il avoit des extrémités, n'étoit pas commenſurable avec aa. L'hypotheſe qu'on faiſoit, renfermoit donc une contradiction.

2.° Soit, s'il eſt poſſible, quelque YY commenſurable avec TT, & que néantmoins quelque $aa - RR$ de la ſuite antérieure ou ſupérieure ne ſoit pas un quarré parfait commenſurable avec aa. Leurs valeurs YY & $\frac{aaYY}{aa-YY}$ du *Corol. 6*, du lemme 1er qui ſont comme $aa - YY$ & aa, le ſeroient auſſi. Donc cet YY ſeroit commenſurable avec aa, ce qui eſt impoſſible par l'article qui précéde.

3.° Soit encore, s'il eſt poſſible, quelque TT commenſurable avec aa, & que néantmoins quelque $aa - RR$ de la ſuite antérieure ou ſupérieure, ne ſoit pas un quarré parfait commenſurable avec aa. Leurs valeurs $\frac{aaYY}{aa-YY}$ & aa, qui ſont comme YY & $aa - YY$, le ſeroient auſſi. Donc YY ſeroit auſſi alors commenſurable avec aa; ce qui eſt impoſſible par l'article qui précéde.

Si l'on fait $R = O$, toute la ſuite antérieure & poſtérieure des ſinus ſe détruit, & ainſi l'angle primitif donné par la premiére hypotheſe, n'eſt plus par celle-ci ; ce qui marque la contradiction de cette ſeconde hypotheſe. La raiſon eſt que RR déſigne le quarré d'un des ſinus antérieurs ou ſupérieurs, qui étoient tous poſitifs par l'hypotheſe de leur génération. C'eſt donc une contradiction que de ſuppoſer qu'il devienne nul. Ce que l'on peut voir d'une ſimple vûë aux Corollaires premier & troiſiéme du Théoreme 1er, où pour continuer la ſuite des ſinus, l'on ne fait qu'introduire le nombre 2 ſous un nouveau ſigne radical ſubalterne devant le ſigne radical du dernier chiffre, qui devient auſſi alors ſubalterne à ce nouveau ſigne radical, & qui eſt toûjours $\sqrt{2}$ au premier Corollaire, & $\sqrt{3}$ au troiſiéme Corollaire, & ces

ſinus ne peuvent s'anéantir que quand on inſéreroit un $\sqrt{4}$ ou 2, à la place de $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{3}$.

Comme le rayon a, du cercle a été ſuppoſé diviſé en un nombre quelconque de parties égales, fini ou infini, quel que ſoit le genre d'infini, il eſt clair que ſi le nombre eſt entier, comme on le ſuppoſe, il peut être déſigné par le nombre le plus grand poſſible de tous les infiniment grands que l'on puiſſe appercevoir; donc le moindre ſinus verſe, s'il étoit poſſible qu'il y en eût, ſeroit déſigné par le moindre de tous les nombres, c'eſt-à-dire, par l'unité linéaire; & par conſéquent le ſinus droit qui lui correſpond ſeroit encore alors un infiniment grand à ſon égard, & il le ſeroit par conſéquent encore à l'égard de l'unité. Mais je veux par une hypotheſe impoſſible, que R ſoit enfin égal à l'unité; l'on aura donc alors $\sqrt{aa - RR} = \sqrt{aa - 1}$, c'eſt-à-dire, que cette grandeur ſeroit encore alors incommenſurable, & par conſéquent $Y = \frac{\sqrt{(2aa - 2a\sqrt{aa - RR})}}{2}$ le ſeroit encore alors, car l'unité adjoûtée à un quarré parfait n'en fait jamais un. Enfin ſi les polygones ſemblables inſcrits ou circonſcrits devenoient vrayement la circonférence du cercle, dans le cas que leurs côtés ſeroient des infiniment petits, qu'on appelle du dernier genre; les mêmes polygones deviendroient alors égaux & par conſéquent commenſurables. Mais j'ai démontré ci-devant qu'ils ne peuvent le devenir en aucun cas; donc ſi l'on forme une égalité des valeurs des polygones, elle doit donner une contradiction, & c'eſt ce qui arrive. Car la formule générale des polygones inſcrits eſt $\frac{gnaR}{4}$; & celle des polygones circonſcrits eſt $\frac{gnaa\sqrt{(a - \sqrt{aa - RR})}}{a\sqrt{(a + \sqrt{aa - RR})}}$, ſi l'on en fait une égalité, elle donne la contradiction $R = \sqrt{-8}$. Ce qui marque que c'eſt une impoſſibilité que les polygones deviennent

deviennent jamais égaux. Mais ils le deviendroient s'ils devenoient vrayement le cercle. C'eſt donc une impoſſibilité qu'ils deviennent vrayement le cercle.

De-là, il eſt évident que la circonférence du cercle qui eſt ainſi infiniment approchée ſelon un genre quelconque déterminé d'infiniment petits, eſt incommenſurable avec le diametre, & que l'aire du même cercle infiniment approchée ſelon le même ordre, eſt incommenſurable auſſi avec le quarré du même diametre.

Au reſte mon deſſein n'eſt pas ici d'attaquer la méthode des infiniment petits, qui peut d'ailleurs être d'un grand uſage dans les Mathématiques, ſur la détermination de diverſes grandeurs, ſoit vraye, ſoit infiniment approchée ; tout ce que je me ſuis propoſé eſt ſeulement d'indiquer ma penſée ſur l'incommenſurabilité de quelques polygones inſcrits & circonſcrits au cercle, & ſur la commune ſection ou commun attouchement d'une ligne droite & d'une courbe quelconque.

DE L'ACTION DES SELS

Sur différentes Matiéres inflammables.

Par M. LEMERY le Cadet.

QUOIQUE les Sels ne ſoient pas eſſentiellement inflammables, & que les ſeuls Soufres ou Huiles ayent cette propriété, cependant ils ne contribuent pas peu ſouvent à exciter & à augmenter très-fort l'inflammabilité des Huiles qu'on a expoſées au feu. M. Homberg nous a même fait voir ici qu'on pouvoit faire enflammer certaines Huiles avec quelques eſprits acides, ſans le ſecours du feu ; mais tous les Sels ne ſont pas le meme effet, car il y en a un grand nombre

26 Août 1713.

qui diminuent, ou empêchent l'inflammation des matiéres sulfureuses exposées au feu, & l'on remarque que les mêmes acides qui sont assés puissants pour allumer sans feu les Huiles essentielles, non seulement ne font rien sur des Résines naturellement très-inflammables, mais encore qu'ils les empêchent totalement de s'enflammer tant qu'ils demeurent unis à ces Résines, comme mon Frere l'a prouvé dans un Mémoire lû en 1711.

Ces observations curieuses de Chymie m'ont fait naître le dessein d'en faire d'autres sur le même sujet, & d'examiner avec soin l'action particuliére de plusieurs sortes de Sels sur différentes matiéres sulfureuses, & j'ai tâché par le secours des expériences, de rendre raison de quelques phénomenes singuliers dont la méchanique n'a point encore été expliquée, & qui méritent bien d'être éclaircis.

Pour suivre un certain ordre dans ces expériences, j'ai pris différents Soufres ou Huiles tirées tant des Minéraux que des Végétaux & des Animaux, comme le Soufre commun, l'Huile de Petrolle, l'Huile d'Amendes douces, le Suif, la Graisse de Porc, & plusieurs autres. J'ai jetté une portion de chacune dans un creuset rougi au feu, pour observer quel est leur degré naturel d'inflammabilité; ensuite j'y ai mêlé à différentes proportions plusieurs Sels, comme l'Alun, le Borax, les Vitriols desséchés : j'ai trouvé que tous ces Sels diminuoient considérablement l'inflammabilité des Soufres, & qu'ils ne brûloient qu'à mesure qu'ils se dégageoient des Sels.

Les Sels fixes des Végétaux & des Animaux ont produit le même effet.

Les Sels urineux étant fort volatils, je crus qu'ils pourroient exciter un effet différent de ceux dont on vient de parler. J'en mêlai donc avec les Huiles en différente quantité, mais elles n'en brûlerent pas plus vite, & même quand j'en mettois le double ou le triple, la flamme en étoit beaucoup affoiblie.

Il n'arriva pas la même chose du Salpêtre que j'employai ensuite : car en quelque proportion que je le mêlasse avec les mêmes Soufres dont j'ay parlé, il augmenta si fort le volume & la vivacité de la flamme, qu'il la fit toûjours sortir du creuset avec une violence très-considérable.

Tout le monde sçait que quand on jette de ce Sel sur des charbons ardents, il s'en éleve aussitôt une grande flamme, à peu près de même, & encore plus vivement que quand on y jette une matiére sulfureuse, ce qui avoit fait croire qu'il étoit véritablement inflammable comme les Huiles; mais si cela étoit, quand on le verse dans un creuset rougi au feu, il devroit s'y enflammer comme le font en pareil cas toutes les matiéres inflammables, sans en excepter même celles qui étant versées sur un charbon ardent, n'y produisent pas, à beaucoup près, une flamme aussi considérable que celle qu'y excite le Salpêtre.

Au reste, il est inutile, pour expliquer l'effet du Salpêtre sur les matiéres sulfureuses, de supposer dans sa composition un Soufre: car quand il en contiendroit, il auroit cela de commun avec plusieurs autres Sels, dans lesquels nous en appercevons, & qui cependant bien loin d'être inflammables, éteignent plustôt la flamme qu'ils ne l'augmentent, tels sont le Sel commun, le Vitriol, & même le Cristal de Tartre, dont on retire une très-grande quantité d'Huile. D'ailleurs on ne peut pas dire que l'acide du Vitriol & l'esprit de Nitre soient inflammables, parce qu'ils font enflammer certaines Huiles essentielles.

Nous ferons voir de suite que ce n'est point la prétenduë inflammabilité du Salpêtre qui donne lieu à l'effet dont il s'agit, & que ce Sel opére par une méchanique bien différente.

Comme le Salpêtre se réduit par l'analyse en un esprit acide très-actif & très-corrosif, & en une matiere fixe & terreuse ; je me suis imaginé d'abord que ce n'étoit qu'à raison de cet acide que le Salpêtre en substance agissoit si

violemment ſur nos Huiles : d'autant plus que cet acide dégagé de ſa partie terreuſe, comme il l'eſt dans l'eſprit de Nitre, étoit alors aſſés puiſſant pour faire enflammer ſans le ſecours du feu, certaines Huiles eſſentielles.

Dans cette vûë j'ai verſé de l'eſprit de Nitre ſur nos Huiles déja enflammées dans le creuſet & ſur les charbons ardents, & j'ay remarqué qu'il n'opéroit rien de ſenſible ſur le Soufre commun, qu'il fuſoit un peu avec les Huiles, mais qu'il les éteignoit entiérement quand on y en verſoit juſqu'à un certain point, & que quoiqu'il fuſât legerement ſur les charbons ardents, la place où il avoit été verſé, même en petite quantité, en devenoit noire ; & enfin cet eſprit n'a produit ſur toutes ces matiéres aucun effet comparable à celui du Salpêtre.

Ce qui m'a donné encore un nouveau ſujet d'étonnement, c'eſt que le même eſprit de Nitre qui éteint les charbons ardents & la flamme de nos Huiles, augmente beaucoup celle de l'Eſprit de Vin, quoiqu'il y ait été mêlé en aſſés grande quantité ; & que le Salpêtre qui excite ſi fort l'inflammabilité de nos matiéres huileuſes, ne produit pas, à beaucoup près, ſur l'Eſprit de Vin, un effet auſſi conſidérable que ſur ces Huiles, & même y agit moins que l'Eſprit de Nitre.

Il s'agit preſentement de faire voir 1.° de quelle maniére le Salpêtre augmente ſi fort l'inflammabilité du Soufre commun, & des autres matiéres inflammables dont il a été parlé.

En ſecond lieu, pourquoi les autres Sels que j'ai nommés, ne le font point, ou font même tout le contraire.

Et en troiſiéme lieu, par quelle raiſon le Salpêtre & l'Eſprit de Nitre, qui n'eſt autre choſe que l'acide dégagé de la partie terreuſe de ce ſel, agiſſent ſi différemment dans certains cas.

Pour avoir une idée nette de l'action du Salpêtre ſur les Soufres, faiſons attention 1.° Que quand il a été pouſſé par un feu ſuffiſant, de Sel moyen qu'il étoit, il devient Sel alkali, parce que le feu lui a enlevé beaucoup d'acides, & qu'il devient par-là en eſtat d'en recevoir de nouveaux à la place de

ceux qu'il a perdus, ce qui fait le caractére du Sel alkali.

Nous remarquerons 2.° que quand on a mêlé avec le Salpêtre quelque matiére inflammable, il ne lui faut ni un aussi grand feu, ni un aussi long-temps que dans l'expérience précédente, pour devenir très alkali, parce que le Soufre est alors un véhicule très-puissant pour dégager & exalter les acides nitreux.

3.° Il faut observer que quand le Salpêtre a brûlé dans un creuset avec une matiére fort chargée d'acides comme le Soufre commun, il perd bien par cette opération, une grande quantité de ses acides, mais il en regagne d'autres qui lui viennent du Soufre commun. La preuve qu'il perd beaucoup de ses acides propres pendant cette opération, se déduit naturellement des deux expériences précédentes, qui font voir clairement que le Salpêtre en doit perdre, & en perd effectivement quand il a été exposé à l'action du feu, & sur-tout avec un intermede sulphureux, tel que celui qu'il rencontre abondamment dans le bitume du Soufre commun. Enfin ce qui acheve cette preuve, c'est que le Salpêtre, après cette opération, perd beaucoup de son poids.

Pour faire voir presentement qu'à la place des acides nitreux, il s'en est introduit d'autres dans le Salpêtre, qui appartiennent au Soufre commun; c'est qu'après l'opération, au lieu d'être devenu alkali, comme il le devient dans les deux premiéres expériences que nous avons rapportées, on le retrouve toûjours Sel moyen, c'est-à-dire, hors d'état de fermenter avec les acides; mais ce Sel moyen, qui est le Sel polychreste ordinaire, est bien différent de ce qu'il étoit auparavant, car il ne produit plus aucun des effets particuliers au Salpêtre, à cause des acides Vitrioliques dont il se trouve alors revêtu; & en effet on peut avec le Nitre fixé par les charbons & de l'esprit de Soulfre, produire un sel tout à fait semblable en nature & en effets au sel polychreste.

Au reste on ne sera point surpris que dans l'opération du sel polychreste le Salpêtre perde ses acides & en regagne

d'autres, ſi l'on conſidére que l'acide du Soufre auſſi bien que celui de l'Alun & du Vitriol, s'éléve très-difficilement par le feu, au lieu que celui du Nitre s'éléve par la même voye avec une très-grande facilité, comme on peut s'en aſſûrer en faiſant évaporer de l'eſprit de Soufre & de l'eſprit de Nitre, ce qui avoit peut-être fait dire que l'un étoit un acide volatil, & l'autre un acide fixe.

Cela étant, quand le Salpètre & le Soufre commun brûlent enſemble dans un même creuſet, les acides du Nitre doivent s'élever bien plus promptement que ceux du Soufre; & ces derniers ſe trouvant encore arrêtés par les pores vuides de la partie fixe du Salpêtre qui eſt devenuë alkaline, & qui les abſorbe, ils ſont obligés de laiſſer échapper la matiére bitumineuſe à laquelle ils étoient unis, & de ſe livrer au nouveau ſel, qui les retient d'autant plus facilement, qu'ils ont déja par eux-mêmes peu de diſpoſition à s'exalter.

Ceci poſé, il ne me paroît pas difficile d'expliquer comment le Salpètre augmente ſi fort la flamme du Soufre commun, & produit une détonation ſi conſidérable; car premiérement la partie fixe du Salpêtre, dérobant à la partie bitumineuſe du Soufre commun, une portion des acides qui par leur poids la fixoient en quelque ſorte, & l'empêchoient de s'élever auſſi aiſément qu'elle auroit fait ſans cela, ce bitume doit rentrer par cette perte dans ſa volatilité naturelle, & par conſéquent s'exalter plus facilement. En ſecond lieu, puiſque l'eſprit de Nitre peut bien, ſans le ſecours du feu, faire enflammer les Huiles qui ne contiennent point, ou qui contiennent peu d'acides, il ſuit naturellement de cette obſervation que dans l'opération que nous avons à expliquer, le bitume du Soufre ayant été dépouillé d'une partie de ſes acides Vitrioliques, par la partie fixe du Salpêtre, il ſe trouve par-là plus en état de recevoir l'impreſſion des acides du Nitre, qui s'élevant en l'air avec ce bitume, le doivent pénétrer très-facilement, & exciter par-là d'autant mieux ſon inflammabilité, que le feu aide encore à rareſier & à atténuer cette matiére.

A l'égard des autres corps ſulfureux dont le Salpêtre augmente beaucoup l'inflammabilité, comme ſont le charbon, & pluſieurs autres matiéres qui ont été rapportées, ce ſel y agit de la même maniére que ſur le Soufre commun. Il eſt vrai que ces matiéres ne contiennent pas toutes autant d'acides que le Soufre commun, mais elles en contiennent toûjours aſſés dans leur état naturel, pour que l'acide du Nitre ne puiſſe pas alors y être admis & y exciter une fermentation. En effet, j'ai remarqué qu'aucune de ces Huiles n'étoit ſenſiblement pénétrable à l'eſprit de Nitre, & pour qu'elles le deviennent, il faut que l'acide qu'elles contiennent naturellement, en ait été enlevé; c'eſt auſſi ce qui arrive quand on les mêle avec le Salpêtre en ſubſtance dans notre opération, car la partie fixe de ce ſel, en abſorbant les acides de l'Huile, la prépare en quelque ſorte à donner un paſſage libre aux acides nitreux, qui ſans cela n'y auroient eu aucun accès, & n'y auroient produit aucun effet.

Pour avoir donc une idée nette de la maniére dont le Salpêtre groſſit ſi fort le volume de la flamme d'une matiére huileuſe ſur laquelle il a été verſé, il ne faut pas ſeulement s'imaginer qu'il produiſe cet effet en rarefiant ſimplement les parties huileuſes déja enflammées, il le fait encore en excitant l'inflammabilité de celles qui ne l'étoient point, & qui s'exhaloient avec la flamme en forme de fumée, ou de vapeur. Ce ſont ces parties non enflammées qui produiſent la ſuye qui eſt elle-même une matiére inflammable, & qui ne ſeroit point telle ſi elle avoit été déja véritablement enflammée; car alors le tiſſu de ſes parties auroit été détruit, & auroit perdu ſa propriété inflammable.

Après tout on n'aura pas de peine à concevoir que toutes les parties huileuſes expoſées à un même feu, ne s'enflamment pas également, ſi l'on conſidére que quelques-unes peuvent eſtre plus chargées d'acides que d'autres, & par conſéquent réſiſter davantage à l'action du feu; mais quand on y a verſé du Salpêtre, la vapeur ſulfureuſe monte avec moins d'acides,

& en trouve en son chemin de nouveaux qui excitent son inflammabilité, ce qui augmente beaucoup la quantité des parties enflammées, & par conséquent la grandeur du total de la flamme.

La vérité de ce que j'avance paroît clairement quand on verse du Salpêtre sur un charbon ardent qui ne jette aucune flamme, car il s'élévoit de ce charbon une vapeur sulfureuse qui, faute d'être enflammée, ne produisoit aucune lueur, mais dès qu'elle a été préparée, & atténuée par le Salpêtre de la maniére que nous l'avons déja expliqué, elle s'enflamme tout d'un coup & avec une vivacité très-considérable.

La méchanique dont le Salpêtre opére sur les matiéres sulfureuses étant bien entenduë, on appercevra facilement pourquoi les autres Sels dont il a été parlé, ne produisent pas un effet semblable en pareil cas, & souvent même en produisent un tout opposé. Car premiérement, l'Alun & le Vitriol sont deux Sels moyens chargés tous deux d'un même acide Vitriolique, qui, suivant ce qui a déja été dit, s'évapore avec une très-grande peine par le feu, & qui s'éléve encore bien plus difficilement quand il est engagé dans sa matrice terreuse qui l'y retient si fort, qu'en quatre jours entiers d'un feu très-violent, & sans discontinuation, l'Alun & le Vitriol perdent moins de leurs acides, que le Salpêtre n'en perd des siens en huit ou dix heures; de plus on sçait que quand on pousse dans une même cornuë le Salpêtre & le Vitriol, pour faire l'eau forte, le Salpêtre après un certain temps se trouve dépouillé de ses acides, qui s'en sont envolés, pendant que ceux du Vitriol sont demeurés au fond du vaisseau avec la matrice du Salpêtre; ce qui marque sensiblement, non-seulement que le Salpêtre peut agir où ces autres sels n'ont point d'action, mais encore d'où peut procéder l'inaction particuliére de ces sels dans la circonstance présente; car s'il leur faut un temps si considérable, pour laisser échapper les acides qui pourroient être propres à produire quelqu'effet sur la vapeur sulfureuse dont il s'agit, & si ces acides tous dégagés ne s'élévent encore que fort

que fort peu à cauſe de leur péſanteur naturelle, toute la vapeur ſulfureuſe ſe trouvera épuiſée avant que ces acides ayent commencé à ſe dégager, & ſuppoſé qu'il s'en échappe, ce ſera en petite quantité, & peut-être empêcheront-ils encore la vapeur de s'élever auſſi haut qu'elle le pourroit faire naturellement.

En un mot, ſi pendant que l'Huile brûle, il ne ſe fait pas dans le Vitriol & l'Alun une décompoſition ſuffiſante, la flamme ne doit point augmenter, car dans notre hypotheſe l'acide du ſel doit quitter ſa matrice terreuſe pour aller porter ſon action ſur la vapeur ſulfureuſe, & l'acide de l'Huile doit l'abandonner, pour s'unir à la matrice terreuſe du ſel, qui ne devient propre à recevoir cet acide, qu'autant qu'elle a perdu auparavant de ſes acides propres.

Il ſuit encore de cette hypotheſe que les ſels Alkali, tant fixes que volatils, & que l'eſprit de Nitre ne doivent rien faire, ou faire peu de choſe ſur la flamme de nos matiéres huileuſes; car ſi le ſel Alkali peut bien enlever à l'Huile quelques acides, il n'en fournit point d'autres à la vapeur ſulfureuſe qui s'éléve, ce qui eſt néantmoins une circonſtance eſſentielle pour exciter un effet ſenſible d'inflammabilité : on peut même dire que comme ces ſels verſés dans le creuſet avec l'Huile partagent avec cette matiére l'action du feu, elle en doit recevoir par-là une moindre impreſſion que ſi ces ſels n'y étoient pas; de plus ils peuvent encore en chargeant la matiére huileuſe ſur laquelle ils ſont verſés, empêcher qu'elle ne s'éléve ſi facilement qu'elle le feroit ſans mêlange : auſſi remarque-t-on que l'Huile ne brûle dans toute ſa force que quand elle ſurnage ces ſels, & qu'elle les a précipités en quelque ſorte au fond du creuſet, & comme les ſels Volatils Alkali ne chargent pas tant les parties huileuſes que les fixes, ils ne produiſent pas une diminution de flamme ſi ſenſible.

Pour l'eſprit de Nitre s'il contient les acides néceſſaires pour exciter l'inflammabilité de la vapeur ſulfureuſe, il lui manque la partie fixe & terreuſe des ſels Alkali, ſans laquelle la vapeur ſulfureuſe ne peut être ſuffiſamment préparée à

recevoir l'impreſſion des acides ; quand elle en contient déja un fort grand nombre. De plus comme l'eſprit de Nitre quelque déflegmé qu'il ſoit, contient toûjours beaucoup de parties aqueuſes qui s'y trouvent toutes développées, le premier effet de ces parties aqueuſes eſt d'éteindre la flamme; & ainſi quand ces acides Nitreux pourroient faire quelqu'effet ſur la vapeur ſulſureuſe, comme cet effet ſeroit bien peu de choſe à cauſe de la grande quantité d'acides que cette vapeur ſulfureuſe contient déja par elle-même, les parties aqueuſes éteindroient encore plus de parties ſulſureuſes que les acides n'en pourroient allumer.

Les acides contenus dans l'eſprit de Nitre manquant donc du ſecours des ſels Alkali, pour exciter l'inflammabilité des Huiles chargées de beaucoup d'acide, & d'un autre côté les ſels fixes ne pouvant produire d'effet ſenſible ſur ces mêmes Huiles ſans le ſecours des acides Nitreux, ces deux matiéres unies enſemble & verſées enſuite ſur nos Huiles, doivent l'enflammer comme le Salpêtre, & par conſéquent produire par leur union ce que chacune en particulier n'étoit pas capable de faire. C'eſt auſſi ce que l'expérience juſtifie parfaitement.

Le Sel de Tartre au contraire ou le Nitre fixé par les charbons qu'on ſaouleroit d'acides vitrioliques, ne doit rien faire, & ne fait rien effectivement ſur les Huiles enflammées, parce qu'il n'y a que les acides Nitreux qui dans la circonſtance préſente, ayent aſſés de volatilité pour pouvoir opérer ſur la vapeur des matiéres ſulfureuſes.

Suivant ce raiſonnement j'ai cru que comme les ſels eſſentiels ſont des Sels moyens qui contiennent beaucoup d'acides, & une partie fixe & terreuſe, ceux qui donnoient des indices de ſels Nitreux, qu'il eſt facile d'appercevoir par un certain frais qu'ils excitent ſur la langue, devoient produire préciſément le même effet que le Salpêtre, & c'eſt ce que j'ai reconnu par l'expérience dans les ſels d'Oſeille & de Charbon bénit; le Criſtal de Tartre au contraire, qui eſt une eſpece

de Sel eſſentiel, & qui ne donne pas les mêmes indices d'acides Nitreux, n'a rien fait de ſemblable, ce qui marque encore davantage la vérité de notre explication ſur l'action différente des Sels dont il a eſté parlé.

Je me ſuis encore imaginé que le Sel volatil de Succin étant acide, & s'élévant avec aſſés de facilité, il pourroit bien être compoſé d'un acide Nitreux, d'autant plus qu'une autre eſpece d'acide ne luy auroit peut-être pas permis de s'éléver ſi facilement; je l'ai donc mis en expérience, & il a toûjours excité l'inflammabilité de nos matiéres huileuſes, mais comme il contient moins de parties terreuſes & abſorbantes que le Salpêtre, il n'a pas fait une détonation ſi forte que ce ſel.

A l'égard du Borax que j'ai employé, il n'eſt pas étonnant qu'il produiſe le même effet que les ſels Alkali: car quelque violence de feu qu'on lui donne, il ne ſe décompoſe preſque point, & il fournit tout au plus un peu de liqueur legerement alkaline & jamais acide.

Il ne reſte plus qu'à expliquer pourquoi le Salpêtre qui produit un effet ſi prompt & ſi conſidérable ſur le Soufre commun & ſur les Huiles groſſiéres, agit infiniment moins ſur l'eſprit de Vin, en quelque proportion qu'il y ait été mis, & pourquoi l'eſprit de Nitre qui n'a point d'action ſenſible ſur les unes, & qui ſur les autres en a bien moins que le Salpêtre, agit bien davantage que ce ſel ſur l'eſprit de Vin.

Pour concevoir cette différence, faiſons attention que l'eſprit de Vin eſt une Huile très-exaltée, dont les parties ſulfureuſes ont été ſi fort atténuées par la fermentation, qu'elles ſe ſont dégagées des parties groſſiéres & ſalines qui pouvoient mettre obſtacle à leur inflammabilité & à leur élévation ; or quand on y mêle le Salpêtre, la partie fixe de ce ſel ne trouvant pas beaucoup d'acides à abſorber, elle n'y produit pas à cet égard une grande altération, & quant à la partie volatile du Salpêtre qui conſiſte dans ſes acides, comme elle ne ſe dégage & ne monte pas aſſés abondamment & aſſés vîte pour ſuivre toutes les parties ſulfureuſes de l'eſprit de Vin,

qui par elles-mêmes s'élevent & s'enflamment avec une grande facilité, on n'apperçoit pas alors une augmentation fort considérable dans la flamme; mais quand on se sert de l'esprit de Nitre, comme cette liqueur contient un grand nombre d'acides tous dégagés, ils peuvent tout d'un coup, & d'autant mieux faire impression sur toutes les parties de l'esprit de Vin, que cet esprit fermente naturellement & très-fort avec l'esprit de Nitre; aussi dans notre opération remarque-t-on au fond du vaisseau une grande ébullition, qui rarefiant la matiére dès le commencement, la dispose dès-lors à s'enflammer & à s'élever avec plus de violence, & c'est pour cette raison que la flamme, de bleuë qu'elle étoit, devient très-rouge & très-ardente.

Au reste, la partie aqueuse de l'esprit de Nitre, qui avec les Huiles grossiéres, est un obstacle à leur inflammabilité, & souvent même les éteint, comme il arrive en plusieurs occasions, & entr'autres au charbon ardent, où la place sur laquelle a été versé l'esprit de Nitre, devient noire, de rouge qu'elle étoit; cette partie aqueuse, dis-je, ne produit pas le même effet sur la flamme de l'esprit de Vin; la raison m'en paroît être que les Huiles grossiéres s'élevent moins aisément par le feu, que le flegme, & ainsi quand l'esprit de Nitre a été versé sur ces Huiles, la partie aqueuse de cet esprit s'élevant par l'action du feu, au dessus des Huiles, les étouffe & les empêche de s'enflammer; mais comme l'esprit de Vin monte avant le flegme, quand il est poussé par le feu, il laisse au fond du vaisseau la partie aqueuse de l'esprit de Nitre, qui ne pouvant atteindre en assés grande quantité à la flamme de l'esprit de Vin accruë encore par le mêlange des acides Nitreux, n'apporte aucune altération sensible à cette flamme.

OBSERVATIONS SUR DIFFÉRENTES MALADIES.

Par M. MERY.

IL eſt ſi ordinaire de voir les inteſtins paſſer les anneaux des muſcles du ventre, & deſcendre dans le ſcrotum, qu'il n'y a point de Chirurgien, pour peu experimenté qu'il ſoit, qui n'en ait connoiſſance. Mais il eſt ſi rare de voir des hernies de veſſies, que je ne connois aucun Auteur qui en ait fait mention. Je vais en rapporter trois que j'ai obſervées. Voici la premiére. 17. Juin 1713.

Il y a quatre ans ou environ, que je fus appellé dans une Maiſon religieuſe, pour voir le Général de ſa Congrégation; il avoit beaucoup de peine à uriner. Ce fut pour cette difficulté qu'il ſouhaita d'avoir mon avis, eſperant de recevoir par mon moyen quelque ſecours. Après avoir entendu le rapport qu'il me fit de ſon incommodité, je lui repréſentai qu'il étoit néceſſaire que j'examinaſſe ſes parties naturelles, ſans quoi je ne pouvois pas reconnoître ſa maladie. Il y conſentit volontiers.

En les examinant, je remarquai dans le côté droit du ſcrotum, une tumeur fort conſidérable par ſon volume, dans laquelle je ſentis une fluctuation manifeſte au toucher; de-là je jugeai d'abord que la liqueur qui la formoit, étoit renfermée dans les membranes propres du teſticule droit, ce qui fait la vraie hydrocelle. Mon opinion me paroiſſoit d'autant plus certaine, que les membranes communes des bourſes étoient minces & ſans tranſparence, au lieu qu'elles deviennent fort épaiſſes & luiſantes, quand leur tiſſu eſt abbreuvé de ſéroſité, ce qui fait une œdematie particuliére qu'on appelle fauſſe hydrocelle. Mais ce ſaint Religieux me tira auſſi-tôt

de mon erreur; car en comprimant devant moi la tumeur avec ſes deux mains, il en fit ſortir l'urine par le canal de la verge, & l'enflûre diſparut entiérement, ce qui me fit auſſi-tôt changer de ſentiment. Je lui avouai ma ſurpriſe, en l'aſſûrant qu'il avoit certainement une deſcente de veſſie, que ſon fond avoit paſſé par les anneaux des deux muſcles obliques & du muſcle tranſverſe du ventre, & que l'urine dont il ſe rempliſſoit, produiſoit la tumeur dont il étoit affligé. Enfin je lui repréſentai qu'il n'y avoit point de remede à ſon incommodité, parce que la veſſie devoit être adhérente à la ſurface intérieure du ſcrotum, comme ſe trouve ordinairement le péritoine prolongé juſqu'aux bourſes, dans les deſcentes ordinaires, ſoit de l'épiploon ou des inteſtins; qu'ainſi il étoit abſolument impoſſible de réduire la veſſie dans ſa place naturelle. Je lui conſeillai de porter ſeulement un ſuſpenſoir.

En ſortant du Monaſtére, je dis au Frere infirmier qui m'accompagnoit, que depuis que je pratiquois la Chirurgie, je n'avois rien vû de ſi monſtrueux. Je le priai de me faire le plaiſir de me permettre d'examiner cette deſcente de veſſie, après la mort de ce Religieux, qui avoit plus de quatre-vingt ans. Ce Frere eſt Apothicaire & Chirurgien de la Maiſon; & comme il n'avoit pas moins de curioſité que moi, de connoître un fait ſi extraordinaire, il n'eut pas de peine à m'accorder la grace que je lui demandois, quoiqu'il ne ſoit point permis de faire l'ouverture du cadavre d'aucun Moine, moins encore de celui d'un Général. Cependant il me promit de me faire avertir de ſa mort, ſitôt qu'il ſeroit décedé, ce qu'il fit peu de temps après.

Etant arrivé au Monaſtére, nous allâmes ſeuls dans une des chambres de l'infirmerie où le corps du deffunt étoit en dépôt, & là j'ouvris le ventre & les bourſes. Nous remarquâmes que la veſſie étoit effectivement adhérente dans le ſcrotum de même qu'ailleurs, comme je l'avois jugé auparavant. Sa figure repréſentoit celle d'une gourde, qui eſt une

espece de courge dont les pauvres voyageurs se servent pour mettre & conserver leur boisson. Le fond de la vessie qui en faisoit la partie la plus évasée, occupoit le côté droit du scrotum; son milieu en faisoit la partie la plus étroite, parce qu'il étoit resserré dans les anneaux des muscles du ventre; sa fin avoit plus de capacité, mais moins que son fond; elle étoit placée dans la partie antérieure de la region hypogastrique, comme à l'ordinaire; son fond étoit recouvert du dartos, son milieu des muscles du ventre, le reste du peritoine, de sorte qu'elle étoit jointe à toutes ces parties, qui l'environnoient.

Nous examinâmes ensuite les viscéres renfermés dans la capacité du ventre, nous les trouvâmes tous dans leur état naturel, excepté qu'un des intestins estoit tombé dans le côté gauche du scrotum. Nous finîmes cet examen par la vesicule du fiel, qui renfermoit une pierre composée de plusieurs couches posées les unes sur les autres. La figure de cette pierre étoit ronde; elle avoit sept à huit lignes de diametre en tout sens. Elle ne pesoit cependant qu'un gros & six grains. Sa couleur & sa consistance étoient si semblables à du charbon de terre, qu'on l'auroit prise pour un morceau de ce mineral, & s'y tromper, en ignorant le lieu où elle s'étoit formée.

SECONDE OBSERVATION.

La seconde descente de vessie que j'ai vûe dans l'Hostel-Dieu, à une pauvre femme grosse de cinq à six mois, n'étoit pas moins extraordinaire que celle que je viens de rapporter. Cette femme urinoit avec beaucoup de peine. En l'examinant, je lui trouvai une tumeur d'un volume plus gros que celui d'un œuf de poule. Cette tumeur étoit située entre l'anus & la partie inférieure de l'orifice externe de la matrice. En la tâtant, j'apperçus quelques gouttes d'urine sortir par l'uretre; d'où je conjecturai que cette tumeur pouvoit être causée par l'urine qui sejournoit dans le fond de la vessie déplacée. Pour mieux m'en assûrer, je comprimai peu à peu

la tumeur, & elle disparut entiérement, toute l'urine qu'elle contenoit s'étant écoulée par le canal de la vessie. Cet événement changea mon soupçon en une entiére certitude. Voilà le fait tel que je le remarquai.

Je vais examiner maintenant quelle étoit la cause de la grande difficulté & de la douleur que souffroit cette pauvre femme, depuis sa grossesse, en urinant. Si on fait réflexion que quand elle pissoit, sa tumeur ne disparoissoit point, il sera aisé de juger que cette difficulté & cette douleur ne pouvoient être causées que par l'augmentation du volume de la matrice, qui pressant le milieu du corps de la vessie entre le vagin & le rectum, empêchoit l'urine de sortir du fond de la vessie descendue entre ces parties, ce qui rendoit les efforts que faisoient les fibres de la vessie, pour chasser l'urine de la tumeur, laborieux & inutiles.

TROISIÉME OBSERVATION.

Depuis peu j'ai vû à une personne de qualité une descente de vessie, semblable à la premiére dont j'ai parlé. Cet homme de considération portoit un bandage d'acier, suivant en cela l'avis de ceux qu'il avoit consultés, & qui avoient pris son incommodité pour une enterocelle, ou chûte d'intestin dans les bourses. Je lui conseillai de quitter son bandage, parce qu'en comprimant le milieu du corps de la vessie contre les os pubis, il empêchoit la partie de l'urine contenue dans son fond, de remonter du scrotum dans le reste de la cavité de la vessie, pour prendre la route du canal de la verge. Il me crut, & se trouva beaucoup mieux qu'auparavant.

Une preuve convaincante que la tumeur du scrotum étoit produite par un amas d'urine, & non par l'intestin, comme on se l'étoit imaginé, c'est que toutes les fois que cet homme ôtoit son bandage pour faire rentrer sa prétendue descente d'intestin, en comprimant les bourses, il urinoit en abondance, après quoi il se trouvoit toûjours fort soulagé. Mais quoiqu'il r'appliquât ensuite son bandage, il n'empêchoit pas

cependant

cependant que l'urine ne recoulât goutte à goutte dans le ſcrotum, & ne reformât la tumeur comme auparavant. Ce qui ne ſeroit pas arrivé, ſi la chûte de l'inteſtin en avoit été la cauſe, parce que le bandage bien appliqué, comme il étoit, l'auroit certainement empêché de deſcendre dans les bourſes.

Quelque difficile qu'il ſoit de juger ſi une hernie de veſſie peut ſe faire par ſon relâchement, comme ſe fait ordinairement la deſcente des inteſtins, ou ſi c'eſt un effet de la premiére conformation, je vais néantmoins hazarder ſur cela mon ſentiment, que j'abandonne à la critique des experts en Chirurgie.

La veſſie ne peut s'étendre qu'en ſe rempliſſant d'urine. Quand l'écoulement de cette liqueur eſt ſupprimé, ſa capacité s'augmente juſqu'à pouvoir contenir deux à trois pintes d'urine, ce que j'ai vû. M. Thibault, mon confrere, m'a aſſûré en avoir tiré, en une ſeule fois, juſqu'à quatre pintes & demie bien meſurées. Or il eſt viſiblement impoſſible qu'avec un ſi prodigieux volume, la veſſie puiſſe paſſer par les anneaux des muſcles du ventre, qui ſont ſi étroits qu'ils ne ſont capables naturellement que de donner paſſage aux vaiſſeaux ſpermatiques dans l'homme, & aux ligaments de la matrice dans la femme. D'ailleurs ces anneaux ſont fermés par le peritoine. Il eſt donc certain que la veſſie étant pleine, ne peut les traverſer. Ainſi il y a bien de l'apparence que l'hernie de veſſie vient plûtôt d'un vice de conformation que de ſon relâchement.

Elle eſt abſolument incurable, parce que le fond de la veſſie étant uni aux membranes des bourſes dans leſquelles il eſt renfermé, il ne peut être réduit dans ſa ſituation ordinaire. Donc lorſque la veſſie eſt dans ſa place naturelle, elle ne peut auſſi en ſortir pour deſcendre dans le ſcrotum, parce que ſon fond eſt ſuſpendu par l'ouraque à l'ombilic, ſes côtés attachés aux artéres ombilicales, la partie antérieure de ſon corps jointe aux aponevroſes des muſcles du ventre, & ſa partie poſtérieure unie au péritoine.

Cependant M.[rs] Litre & Rouhault, Anatomiſtes de l'Académie, m'ont objecté, pour éluder ces raiſons, que la veſſie en s'étendant, devient flottante dans la capacité du ventre, comme le ſont naturellement les inteſtins; qu'ainſi elle peut alors deſcendre, auſſi bien qu'eux, dans les bourſes, & être réduite. Si cela pouvoit ſe faire, comme ils ſe l'imaginent, la veſſie devroit forcer la partie du péritoine qui couvre les anneaux des muſcles, de ſorte qu'on la trouveroit toûjours ſéparée du cul-de-ſac que formeroit le péritoine en deſcendant dans les bourſes, de même que ſont les inteſtins, qui ne s'y uniſſent jamais, s'ils ne s'enflamment ou ſe corrompent. Je puis répondre de ce fait, après pluſieurs opérations que j'ai faites pour le réduire dans le ventre. J'ai même remarqué dans un homme qui avoit porté pendant pluſieurs années de ſa vie, preſque tous ſes inteſtins dans le ſcrotum, qu'ils ne s'y étoient point attachés.

Or la veſſie du Religieux, que j'ai diſſequée, n'a point forcé la partie du péritoine qui couvre les anneaux des muſcles du ventre; ſa ſubſtance n'étoit nullement alterée: les fibres charnues de ſon fond, dépouillées du péritoine, étoient unies au dartos, de ſorte qu'elle étoit irréductible. Donc la ſuppoſition de ces Meſſieurs, qui n'eſt qu'imaginaire, ne ſçauroit détruire les preuves que je donne, que l'hernie de veſſie vient d'un vice de conformation, & non pas de ſon relâchement, comme ils le croyent. Enfin pour leur démontrer que la veſſie ne peut abandonner ſa ſituation, je leur ai fait voir dans un petit cadavre humain, en préſence de Meſſieurs les Académiciens, que tout ſon corps eſt adhérent à toutes les parties qui l'environnent, ce qu'ils m'avoient nié poſitivement, pour mieux appuyer leur opinion. Au reſte, ſi l'hernie de veſſie ſe faiſoit par relâchement, & qu'elle flottât dans le ventre, comme ils prétendent, elle pourroit arriver auſſi ſouvent que la deſcente des inteſtins. Tous les Auteurs qui ont fait des Traités d'Opérations, en auroient parlé. Je n'en ſçais aucun qui en ait fait mention.

QUATRIÉME OBSERVATION.

Sur un Emphiſeme extraordinaire.

Un pauvre homme âgé de ſoixante ans, fut, ſur les trois heures après midi du Lundi ſixiéme Décembre 1711. renverſé par un carroſſe, dont les rouës lui paſſérent ſur la poitrine, & lui rompirent la quatriéme & la cinquiéme côtes vraies du côté gauche, dans leur partie moyenne. La néceſſité dont il étoit preſſé, l'obligea de venir, immédiatement après ſa chûte, chercher du ſecours à l'Hoſtel-Dieu, où il fut reçû auſſi-tôt.

En l'examinant, on remarqua d'abord la fracture des côtes. Peu de temps après il parut au même endroit une tumeur aſſés conſidérable, cauſée par un air renfermé dans le tiſſu veſiculaire de la membrane qui ſe trouve placée ſous la peau. Le compagnon Chirurgien, dans le rang duquel ce pauvre bleſſé fut couché, ne trouva pas à propos d'appliquer de remédes ſur cet emphiſeme, parce qu'il ne vit au dehors ni playe ni contuſion. Il n'oſa pas même ſe ſervir du bandage qu'on fait ordinairement à la poitrine pour la fracture des côtes, de crainte de nuire à la reſpiration, qui étoit déja fort embarraſſée. Il ſe contenta de le ſaigner ſeulement. La ſaignée fut repetée les jours ſuivants, par l'ordre du Médecin de la Salle; mais elle n'empêcha pas que la difficulté de reſpirer & l'emphiſeme n'augmentaſſent toûjours juſqu'au Jeudi au ſoir, qui fut le quatriéme jour de ſa bleſſure, & le dernier de ſa vie.

Le lendemain matin j'examinai ſon cadavre dans la Salle des morts, & je trouvai que l'emphiſeme occupoit tout l'extérieur du corps, à la reſerve de la plante des pieds & de la paume des mains; de ſorte que la face, le col, la poitrine & le ventre, les bras & les jambes étoient remplis d'air, qui fuyoit ſous mes doigts, pour peu que je preſſaſſe la peau au deſſous de laquelle cet air étoit renfermé.

Ayant fait une incision à la peau & aux autres téguments qui couvroient l'endroit des côtes rompues, je remarquai aux muscles intercostaux une ouverture, mais presqu'imperceptible, sans aucune échymose. Enfin ayant ouvert la poitrine, j'apperçûs une petite portion de la membrane qui enveloppe le poulmon, déchirée. D'une part elle étoit unie au poulmon, & de l'autre elle étoit attachée à une partie des côtes rompues. Il ne s'étoit cependant écoulé aucune goutte de sang du poulmon dans la capacité de la poitrine, ce qui me parut un fait fort singulier.

Après cela il est aisé de découvrir la route qu'a pris l'air, pour former cet affreux emphiseme. En effet, il est visible que du total de l'air qui entroit par la trachée artére dans le poulmon, pendant la dilatation de la poitrine, une partie a dû, dans le temps de son rétrecissement, en ressortir par ce même canal, & l'autre s'échapper des cellules du poulmon, par l'ouverture de sa propre membrane déchirée, sortir de la poitrine par la petite playe des muscles intercostaux, & s'insinuer dans le tissu de la membrane vesiculaire, parce que sa résistance s'est trouvée plus foible que l'effort de l'air qui la pénétroit; car il n'y a nulle apparence qu'il s'y soit insinué pendant la dilatation de la poitrine, parce qu'en se dilatant, elle ne peut forcer qu'autant d'air à entrer dans le poulmon, qu'il s'en trouve aux environs dont elle prend la place, & qu'alors elle se donne au dedans d'elle-même autant de capacité qu'elle occupe d'espace au dehors. Ainsi l'air n'a pas pû s'insinuer dans la membrane vesiculaire pendant la dilatation de la poitrine. Ce n'est donc que pendant son rétrecissement, qu'il a pû pénétrer cette membrane; & parce qu'il y est entré sans causer de douleur au blessé, & que même il n'en sentoit point, en quelqu'endroit du corps qu'on pressât la peau sous laquelle on sentoit fuir l'air, on ne peut pas douter que toutes les cellules de la membrane vesiculaire n'ayent une communication naturelle entr'elles, de même que celles de la membrane cellulaire du Pelican, dont l'admirable

ſtructure forme dans cet oiſeau une eſpéce particuliére de poulmon que j'ai décrit dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1693. Autrement ce pauvre malade auroit ſouffert des douleurs atroces dans tout ſon corps, ſi le tiſſu de la membrane veſiculaire caché ſous la peau, avoit été briſé par une inſinuation violente de l'air. *Page 177.*

On ne peut pas dire auſſi que ce tiſſu ait été rompu par des coups redoublés, comme on ſuppoſe celui des animaux que l'on ſouffle, & qu'on croit ne s'enfler que parce qu'en les frappant, on ne peut éviter de briſer ce tiſſu; puiſque cet homme n'avoit reçû aucun coup après ſa bleſſûre. D'ailleurs, on ne voit point l'air s'inſinuer dans une membrane ſolide. Il ne peut pas même s'échapper par ſes pores, lorſqu'on l'y renferme. Il faut donc que les cellules de la membrane veſiculaire communiquent entr'elles, & ſoient affaiſſées les unes ſur les autres avant de ſe remplir d'air, comme ſont celles du poulmon du fœtus, que l'air ne gonfle qu'après la naiſſance de l'enfant, qui ne commence qu'alors à reſpirer, mais ſans douleur, parce que les veſicules du poulmon ſont toutes ouvertes, & naturellement diſpoſées à le recevoir. Si elles étoient fermées, l'air ne pourroit y entrer.

Après avoir expliqué la maniére dont cet affreux emphiſeme s'eſt formé, il me reſte à examiner ſi en faiſant une inciſion à la peau, vis-à-vis la petite playe des muſcles intercoſtaux, ouverts par la fracture des côtes, j'aurois pû conſerver la vie à ce pauvre bleſſé.

Si l'on ſuppoſe que l'échappée de l'air des cellules du poulmon par ſa membrane propre déchirée par la fracture des côtes, ait été la cauſe de ſa mort, parce que la quantité d'air qui ſe perdoit par cet endroit, étoit abſolument néceſſaire pour entretenir la circulation du ſang, ſans laquelle on ne peut vivre, ce que je ne crois pas, je ſuis perſuadé que l'inciſion que j'aurois pû faire à la peau, n'auroit pas empêché ce bleſſé de mourir; car quoiqu'elle eût pû s'oppoſer au progrès de cet emphiſeme, & même donner lieu à ſa guériſon,

il eſt certain qu'elle n'auroit pû empêcher l'air de ſortir du poulmon, par l'ouverture de ſa membrane déchirée. Donc l'inciſion de la peau lui auroit été inutile, il ſeroit toûjours mort.

Cette même inciſion ne lui auroit pas été moins infructueuſe, ſi l'on ſuppoſe que le gonflement de la membrane veſiculaire qui couvre la poitrine, a été, comme il y a bien de l'apparence, un obſtacle à ſa dilatation, & la cauſe de la mort de ce bleſſé. Car pour éviter cette preſſion extérieure produite par l'enflûre des cellules de cette membrane, il auroit fallu fermer l'ouverture des muſcles intercoſtaux, & alors l'air intérieur qui s'échappoit continuellement par la déchirure de la membrane du poulmon, étant retenu dans la poitrine, auroit, en comprimant le poulmon, empêché peu à peu l'air extérieur de remplir ſes veſicules, ce qui auroit cauſé la même difficulté de reſpirer, & enfin la mort. Donc dans ces deux ſuppoſitions, l'inciſion de la peau n'auroit pas ſeulement été inutile à ce bleſſé, mais préjudiciable, puiſqu'elle auroit rendu ſa playe plus compliquée qu'elle n'étoit auparavant, & lui auroit abrégé la vie.

Enfin l'opération de l'empieme, dont les ſignes ſont fort incertains, comme je le vais faire voir dans ma cinquiéme Obſervation, ne lui étoit point néceſſaire; parce que, comme j'ai déja dit, il n'y avoit aucune goutte de ſang épanchée dans la poitrine de ce pauvre malade.

CINQUIÉME OBSERVATION.

Il y a ſix mois ou environ, qu'un jeune garçon âgé de dix-huit à dix-neuf ans, reçut ſur les deux ou trois heures après minuit, un coup d'épée à la partie ſupérieure antérieure du bras droit. Il fut tout auſſi-tôt conduit à l'Hoſtel-Dieu, & couché dans la Salle des bleſſés. Je l'examinai ſur les ſix heures du matin. Voici l'état où je le trouvai.

Il avoit déja une fiévre très-ardente, une difficulté à reſpirer, & une douleur de poitrine, du même côté de ſa playe, ſi

violente, que je crus d'abord que la capacité de la poitrine étoit remplie de ſang, & qu'il expireroit en peu d'heures, ſi je ne lui faiſois pas ſur le champ l'opération de l'empieme. Cependant ſa playe n'avoit au dehors tout au plus que trois lignes de long ſur demi-ligne de large. Elle me parut même auſſi réunie qu'une inciſion de veine ſaignée depuis peu, ce qui fit que je ne trouvai pas à propos de ſonder ſa profondeur, étant reſolu de faire l'opération; mais jettant enſuite les yeux ſur la poitrine, j'apperçus ſous le mamelon droit, une tumeur de ſept à huit pouces de diametre, & de plus d'un pouce d'épaiſſeur, réſiſtante au toucher, d'où je conjecturai que la playe du bras pouvoit pénétrer le grand muſcle pectoral plûtôt que la poitrine; conjecture fondée ſur ce que cette tumeur étoit ſans lividité, ſans fluctuation & ſans emphiſeme, ſignes certains que ni le ſang ni l'air n'en pouvoient être la cauſe; d'où je jugeai que le tendon du muſcle pectoral ayant été picqué, la douleur avoit déja attiré une fluxion de ſéroſités ſur toute ſa partie charnuë qui couvre le devant de la poitrine, ce qui me fit differer l'opération, que la douleur de côté, la fiévre & la difficulté de reſpirer, ſembloient demander abſolument.

Je me contentai d'appliquer ſur la playe & ſur la tumeur, une compreſſe un peu épaiſſe, trempée d'eſprit de vin & d'eau, mêlés enſemble en égale quantité. Je fis auſſi-tôt ſaigner ce pauvre bleſſé. La ſaignée lui fut repetée le ſoir & le lendemain matin, que je trouvai tous ſes accidents fort diminués.

Cette diminution ſi conſidérable me fit changer de vûë par rapport à l'opération. Je fis r'appliquer la compreſſe toujours mouillée de la même liqueur ſur la playe & ſur la tumeur. Au bout de huit jours le bleſſé ſe trouva parfaitement guéri. Ce rapport fidéle fait voir combien les ſignes d'un épanchement de ſang dans la poitrine ſont équivoques & trompeurs, le jugement difficile, & l'opération de l'empieme hazardeuſe; car ſuppoſé que la poitrine eût été remplie de ſang, comme je l'avois cru d'abord, j'auroïs bien pû tirer par ſon ouverture celui qui auroit été renfermé dans ſa capacité, mais il m'auroit

été impoſſible d'empêcher le ſang des vaiſſeaux du poulmon de ſortir de leurs conduits, qui n'auroient pas encore eu le temps de ſe refermer. Donc dans cette circonſtance, le riſque étoit égal en faiſant ou ne faiſant pas l'opération.

SIXIÉME OBSERVATION.

M. Genti Prêtre d'une grande vertu, devenu aveugle ſur la fin de ſa vie, m'a legué par teſtament ſes deux yeux pour en découvrir les défauts, & en faire part au public, afin qu'il puiſſe en tirer quelqu'utilité. Après ſa mort, qui eſt arrivée au mois de Mars dernier, je les ai examinés, & ai fait voir à l'Académie les remarques que je vais rapporter.

1. Dans l'un j'ai obſervé que la ſurface antérieure du criſtalin étoit ulcerée, ſon corps obſcurci, l'humeur aqueuſe fort trouble, & que la tranſparence du corps vitré étoit beaucoup diminuée. Dans l'autre j'ai remarqué que l'humeur aqueuſe, le criſtalin & le corps vitré n'avoient perdu que fort peu de leur tranſparence, de ſorte que la lumiére pouvoit encore les traverſer.

2. Dans tous les deux, les glandes qui environnent la circonférence extérieure de l'iris & filtrent l'humeur aqueuſe, étoient plus groſſes qu'elles ne ſont ordinairement. Dans l'un & l'autre une pluie huileuſe extrêmement menuë paroiſſoit répanduë ſur leurs humeurs.

3. Enfin, j'ai remarqué que les nerfs optiques étoient flétris, auſſi n'ai-je pû en faire ſortir de moëlle, comme j'ai fait de ceux qui ſont dans leur état naturel; d'où je conjecture que la cauſe de l'aveuglement de M. Genti a été la flétriſſure des nerfs optiques, & qu'il auroit pû, ſans ce défaut, voir de l'œil dont les humeurs avoient conſervé, à peu près, leur tranſparence ordinaire.



SUITE

SUITE DES REFLEXIONS

Qui se trouvent dans le Mémoire du 28. Juin 1712. sur les Développées, & sur les Courbes résultantes du Développement de celles-là.

Par M. VARIGNON.

DANS le Mémoire du 28. Juin 1712. nous n'avons consideré à l'ordinaire les développées que comme concaves d'un seul côté, & leur développement que comme commençant à une de leurs extrémités; d'où il ne résultoit que des courbes concaves en même sens que celles-là. Nous allons présentement considerer non seulement ces courbes concaves d'un seul côté, comme commençant à se développer de part & d'autre à celui de leurs points qu'on voudra, mais aussi celles de concavités différentes, comme commençant à se développer à quelque point que ce soit; & de tous ces développements on va voir naître plusieurs autres courbes de concavités très-différentes de position les unes par rapport aux autres, & par rapport à celles de leurs développées; & comment de fort semblables en apparence auront cependant des proprietés très-différentes selon qu'elles résulteront de différentes développées, & selon les différents points où celles-ci commenceront à se développer: Par exemple, comment & pourquoi parmi les courbes rebroussées en même sens, il y en a dont le cercle osculateur en leur point de rebroussement passe entiérement en dehors de leurs branches, d'autres où il passe en dedans, & d'autres enfin où il passe entre ces mêmes branches; pourquoi les unes l'y ont avec cinq racines égales, & les autres seulement avec quatre; comment & pourquoi, au point d'inflexion des courbes contournées, chaque rayon osculateur est infiniment petit dans les unes, & infiniment grand dans les autres, &c. 24. Mars 1713.

AVERTISSEMENT.

La démonſtration de tout cela dépendant de ce que nous avons fait voir dans le Mémoire du 28. Juin 1712. touchant le développement commencé à une des extrémités des courbes toutes concaves chacune d'un ſeul côté, & touchant les reſultantes de ce développement; nous allons citer la génération, les définitions, le Lemme, les Théoremes & les Corollaires compris dans ce Memoire, comme s'ils étoient ici, ſans le nommer davantage, & ſans faire aucune mention des pages où ſe trouvera ce que l'on en va citer; & cela pour ne pas ennuyer par des répétitions trop fréquentes qu'il faudroit faire du titre de ce Mémoire & de ces pages.

§. I.

Du Développement des Courbes d'une ſeule concavité chacune; commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

Fig. 1. I. On a vû dans le Mémoire du 28. Juin 1712. que ſi $A\varphi T$ eſt une courbe toute concave d'un ſeul côté, laquelle commence à ſe développer à une de ſes extrémités, par exemple en A, la reſultante AEH de ce développement ſera auſſi *(Th. 2. corol. 1.)* toute concave du même côté que cette développée $A\varphi T$; que ſa courbûre en ce ſens ira toûjours *(Th. 6. corol. 4.)* en diminuant depuis A vers H: de ſorte que ſa plus grande courbûre ſera en ſon origine A, & la moindre en ſon terme H; qu'elle aura par-tout *(Th. 6.)* ſon cercle oſculateur BEK (comme on le voit ici Figure 1.) partie au dehors & partie au dedans d'elle, ſans le rencontrer ailleurs qu'en chaque point E d'oſculation, & ſans qu'aucun autre cercle *(Th. 6. corol. 1.)* puiſſe paſſer entr'elle & celui-là, &c. comme dans le Mémoire du 28. Juin 1712. d'où ces citations ſont tirées.

II. Si préſentement la courbe $A\varphi T$ toute concave d'un ſeul côté, commence à ſe développer de part & d'autre à

tel point moyen φ qu'on voudra; ses deux parties φMA, φNT, commençant-là à se développer en différents sens vers A, T.

1.° Il est visible que ces deux arcs φMA, φMT, traceront ainsi chacun de son point φ chacune des deux branches φDR, φFS, d'une autre courbe $R\varphi S$ rebroussée en φ en sens contraires; puisque ces deux branches φDR, φFS, ainsi décrites, tendent *(gener.)* vers des côtés opposés, & *(Th. 2. corol. 1.)* avec des convexités opposées.

2.° Il est visible aussi que les rayons osculateurs en φ de ces deux branches φDR, φFS, seront *(gener. & def.)* infiniment petits de part & d'autre de ce point φ, & en ligne droite perpendiculaire *(Th. 5. corol. 2.)* à ces deux branches φDR, φFS, de la courbe $R\varphi S$ résultante du double développement dont il s'agit ici; & conséquemment que ces deux branches se toucheront en φ aussi bien que leurs petits cercles *(def.)* osculateurs en ce point, décrits de ces deux rayons ou côtés contigus en φ, des arcs développés φA, φT, & de centres pris chacun à l'autre extrémité de chacun de ces côtés infiniment petits, que l'angle infiniment obtus qu'ils font entr'eux, rend en ligne droite.

La réflexion qui va se trouver en Italique à la fin du nombre 3. de l'article 22. fera voir que la détermination totale de chacun des deux rayons osculateurs au point φ de rebroussement de la courbe RDφFS, *c'est-à-dire, que la détermination, tant de la position que de la longueur de chacun de ces deux rayons directement opposés de part & d'autre, de ce point φ, y exige quatre racines égales dans chacun des deux cercles osculateurs qui s'y toucheront mutuellement en dehors, mais infiniment petites comme eux, quoique les trois égales requises pour la détermination de la position du rayon osculateur de chacun de ces deux cercles, puissent être finies quelconques, ainsi qu'on le verra dans la réflexion qu'on vient de citer.*

III. Les Corol. 2. 3. du Th. 6. font voir de plus que les deux cercles osculateurs infiniment petits *(art. 2.)* de

la courbe *R*ꝑ *S* en ſon point de rebrouſſement ꝑ, couperont & toucheront à la fois, chacun en ce point ꝑ, celle de ces deux branches dont il ſera oſculateur en ce même point ꝑ. Pour voir comment cela ſe doit faire, imaginons deux autres cercles *IDC*, *LFG*, oſculateurs auſſi de ces deux branches ꝑ*DR*, ꝑ*FS*, en deux autres points quelconques *D*, *F*, leſquels cercles ayent *(def.)* pour rayons les tangentes *DM*, *FN*, des arcs développés ꝑ*MA*, ꝑ*NT*, & pour centres les points *M*, *N*, où ces tangentes touchent ces arcs. Le Th. 6. part. 1. fait voir que ces deux nouveaux cercles *IDC*, *LFG*, couperont les deux branches ꝑ*R*, ꝑ*S*, en *D*, *F*, de la maniére qu'on voit ici, & ſous des angles ſi petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais paſſer *(Th. 6. corol. 1.)* par aucun de ces angles, entre aucun de ces deux-là & celle qu'il coupe de ces deux branches de la courbe *RD*ꝑ*FS*; & conſéquemment *(Th. 6. coroll. 2. 3.)* que chacun de ces deux autres cercles *IDC*, *LFG*, aura auſſi (nonobſtant ces coupes ou interſections en *D*, *F*,) avec chacune de ces deux branches ꝑ*DR*, ꝑ*FS*, chacun avec celle qu'il coupe, deux attouchements de part & d'autre, de chacun de leurs points d'interſection *D*, *F*, un en dehors, du côté de *I*, *L*, & l'autre en dedans, du côté de *C*, *G*.

Concevons préſentement que ces deux interſections *D*, *F*, arrivent infiniment près de ꝑ, avec les cercles toûjours oſculateurs *IDC*, *LFG*, en avançant de ce côté-là le long des arcs *D*ꝑ, *F*ꝑ, & que les fils *MD*, *NF*, rayons *(gener. def.)* de ces cercles ſe recouchent ainſi ſur les arcs développés *M*ꝑ, *N*ꝑ, juſqu'à ce que ces points *D*, *F*, ſoient infiniment près de ꝑ. Il eſt viſible que chacun de ces deux cercles *IDC*, *LFG*, alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme ci-deſſus en *D*, *F*,) chacune des branches ꝑ*DR*, ꝑ*FS*, en ce point infiniment près de ꝑ; il la touchera par dehors en l'élement commun où elles & eux ſe touchent entre ces deux points, & par dedans en l'élement ſuivant de chacune où elles commencent à s'abandonner & à faire angle entr'elles,

IV. Le Corol. 4. du Th. 6. fait auſſi voir que ſi les arcs ϕMA, ϕNT, de la développée $AM\phi NT$ ſont des courbûres ſemblables depuis ϕ vers A, T, comme ſi cette développée étoit une parabole, une hyperbole, &c. dont ϕ fût le ſommet; les branches ϕDR, ϕFS, de la courbe $RD\phi FS$ rebrouſſée en ſens contraires en ϕ, leſquelles réſultent *(hyp.)* du développement de ces arcs ϕMA, ϕNT, commencé en ϕ, ſeront auſſi des courbûres ſemblables entre elles depuis ϕ vers R, S. Au contraire ſi les arcs ϕMA, ϕNT, ſont des courbûres diſſemblables depuis ϕ vers A, T, comme ſi la développée $AM\phi NT$ étoit encore une parabole, une hyperbole, &c. dont le ſommet fût entre ϕ & A; le même Corol. 4. du Th. 6. fait voir que l'arc ϕMA, alors plus courbe (à longueurs égales depuis ϕ) que ϕNT, rendroit auſſi la branche ϕDR plus courbe que ϕFS, à longueurs auſſi égales depuis ϕ.

V. Quant aux différentes courbûres de chacune de ces deux branches ϕDR, ϕFS, ſans comparaiſon entr'elles, le Corol. 4. du Th. 6. fait auſſi voir que quelque diſſemblance de courbûre qu'il y eût dans les arcs développés ϕMA, ϕNT, la plus grande courbûre de chacune de ces deux branches ϕDR, ϕFS, ſeroit à leur origine ϕ commencement du développement de ces arcs, & que la courbûre de chacune en des points différents, iroit en diminuant à meſure que ces points ſeroient plus éloignés de ſon origine ϕ, ou plus près de ſon terme R, ou S; de ſorte que la moindre de toutes ces courbûres de chacune des branches ϕDR, ϕFS, ſeroit au terme R, ou S, de cette branche, qui, ſeparément, auroit toutes les autres propriétés démontrées dans le Mémoire du 28. Juin 1712. pag. 148. &c. pour une courbe toute concave d'un ſeul côté, réſultante *(Th. 2. Corol. 1.)* du développement commencé à une des extrémités d'une autre courbe auſſi toute concave du même côté que celle-là.

§. II.

Du Développement des Courbes rebrouſſées en ſens contraires, commencé à celui de leurs points qu'on voudra.

Fig. 2. 3. VI. Soit la courbe $T\varphi V$ rebrouſſée en ſens contraires en φ, c'eſt-à-dire, dont les branches φV, φT, ſoient de convexités oppoſées, ou concaves en dehors vers des côtés différents, chacune d'un ſeul côté. Soit premiérement le développement de cette courbe ou de ſes branches, commencé en ſon point de rebrouſſement φ. Le Corol. 1. du Th. 2. fait voir que le développement de la branche φV, ainſi commencé en φ ou en E vers A, décrira l'arc $EDCA$ de la courbe $ACDEFGH$, & que celui de l'autre branche φT de la même développée $T\varphi V$, auſſi commencé en φ ou en E, décrira de même l'autre arc $EFGH$ de cette autre courbe $ACDEFGH$ réſultant de ce double développement, ſoit qu'elle ſoit décrite *(gener.)* par le point φ commun aux deux branches développées, comme dans la Figure 2. ou qu'elle le ſoit *(Schol. du Th. 6.)* par l'extrémité E d'une droite quelconque $E\varphi$ qui les touche toutes deux en φ, comme dans la Figure 3. ou même auſſi par l'extrémité E d'une telle tangente dans la Figure 2. laquelle tangente $E\varphi$ ſoit infiniment petite dans cette Figure 2. & finie dans la Figure 3.

Le Corol. 1. du Th. 2. faiſant voir que les arcs $EDCA$, $EFGH$, de la courbe $ACDEFGH$ réſultante du développement (commencé en φ) des deux branches de ſa développée $T\varphi V$ rebrouſſée *(hyp.)* en ſens contraires en ce point φ, ſont entiérement concaves chacun du même côté que chacune de ces branches ; il eſt viſible par ce même Corol. 1. du Th. 2. que cette courbe $ACDEFGH$ ſera toute entiére concave du côté de ſa développée $T\varphi V$ rebrouſſée *(hyp.)* en ſens contraires en φ.

Le Corol. 4. du Th. 6. fait auſſi voir que le développement

des deux branches φV, φT, de cette développée $T\varphi V$, ayant *(hyp.)* commencé en ſon point de rebrouſſement φ; la courbûre de l'autre courbe *ACDEFGH* réſultante de ce double développement, doit toûjours aller de part & d'autre en diminuant depuis *E* juſqu'à ſes extrémités *A*, *H*: de ſorte que ſa plus grande courbûre ſera en *E*, & les moindres en ſes extrémités *A*, *H*; leſquelles deux derniéres courbûres ſeront égales ou inégales entr'elles, ſelon que les branches développées φV, φT, auront les leurs égales ou inégales en leurs extrémités *V*, *T*; & en cas d'inégalité entre ces courbûres terminales, la plus grande des deux premiéres réſultera de la plus grande des deux ſecondes.

VII. L'extrémité *E* de la touchante $E\varphi$ (finie dans la Fig. 3. & infiniment petite dans la Fig. 2.) commune en φ aux deux branches φV, φT, de la développée $T\varphi V$ rebrouſſée en ſens contraires en ce point φ, ayant tracé *(art. 6.)* les arcs *EDCA*, *EFGH* de la courbe *ACDEFGH*, par le développement de ces branches φV, φT, commencé en φ; il eſt viſible *(gener. & def.)* que cette droite $E\varphi$ ſera le rayon oſculateur en *E* (fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.) de cette courbe *ACDEFGH*, & φ le centre de ſon cercle *BEK* oſculateur en ce point *E*, fini dans la Fig. 3. & infiniment petit dans la Fig. 2.

Soit préſentement un autre cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ décrit par ce même point *E* d'un centre *N* pris à volonté, de l'autre côté de φ, ſur le rayon oſculateur $E\varphi$ prolongé vers *L*, entre φ & *R*, dont le point *R* ſoit *(Th. 2. Cor. 3. nomb. 2.)* de ce côté-là le terme des centres *N* (ainſi pris depuis φ juſqu'en *R* ſur φL) des cercles qui décrits par *E*, rencontreroient encore ailleurs la courbe *ACDEFGH*. Le Th. 5. part. 2. fait voir que puiſque *(hyp.)* ce point *E* eſt l'origine commune des arcs *EDCA*, *EFGH*, & *A*, *H* leurs termes, le cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ touchera ces deux arcs, ou la courbe *ACDEFGH* par dehors en *E*, ſans la couper qu'en *C*, *G*, où il entrera dedans pour n'en plus ſortir, & ſans la rencontrer

ailleurs qu'en ces trois points *C, E, G;* de ſorte qu'il aura toute ſa partie *CλEδG* au dehors de l'arc *CDEFG* de la courbe *ACDEFGH,* & tout le reſte au dedans de cette courbe; ce qui lui arrivera toûjours *(Th. 5. part. 2.)* en quelque point de *R*φ (depuis *R* juſqu'en φ) que ſoit ſon centre *N:* donc lorſque ſon centre *N* ſera infiniment près de φ, & que ce cercle *μCλEδGε* ſera ainſi confondu avec l'oſculateur *BEK* (fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2.) ſon arc *CλEδG* rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ſes deux extrémités *C, G,* en deux points infiniment proches de *E* de part & d'autre, touchera encore en dehors en *E*, la courbe *ACDEFGH;* immédiatement après quoi ce cercle *μCλEδGε* ainſi changé en l'oſculateur *BEK,* coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet attouchement extérieur, en entrant de ces deux côtés au dedans d'elle, pour y reſter tout entier, à la particule infiniment petite près, dont il la touchera en dehors en *E:* il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extrémités de cette particule, ſans la rencontrer ailleurs, & ſous des angles ſi petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais paſſer *(Th. 6. Corol. 1.)* entr'elle & lui; d'où l'on voit *(Th. 6. Coroll. 2. 3.)* qu'outre l'attouchement extérieur précédent, il en aura encore deux autres intérieurs avec elle immédiatement après, & de part & d'autre de celui-là: donc ce cercle *BEK* oſculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH,* fini dans la Figure 3. & infiniment petit dans la Figure 2. aura ici avec cette courbe, trois attouchements de ſuite, & contigus en ce point *E,* deſquels celui du milieu ſera en dehors, & les deux autres en dedans de cette courbe, immédiatement après deux coupes faites de part & d'autre de celui-là, ce qui rend ce cercle oſculateur *BEK* comme entrelacé en *E* avec cette courbe *ACDEFGH.*

Fig. 4. VIII. Si l'on veut préſentement que les branches *A*φ, *H*φ de la courbe *A*φ*H* rebrouſſée encore en ſens contraires en φ, ſoient des longueurs égales, & qu'elles commencent ici à

ici à ſe développer à leurs extrémités *A, H;* deſquelles extrémités elles décrivent ainſi enſemble la courbe *ACDEFGH,* ſçavoir, la branche *A*φ, l'arc *ACDE,* en ſe développant de *A* vers *E,* juſqu'à la tangente *E*φ en φ; & l'autre branche *H*φ, l'arc *HGFE,* en ſe développant de même de *H* vers *E,* juſqu'au même point *E* de la même *E*φ touchante auſſi de cette autre branche en φ: on trouvera ici dans la Figure 4. comme dans les Figures 2. 3. art. 6.

1.° Que la courbe *ACDEFGH* ſera ici, comme là, toute concave du côté de ſa développée *A*φ*H.*

2.° Qu'au contraire de ce qu'on a vû dans cet article 6. la courbûre de cette courbe *ACDEFGH* ira ici en augmentant depuis *E,* de part & d'autre, juſqu'en *A, H;* de maniére que ſa moindre courbûre ſera en *E,* & les plus grandes en *A, H.*

3.° Mais que ces deux plus grandes courbûres en *A, H,* ſeront ici *(Figure 4.)* comme les moindres y étoient dans la Figure 2. 3. art. 6. égales ou inégales entr'elles, ſelon que les branches développées φ*A,* φ*H,* (qui étoient-là φ*V,* φ*T,*) auront les leurs égales ou inégales en leurs extrémités *A, H;* & qu'en cas d'inégalité entre ces courbûres terminales, la plus grande des deux premiéres réſultera de la plus grande des deux ſecondes.

IX. L'extrémité *E* de la touchante *E*φ commune en φ aux deux branches *A*φ, *H*φ, de la développée *A*φ*H* rebrouſſée en ſens contraires en ce point φ, ayant décrit *(art. 8.)* les arcs *ACDE, HGFE,* de la courbe *ACDEFGH,* par le développement de ces deux branches *A*φ, *H*φ, commencé en *A, H;* il eſt viſible *(gener. & def.)* que cette droite *E*φ ſera le rayon oſculateur en *E,* de cette courbe *ACDEFGH;* & φ le centre de ſon cercle *BEK* oſculateur en ce point *E.*

Soit préſentement un autre cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ décrit par ce même point *E,* d'un centre *M* pris à volonté ſur le rayon oſculateur *E*φ entre φ & *P,* dont ce point *P* ſoit

(Th. 2. Corol. 3. nombre 1.) le terme des centres *M* (ainſi pris depuis *P* juſqu'à φ ſur *P*φ) des cercles qui décrits par *E*, rencontreroient encore ailleurs la courbe *ACDEFGH*. Le Th. 5. part. 1. fait voir que puiſque *(hyp.) A, H,* ſont les origines des arcs *ACDE, HGFE,* & *E* leur terme commun; le cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ touchera ces deux arcs ou la courbe *ACDEFGH* par dedans en ce point *E*, ſans la couper qu'en *C, G,* ou il en ſortira de part & d'autre pour n'y plus rentrer, & ſans la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *C, E, G;* de ſorte qu'il aura toute ſa partie $C\lambda E\delta G$ au dedans de l'arc *CDEFG* de la courbe *ACDEFGH*, & tout le reſte au dehors de cette courbe, ce qui lui arrivera toûjours *(Theor. 5. part. 1.)* en quelque point de *P*φ (depuis *P* juſqu'en φ) que ſoit ſon centre *M*: donc lorſque ſon centre *M* ſera infiniment près de φ, & que ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ ſera ainſi confondu avec l'oſculateur *BEK*, ſon arc $C\lambda E\delta G$ rendu pour lors infiniment petit par l'arrivée de ſes deux extrémités *C, G*, en deux points infiniment proches de *E* de part & d'autre, touchera encore en dedans, en *E*, la courbe *ACDEFGH;* immédiatement après quoi ce cercle $\mu C\lambda E\delta G\varepsilon$ ainſi changé en l'oſculateur *BEK*, coupera encore cette courbe de part & d'autre de cet attouchement intérieur, en ſortant d'elle de ces deux côtés, pour reſter dehors tout entier, à la particule infiniment petite près, dont il touchera cette courbe en dedans, en *E;* il coupera, dis-je, cette courbe aux deux extrémités de cette particule, ſans la rencontrer ailleurs, & ſous des angles ſi petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais paſſer *(Theor. 6. Corol. 1.)* entre elle & lui. D'où l'on voit *(Theor. 6. Coroll. 2. 3.)* qu'outre l'attouchement intérieur précedent, il en aura encore deux autres extérieurs avec elle immédiatement après, de part & d'autre de celui-là : donc ce cercle *BEK* oſculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH*, aura ici avec elle trois attouchemens de ſuite, & contigus en ce point *E*, deſquels celui du milieu ſera en dedans, &

les deux autres en dehors de cette courbe, après deux coupes faites de part & d'autre de celui-là; ce qui rend ici *(Fig. 4.)* ce cercle oſculateur *BEK* comme entrelacé avec cette courbe *ACDEFGH*, mais en ſens contraires à celui de l'entrelacement qu'on a vû ſur la fin de l'art. 7. dans les Fig. 2. 3.

X. Pour trouver préſentement combien la détermination du rayon *E*φ du cercle *BEK* oſculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* dans les art. 7. 9. Fig. 2. 3. 4. exige de racines égales en ce point *E* origine commune des arcs *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe dans l'art. 7. Fig. 2. 3. & leur terme commun dans l'art. 9. Fig. 4. il faut conſiderer dans ces deux articles & dans ces trois Figures, que ſuivant le Th. 5. le cercle *μCλEδGε* décrit du centre *N* par *E*, dans l'art. 7. Fig. 2. 3. & du centre *M* auſſi par *E*, dans l'art. 9. Fig. 4. touche toûjours en ce point *E*, la courbe *ACDEFGH*, & de plus la coupe toûjours de part & d'autre en deux points *C*, *G*, ſans jamais la rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *C*, *E*, *G*, dont celui *(E)* du milieu est fixe, & les deux autres *(C, G,)* ambulants depuis *A*, *H*, juſqu'en celui-là, comme les centres *N*, *M*, de ce cercle *μCλEδGε* le ſont depuis *P*, *R*, juſqu'en φ. Donc l'attouchement de ce cercle avec la courbe *ACDEFGH*, lui exigeant *(Th. 5. Corol. 4.)* deux racines égales, & les deux ſections en *C*, *G*, de ce cercle avec cette courbe, lui en exigeant auſſi deux autres, que la confuſion de ces deux points *C*, *G*, en *E* (cauſée par celle des centres *N*, *M*, en φ, ou de ce cercle *μCλEδGε* en l'oſculateur *BEK*) rendent égales à ces deux-là: ce cercle *μCλEδGε* ainſi changé en l'oſculateur *BEK*, c'eſt-à-dire, ce cercle lui-même *BEK* oſculateur en *E* origine commune *(art. 6. 7. Fig. 2. 3.)* ou terme commun *(art. 8. 9. Fig. 4.)* des arcs *EDCA*, *EFGH*, de cette courbe réſultante du développement des branches d'une autre courbe rebrouſſée en ſens contraires, commencé au point de rebrouſſement de cette autre courbe, dans les art. 6. 7. Fig. 2. 3. & aux autres extrémités de Fig. 2. 3. 4.

ſes branches priſes égales dans les art. 8. 9. Fig. 4. Ce cercle oſculateur *BEK* exige, dis-je, quatre racines égales en un tel point *E* de la courbe *ACDEFGH*, au lieu de trois ſeulement *(Th. 5. Corol. 5.)* qu'exigeroit tout autre cercle oſculateur en tout autre point de cette courbe.

XI. Il eſt vrai que le cercle *BEK* oſculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH*, y a *(art. 7. 9.)* trois attouchemens avec elle, & que chacun d'eux exige deux racines égales; ce qui ſemble d'abord en exiger ſix pour ces trois attouchemens. Mais dès qu'on fait réflexion que les deux coupes faites *(art. 7. 9.)* aux extrémités de l'attouchement du milieu, lui ſont communes, & aux deux autres attouchements qui lui ſont contigus de part & d'autre; & conſéquemment, que chacune des deux racines égales que ces deux coupes lui exigent, tient auſſi lieu d'une racine à chacun de ces deux autres attouchements; on voit que quatre des ſix racines égales qui paroiſſoient d'abord ici, ſe réduiſent à deux, & qu'ainſi les ſix ſe réduiſent aux quatre qu'on y vient de voir dans le précedent art. 10. ce qui en fait encore une nouvelle démonſtration.

Fig. 5. 6. XII. Si l'on veut préſentement que les branches *φT, φV*, de la courbe *TφV* encore rebrouſſée en ſens contraires en *φ*, commencent à ſe développer ailleurs qu'à leurs extrémités, par exemple, aux points *A, H*, d'arcs égaux *Aφ, Hφ;* les articles 2. 8. font voir que d'un tel développement des arcs *AT, Aφ, Hφ, HV*, de cette développée *TφV*, il réſultera une autre courbe *BAECH*, qui aura trois convexités oppoſées entr'elles, avec deux rebrouſſements aux origines *A, H*, en ſens contraires, de part & d'autre de la convexité *AEH* du milieu, & à la fois toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 8. 9. 10. 11. En effet,

1.° L'art. 2. fait voir que du développement des deux arcs *AT, Aφ*, de la branche *φT*, commencé en *A* juſqu'en *T, φ*, il réſultera une portion *BAE* de courbe, laquelle portion ſera rebrouſſée en ſens contraires en *A*, & terminée

en E à la tangente ϕE commune en ϕ aux deux branches ϕAT, ϕHV, de la développée $T\phi V$ rebroussée aussi en sens contraires en ϕ; & que d'un semblable développement des deux arcs HV, $H\phi$, de l'autre branche ϕV de la même développée, commencé en H jusqu'en V, ϕ, il résultera de même une autre portion CHE de cette autre courbe résultante d'un tel développement de celle-ci; laquelle portion sera aussi rebroussée en sens contraires en H, & terminée aussi en E à la même tangente ϕE commune en ϕ aux deux branches développées ϕAT, ϕHV, de la courbe $T\phi V$ rebroussée aussi *(hyp.)* en sens contraires en ce point ϕ.

2.° L'art. 8. fait voir, suivant l'égalité supposée des arcs $A\phi$, $H\phi$, que les résultants AE, HE, de leur développement commencé en A, H, jusqu'en ϕ, se réuniront en un AEH tout concave du côté de ce point ϕ; & qu'ainsi les portions courbes BAE, CHE, tracées comme dans le précedent nomb. 1. composeront ensemble une courbe $BAECH$ de trois vexités opposées, & de deux rebroussements en sens contraires alternativement posés entr'elles.

3.° Les art. 2. 3. 4. 5. font voir que les deux portions BAE, CHE, de la courbe $BAEHC$ auront toutes les proprietés marquées dans ces quatre articles; & les art. 8. 9. 10. 11. font pareillement voir que son arc AEH aura aussi toutes les proprietés marquées dans ces quatre autres articles. On verra assés dans ces huit articles, que toutes ces proprietés conviennent ensemble à cette courbe $BAEHC$, sans que je m'arrête ici à les détailler. Je passe donc au développement des courbes rebroussées en même sens.

§. III.

Du Développement des Courbes rebroussées en même sens, commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

XIII. Soit la courbe $T\phi V$ rebroussée en même sens en ϕ, c'est-à-dire, dont les branches ϕV, ϕT, soient concaves en Fig. 7. 8.

même ſens, & chacune de ce ſeul côté. Soit premiérement le développement de cette courbe ou de ſes branches, commencé en φ. Le Corol. 1. du Th. 2. fait voir que le développement de la branche φ*V* ainſi commencé en φ ou en *E* vers *A*, décrira l'arc *EDCA* de la courbe *ACDEFGH*; & que celui de l'autre branche φ*T*, auſſi commencé en φ ou en *E* vers *H*, décrira de même l'autre arc *EFGH* de cette autre courbe *ACDEFGH* réſultante de ce double développement, ſoit qu'elle ſoit décrite *(gener.)* par le point φ commun aux deux branches développées φ*V*, φ*T*, comme dans la Figure 7. ou qu'elle le ſoit *(Schol du Th. 6.)* par l'extrémité *E* d'une droite quelconque *E*φ qui les touche toutes deux en φ, comme dans la Figure 8. ou même auſſi par l'extrémité *E* d'une telle tangente dans la Figure 7. laquelle tangente *E*φ ſoit infiniment petite dans cette Fig. 7. & finie dans la Fig. 8.

Le Corol. 1. du Th. 2. faiſant voir que les arcs *EDCA*, *EFGH*, de la courbe *ACDEFGH* réſultante du double développement (commencé en φ) des deux branches de ſa développée *T*φ*V* rebrouſſée *(hyp.)* en même ſens en ce point φ, ſont entiérement concaves chacune dans le même ſens que l'eſt chacune de ces branches; il eſt viſible que cette courbe *ACDEFGH* ſera auſſi rebrouſſée en *E* en même ſens que celle-là l'eſt en φ.

Le Corol. 4. du Th. 6. fait voir auſſi que le développement des deux branches φ*V*, φ*T*, de cette développée *T*φ*V*, ayant *(hyp.)* commencé en ſon point de rebrouſſement φ, la courbûre de chacune des branches *EDCA*, *EFGH*, de l'autre courbe *ACDEFGH* réſultante de ce double développement, doit toûjours aller en diminuant depuis leur origine commune *E*, juſqu'à leurs termes *A*, *H*; de ſorte que la plus grande courbûre de chacune ſera en *E*, & la moindre à celui des points *A*, *H*, où elle ſe termine.

XIV. L'extrémité *E* de la touchante *E*φ (finie dans la Fig. 8. & infiniment petite dans la Fig. 7.) commune en φ

aux deux branches φV, φT, de la développée $T\varphi V$ rebrouſſée en même ſens en ce point φ, ayant décrit *(art. 13.)* par leur développement commencé en ce même point φ, les branches *EDCA, EFGH,* de la courbe *ACDEFGH* auſſi rebrouſſée en même ſens en *E;* il eſt viſible *(gener. & def.)* que cette droite $E\varphi$ ſera le rayon oſculateur (fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Fig. 7.) en ce point *E* de cette courbe *ACDEFGH* ou de ſes branches, & φ le centre de leur cercle oſculateur commun *BEK* en ce même point *E,* fini dans la Figure 8. & infiniment petit dans la Figure 7.

Soit préſentement un autre cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ décrit par ce point *E,* d'un centre *N* pris à volonté, de l'autre côté de φ ſur le rayon oſculateur $E\varphi$ prolongé vers *L,* entre φ & *R,* dont ce point *R* ſoit *(Th. 2. Cor. 3. nomb. 2.)* de ce côté-là le terme des centres *N* (ainſi pris depuis φ juſqu'en *R* ſur φL) des cercles qui décrits par *E,* rencontreroient encore ailleurs les branches *EDCA, EFGH,* de la courbe *ACDEFGH.* Le Théor. 5. part. 2. fait voir que puiſque *(hyp.)* ce point *E* eſt l'origine de ces deux branches, & *A, H,* leurs termes, le cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ touchera ces deux mêmes branches *EDCA, EFGH,* par dehors en ce même point commun *E,* ſans les couper qu'en deux autres points *C, G,* ou il entrera dedans pour n'en plus ſortir, & ſans les rencontrer ailleurs qu'en ces trois points *E, C, G;* de ſorte qu'il aura toute ſa partie $E\delta C$ au dehors de la branche *EDCA,* & toute ſa partie $E\delta CG$ pareillement au dehors de l'autre branche *EFGH,* & tout l'excès de ſa circonférence entiére ſur chacune de ces parties dans chacune de ces branches de la courbe *ACDEFGH;* ce qui lui arrivera toûjours *(Th. 5. part. 2.)* en quelque point de $R\varphi$ (depuis *R* juſqu'en φ) que ſoit ſon centre *N.* Donc lorſque ſon centre *N* ſera infiniment près de φ, ce cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ ainſi confondu avec l'oſculateur *BEK* (fini dans la Fig. 8. & infiniment petit dans la Figure 7.) ayant alors ſon arc $E\delta CG$ réduit à un

infiniment petit par la confusion de ses deux points *C, G,* en un infiniment proche de *E,* touchera encore par dehors les branches *EDCA, EFGH,* de la courbe *ACDEFGH* en cet élement commun à lui & à elles, suivant lequel elles se touchent aussi mutuellement ; après quoi ce cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ ainsi changé en l'osculateur *BEK,* coupera encore aussi chacune de ces branches à l'extrémité de cet élement commun, du côté de leurs termes *A, H,* en entrant dedans de ce côté-là, pour y rester tout entier, à la particule infiniment petite près, dont il les touchera par dehors en leur origine commune *E:* il coupera, dis-je, chacune de ces deux branches *EDCA, EFGH,* à l'extrémité de cette particule, infiniment près de *E* du côté de leurs termes *A, H,* sans les rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer *(Th. 6. Corol. 1.)* entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le précedent attouchement extérieur à ces deux branches, fait avec elles par ce cercle osculateur *BEK,* sur la particule infiniment petite en *E,* où elles se touchent aussi mutuellement, il en aura immédiatement après avec elles un intérieur, commun du côté de leurs termes *A, H:* donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée *(art. 13.)* en même sens en ce point *E,* y aura avec elle deux attouchements contigus équivalents à quatre, & communs chacun aux deux branches *EDCA, EFGH,* de cette courbe, un en dehors, en *E,* & l'autre, immédiatement après, en dedans, vers *A, H,* chacun de chaque côté d'une coupe commune équivalente aux deux *C, G,* confondues en celle-là, lorsque le cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ l'est en l'osculateur *BEK* en *E;* l'attouchement extérieur de la branche *EFGH* avec ce cercle osculateur, se fait, pour ainsi dire, par la médiation de l'élement en *E,* de l'autre branche *EDCA;* & l'intérieur de celle-ci se fait par la médiation de l'élement suivant de la premiére, du côté de *A, H.*

Fig. 9. XV. Si l'on veut présentement que les branches $A\phi$, $H\phi$, de la

de la courbe *AφH*, rebrouſſée encore en même ſens en φ, ſoient de longueurs égales, & qu'elles commencent à ſe développer par leurs extrémités *A*, *H*, deſquelles elles décrivent ainſi enſemble la courbe *ACDEFGH*; ſçavoir, la branche *Aφ*, l'arc *ACDE*, en ſe développant de *A* vers *E*, juſqu'à ſa tangente *Eφ* en φ; & l'autre branche *Hφ*, l'arc *HGFE*, en ſe développant pareillement de *H* vers *E* juſqu'au même point *E* de la même *Eφ*, tangente auſſi de cette autre branche en φ: on trouvera encore ici dans la Fig. 9. comme dans les Fig. 7. 8. art. 13.

1.° Que la courbe *ACDEFGH* ſera ici, comme là, rebrouſſée en même ſens en *E*, ainſi que ſa développée *AφH* l'eſt *(hyp.)* en φ, & en même ſens qu'elle.

2.° Qu'au contraire de ce qu'on a vû dans l'art. 13. la courbûre de chacune des branches *ACDE*, *HGFE*, de cette courbe *ACDEFGH*, ira toûjours en diminuant depuis chacune de leurs origines *A*, *H*, juſqu'à leur terme commun *E*, auquel cette courbe ſe rebrouſſe en ces deux branches concaves en même ſens; de ſorte que la moindre courbûre de chacune d'elles, ſera en *E*, & la plus grande, à celle des origines *A*, *H*, où elle commence.

XVI. L'extrémité *E* de la touchante *Eφ*, commune en φ aux deux branches *Aφ*, *Hφ*, de la développée *AφH* rebrouſſée en même ſens en φ, ayant décrit (art. 15.) par leur développement commencé en *A*, *H*, les branches *ACDE*, *HGFE*, de la courbe *ACDEFGH* pareillement rebrouſſée en même ſens en *E*; il eſt viſible *(gener. & def.)* que cette droite *Eφ* eſt le rayon oſculateur en ce point *E*, de cette courbe *ACDEFGH* ou de ſes branches, & φ le centre de leur cercle oſculateur commun *BEK*, en ce même point *E*.

Soit préſentement un autre cercle *μEδCGε* décrit par ce point *E*, d'un centre *M* pris à volonté ſur le rayon oſculateur *Eφ*, entre φ & *P*, dont ce point *P* ſoit *(Th. 2. Corol. 3. nomb. 1.)* le terme des centres *M* (ainſi pris depuis *P* juſqu'en φ ſur *Pφ*) des cercles qui décrits par *E*,

rencontreroient encore ailleurs les branches *ACDE, HGFE*, de la courbe *ACDEFGH*; le Th. 5. part. 1. fait voir que puisque *(hyp.) A, H,* sont les origines de ces deux branches, & *E* leur terme commun, le cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ touchera ces deux mêmes branches *ACDE, HGFE,* par dedans en ce même point *E,* sans les rencontrer ailleurs qu'en *C, G,* où il les coupera en sortant d'elles, pour n'y plus rentrer; de sorte qu'il aura toute sa partie $E\delta C$ dans la branche *ACDE,* & toute sa partie $E\delta CG$ dans l'autre branche *HGFE,* & tout l'excès de sa circonférence entiére sur chacune de ces parties, au dehors de chacune de ces branches de la courbe *ACDEFGH*; ce qui lui arrivera toûjours *(Th. 5. part. 1.)* en quelque point de $P\phi$ (depuis *P* jusqu'en ϕ) que soit son centre *M.* Donc lorsque son centre *M* sera infiniment près de ϕ, ce cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ ainsi confondu avec l'osculateur *BEK,* ayant alors son arc $E\delta CG$ réduit à un infiniment petit, par la confusion de ses deux points *C, G,* en un infiniment proche de *E*, touchera encore par dedans les branches *ACDE, HGFE,* de la courbe *ACDEFGH*, en cet élement commun à lui & à elles, suivant lequel elles se touchent aussi mutuellement; immédiatement après quoi ce cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ ainsi changé en l'osculateur *BEK*, coupera encore aussi chacune de ces branches à l'extrémité de cet élement commun, du côté de leurs origines *A, H,* en sortant hors d'elles de ce côté-là, pour n'y plus rentrer, & pour rester hors d'elles tout entier, à la particule infiniment petite près, dont il les touchera par dedans en leur terme commun *E*: il coupera, dis-je, chacune de ces deux branches *ACDE, HGFE,* à l'extrémité de cette particule, infiniment près de *E,* du côté de leurs origines *A, H,* sans les rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer *(Th. 6. Corol. 1.)* entre lui & elles. D'où l'on voit qu'outre le précedent attouchement intérieur à ces deux branches *ACDE, HGFE,* fait avec elles par ce cercle osculateur *BEK,* il en aura encore

immédiatement après avec elles un extérieur, commun du côté de leurs origines *A, H.* Donc ce cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée *(art. 15. nomb. 1.)* en même sens en ce point *E*, y aura avec elle deux attouchements contigus, équivalents à quatre, & communs chacun aux deux branches *ACDE, HGFE*, de cette courbe; un de chaque côté d'une coupe commune équivalente aux deux *C, G*, confonduës en celle-là, lorsque le cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ l'est en l'osculateur *BEK* en *E*: l'attouchement intérieur de la branche *HGFE* avec ce cercle osculateur, se fera par la médiation de l'élement en *E* de l'autre branche *ACDE*, & l'extérieur de celle-ci, par la médiation de l'élement suivant de la premiére vers *A, H.*

XVII. Pour trouver présentement combien le cercle *BEK* osculateur en *E* de la courbe *ACDEFGH* rebroussée en ce point *E*, dans les art. 13. 14. 15. 16. Figures 7. 8. 9. exige de racines égales en ce point *E*, terme commun des branches *ACDE, HGFE*, de cette courbe, pour la détermination totale de son rayon $E\varphi$; voyons ce que la détermination de la position de ce rayon osculateur en ce même point *E*, en exige, & ensuite ce que la détermination de la longueur de ce même rayon $E\varphi$, en exige aussi. Pour cela: Fig. 7. 8. 9.

1.° Imaginons la perpendiculaire *EL* ou $E\varphi$ à déterminer sur une courbe rebroussée quelconque *ADEFH* en son point de rebroussement *E*; & hors cette perpendiculaire, un point *O* du côté de *A, H*, sur le plan de cette courbe; duquel point *O*, comme centre, soit décrit par *E*, le cercle $\beta E\lambda D\pi$ qui rencontre de plus en *D, F*, les branches *EDA, EFH*, de cette courbe *ADEFH.* Imaginons ensuite qu'une des sections ou points *D, F*, par exemple le point *D*, auquel la branche *EDA* est coupée par le cercle $\beta E\lambda D\pi$, avance le long de cette branche jusqu'en *E*; on verra non seulement le point *F*, auquel l'autre branche *EFH* est coupée par ce cercle, avancer aussi pour lors jusqu'en ce point *E*; mais Fig. 10. 11. 12.

encore, comme dans le Corol. 3. du Th. 5. le centre O de ce même cercle, avancer jusqu'en ω sur la perpendiculaire EL ou $E\varphi$, le long, par exemple, de l'arc $O\omega$ d'un pareil cercle décrit du centre E par O: donc la détermination de ce point ω de cette perpendiculaire EL ou $E\varphi$, & conséquemment aussi celle de cette perpendiculaire elle-même, dont l'on n'auroit d'abord que le point donné E, dépendant ainsi de la confusion sur elle, des trois rayons DO, FO, EO, en un $E\omega$ du cercle $\beta E\delta D\pi$ devenu de cette maniére touchant en ce point E des branches EDA, EFH, de coupant qu'il en étoit, doit lui exiger trois racines égales en ce même point E, au lieu de deux seulement qu'il lui faudroit *(Th. 5. Corol. 4.)* pour déterminer la position d'une telle perpendiculaire en tout autre point de ces branches, ou à un point quelconque d'une seule concavité en ce point.

On verra ci-après, dans les articles 27. 31. qu'au point de contour ou d'inflexion d'une courbe contournée quelconque, chaque cercle déterminateur de la perpendiculaire en ce point, n'y exigeroit non plus en cette qualité, que deux racines égales.

Fig. 7. 8. 9. 10. 11. 2.° La position de la perpendiculaire EL, ou du rayon osculateur $E\varphi$ au point E de rebroussement en même sens de la courbe $ADEFH$, étant ainsi trouvée *(nomb. 1.)* par le moyen de trois racines égales dans les Fig. 10. 11. il s'agit présentement de trouver combien la détermination de la longueur de ce rayon osculateur $E\varphi$, en exige aussi d'égales; & enfin combien il en exige d'égales en tout, pour sa détermination totale. Pour cela, après avoir conçû que tout ce qu'on voit marqué de lettres semblables dans les Fig. 7. 8. 9. 10. 11. est le même dans celles qui les ont; imaginons que le point ω passe en N dans les Fig. 7. 8. 10. & en M dans les Fig. 9. 11. on verra le cercle $\beta E\lambda D\pi$ des Fig. 10. 11. de touchant que le passage de son centre O en ω l'avoit rendu *(nomb. 1.)* au point E de la courbe $ADEFH$, redevenir *(Th. 5.)* coupant en C, G, de la même courbe, tel que $\mu E\delta CG\varepsilon$ dans les Fig. 7. 8. 9. avec deux nouveaux

rayons *NC, NG,* dans les Fig. 7. 8. & *MC, MG,* dans la Fig. 9. adjoûtés par ces coupes à $E\omega$, ici devenu *EN* dans les Fig. 7. 8. & *EM* dans la Fig. 9. équivalent *(nomb. 1.)* dans chacune de ces trois Fig. 7. 8. 9. à trois rayons égaux; de ſorte que le paſſage de *N, M,* en φ, terme *(gener. & def.)* du rayon oſculateur *E*φ, (lequel paſſage rend ce triple rayon *EN,* dans les Fig. 7. 8. & *EM,* dans la Fig. 9. égal à cet oſculateur *E*φ) confondant encore *(art. 14. 16.)* ces deux autres rayons *NC, NG,* dans les Fig. 7. 8. & *MC, MG,* dans la Fig. 9. avec celui-là, en changeant ainſi ce cercle $\mu E\delta CG\varepsilon$ en l'oſculateur *BEK;* le rayon *E*φ de ce cercle oſculateur équivaudra à cinq rayons confondus ici en un, deſquels trois qui étoient *DO, FO, EO,* dans les Fig. 10. 11. confondus en un $E\omega$, devenu ici égal à *E*φ, déterminent *(nomb. 1.)* la poſition de ce rayon oſculateur *E*φ; & ce triple rayon avec les deux autres *CN, GN,* des Fig. 7. 8. & *CM, GM,* de la Figure 9. pareillement ici confondus en *E*φ, par le paſſage de *N, M,* en φ, détermine la longueur de ce rayon oſculateur *E*φ: d'où l'on voit que la détermination totale de ce rayon en exigeant trois confondus en un dans le nomb. 1. pour la détermination de ſa poſition, & trois ici pour celle de ſa longueur; deſquels rayons, pris ainſi trois à trois, celui qui a toûjours paſſé par *E,* ſert aux deux uſages: cette détermination totale du rayon oſculateur *E*φ, n'en exige ni plus ni moins que cinq confondus enſemble. Donc la détermination totale de ce rayon oſculateur *E*φ au point *E* de rebrouſſement en même ſens de la courbe *ACDEFGH* des Fig. 7. 8. 9. n'exige pareillement ni plus ni moins que cinq racines égales dans le cercle oſculateur *BEK.*

XVIII. Si l'on veut préſentement que les branches φ*T,* φ*V,* de la courbe *T*φ*V* rebrouſſée encore en même ſens en φ, où elle ſoit touchée par φ*L,* commencent à ſe développer par ailleurs qu'à leurs extrémités, par exemple, aux points *A, H,* de part & d'autre, ayant *A*φ $=$ *H*φ; il en Fig. 13.

résultera une autre courbe *BAEHC*, qui aura quatre convexités ou concavités différentes, tournées en même sens deux à deux, & aussi deux à deux en sens contraire, avec trois rebroussements en *A*, *E*, *H*, dont les deux extrêmes en *A*, *H*, seront chacun en sens contraires, & celui du milieu *H*, en même sens; ainsi cette nouvelle courbe *BAEHC* aura à la fois toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 15. 16. 17. En effet,

1.° L'art. 2. fait voir que du développement des deux arcs *AT*, *A*φ, de la branche φ*T*, commencé en *A* jusqu'en *T*, φ, il résultera une portion *BAE* de courbe, laquelle portion sera rebroussée en sens contraire en *A*, & terminée en *E* à la tangente φ*L*, commune en φ aux deux branches φ*AT*, φ*HV*, de la développée *T*φ*V* rebroussée *(hyp.)* en même sens en ce point φ; & d'un semblable développement des deux arcs *H*φ, *HV*, de l'autre branche φ*V* de la même développée, commencé en *H* jusqu'en φ, *V*, il résultera de même une autre portion *EHC* de cette autre courbe résultante d'un tel développement de celle-ci; laquelle portion sera aussi rebroussée en sens contraire en *H*, & terminée aussi à la même tangente φ*E*, commune en φ aux deux branches développées φ*AT*, φ*HV*, de la courbe *T*φ*V*; rebroussée *(hyp.)* en même sens en ce point φ.

2.° L'art. 15. fait voir, suivant l'égalité supposée des arcs *A*φ, *H*φ, que les résultants *AE*, *HE*, de leur développement commencé en *A*, *H*, jusqu'en φ, formeront la portion *AEH* de courbe rebroussée en même sens en *E*; & qu'ainsi les portions *BAE*, *CHE*, tracées dans le nomb. 1. composeront ensemble une courbe *BAEHC* de quatre convexites ou concavités tournées en même sens deux à deux, & aussi deux à deux en sens contraire, avec trois rebroussements en *A*, *E*. *H*, dont les deux extrêmes en *A*, *H*, seront chacun en sens contraire, & celui du milieu en *E*, en même sens; lesquels trois rebroussements différents, sont alternativement posés entre les quatre convexités ou concavités différentes.

3.° Les articles 2. 3. 4. 5. font voir que les deux portions *BAE*, *CHE*, de la courbe *BAEHC*, auront toutes les proprietés marquées dans ces quatre articles; & les articles 15. 16. 17. font pareillement voir que sa portion *AEH* aura aussi toutes les proprietés marquées dans ces trois autres articles. On verra assés dans ces sept articles, que toutes ces proprietés conviennent à la courbe triplement rebroussée *BAEHC* dont il s'agit ici, sans qu'il soit besoin que je m'arrête à les y détailler. Je passe donc au développement des courbes contournées ou de concavités contraires de part & d'autre d'un point d'inflexion.

§. IV.

Du Développement des Courbes contournées, commencé en celui de leurs points qu'on voudra.

XIX. Soit la courbe contournée *AMφNT*, dont φ soit le point de contour ou d'inflexion, & laquelle commence à se développer en *A* jusqu'en *T*. Il est visible *(gener.)* que sa partie toute concave *AMφ*, en se développant de *A* vers *E* jusqu'en φ*E*, tangente commune de cet arc & de l'autre φ*NT*, au point d'inflexion φ de la courbe *AMφNT* qu'ils composent ensemble, décrira de son extrémité *A*, l'arc *ADE*; après quoi cette courbe continuant à se développer depuis son point φ d'inflexion jusqu'en *T*, son autre partie convexe φ*NT* obligeant son extrémité *A* arrivée en *E* sur φ*E*, de retourner en arriére de *E* vers *H*, jusqu'à sa tangente *HT*, lui fait décrire de cette extrémité *A*, l'arc *EFH*, depuis *E* jusqu'à sa tangente *HT* en son autre extrémité *T*. D'où il suit, Fig. 14.

1.° Que cette courbe *AMφNT* contournée en φ, se développant ainsi de *A* jusqu'en *T*, décrira de son extrémité *A* une autre courbe *ADEFH*, laquelle sera rebroussée en *E*; puisque l'une & l'autre de ses deux branches *EDA*, *EFH*, est *(Th. 5. Corol. 2.)* perpendiculaire en *E* à la droite *E*φ,

tangente commune *(hyp.)* en φ des deux arcs *AMφ*, *φNT*, du développement desquels (commencé en *A*) ces deux branches résultent; & que conséquemment ces deux mêmes branches *EDA*, *EFH*, de la courbe *ADEFH*, se touchent en *E*.

2.° Que ces deux branches *EDA*, *EFH*, sont concaves du côté de la développée *AMφNT*, & conséquemment en même sens, puisque *(Th. 2. Corol. 1.)* elles le sont du côté des arcs *AMφ*, *φNT*, du développement desquels elles résultent; & conséquemment aussi la courbe *ADEFH* est non-seulement *(nomb. 1.)* rebroussée en *E*, mais encore rebroussée en même sens.

3.° Que les courbûres des branches *ADE*, *EFH*, de cette courbe *ADEFH*, vont toûjours *(Th. 6. Corol. 4.)* en diminuant depuis leurs origines *A*, *E*, jusqu'à leurs termes *E*, *H*, c'est-à-dire, depuis *A* jusqu'en *E*, pour la branche *ADE*, & depuis *E* jusqu'en *H*, pour l'autre branche *EFH*; de sorte que la plus grande courbûre de la premiére *ADE* de ces deux branches, sera en son origine *A*, la moindre en son terme *E*; & la plus grande courbûre de la seconde branche *EFH* en son origine *E*, la moindre en son terme *H*.

4.° Que la branche *ADE* doit être toute entiére dans l'autre branche *EFH*, car si de quelque point arbitraire *D* de la premiére *ADE* de ces deux branches, on imagine la droite *Dφ* avec une tangente *DN* de l'arc *φNT*, du développement duquel résulte l'autre branche *EFH*, laquelle soit rencontrée en quelque point *F* par cette tangente *ND* prolongée de ce côté-là; l'on aura *(Théor. 1.)* $D\varphi < E\varphi$, & conséquemment $D\varphi + \varphi N < E\varphi + \varphi N$ *(Lem.)* $= AM\varphi N$ *(Lem.)* $= FN$. Cependant $DN < D\varphi + \varphi N$. Donc à plus forte raison $DN < FN$; & par conséquent le point *D* de la branche *EDA* est au dedans de l'autre branche *EFH*; & ainsi de tous les autres points de la premiére *EDA* de ces deux branches, depuis *A* jusqu'au point *E* qui *(nomb. 1.)* leur est commun. Donc cette branche *EDA*

de la

de la courbe *ADEFH*, doit être toute entiére dans l'autre branche *EFH* de cette même courbe résultante du développement commencé en *A* jusqu'au point *T* de la courbe *AMφNT* contournée en φ.

XX. Présentement si par deux points quelconques *D. F*, des branches *EDA*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* rebroussée *(art. 19. nomb. 1. 2.)* en même sens au point *E*, on imagine deux cercles *IDC*, *LFG*, lesquels ayent pour rayons les droites *DM*, *FN*, qui touchent en *M*, *N*, les arcs *AMφ*, *φNT*, de la développée *AMφNT* contournée *(hyp.)* en φ, & pour centres ces points *M*, *N*, d'attouchement; ces deux cercles *(gener. & def.)* osculateurs des deux branches *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH* en *D*, *F*, couperont *(Th. 6.)* comme l'on voit ici, chacun chacune de ces branches en chacun de ces points, non-seulement sans la rencontrer ailleurs, & sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer *(Th. 6. Corol. 1.)* par ces angles, entre chacun de ces deux cercles-là & la branche qu'il aura ainsi coupée; mais encore (à cause des origines opposées *A*, *E*, de ces branches *ADE*, *EFH*,) en sortant vers *C*, *L*, de leur angle curviligne *DEF*, & en demeurant dans cet angle du côté de *I*, *G*; de sorte que *(Th. 6. Corol. 2. 3.)* ces deux cercles *IDC*, *LFG*, auront en *D*, *F*, chacun deux attouchements à la fois avec chacune des deux branches *ADE*, *EFH*, chacun avec celle qu'il y coupe, sçavoir, le cercle *IDC*, un attouchement en dedans vers *C*, & un en dehors vers *I*, de part & d'autre du point *D*, avec la branche *ADE* qu'il y coupe; & l'autre cercle *LFG*, un attouchement en dedans vers *G*, & un en dehors vers *L*, de part & d'autre du point *F*, avec l'autre branche *EFH* qu'il y coupe aussi.

Donc tout cela continuant ainsi *(Th. 6. Corol. 2. 3.)* tant que ces deux cercles *IDC*, *LFG*, seront osculateurs de ces deux branches *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH*; si l'on conçoit que leurs deux points *D*, *F*, d'osculation

s'approchent infiniment près de celui de rebrouſſement *E* de cette courbe, & conſéquemment auſſi leurs rayons oſculateurs *DM, FN,* infiniment près de la droite *E*φ, tangente *(hyp.)* de la développée *AM*φ*NT* en ſon point d'inflexion φ, qui répond *(art. 19.)* à ce point *E* de rebrouſſement de l'autre courbe *ADEFH* réſultante *(art. 19.)* du développement de celle-là, commencé en *A* juſqu'en *T;* ces deux cercles oſculateurs *IDC, LFG,* qui alors de centres *M, N,* infiniment voiſins de φ, & par des points *D, F,* infiniment voiſins de *E,* s'y doivent unir en un, y doivent encore couper & toucher de deux attouchements chacun, chacune des branches *ADE, EFH,* dont il eſt oſculateur, comme ils faiſoient en *D, F,* avant cette union; c'eſt-à-dire, couper ici ces branches du côté de *A, H,* à l'extrémité de leur élement commun en *E,* qu'ils doivent ainſi toucher enſemble de part & d'autre, comme en l'embraſſant ou en le pinçant, pour ainſi dire, entr'eux, après avoir touché de l'autre côté chacun dans l'angle curviligne *DEF* que ces deux branches font entr'elles, l'élement immédiatement précedent de chacune où elles commencent à ſe ſéparer l'une de l'autre pour former cet angle; de ſorte que le cercle oſculateur *BEK* décrit du centre φ par *E,* auquel ces deux *IDC, LFG,* ſe réduiſent enfin là par leur union, s'y trouve comme d'une double circonférence, qui réſultante du concours de celles de ces deux autres cercles unis en lui, le rend capable de ces quatre attouchements à la fois avec les deux branches *ADE, EFH,* c'eſt-à-dire, de deux (un intérieur & l'autre extérieur) avec chacune, de part & d'autre d'une coupe commune de lui avec elles, faite du côté de *A, H,* à l'extrémité de leur élement commun en *E,* & ſans *(Th. 6. Corol. 1.)* qu'aucun autre cercle puiſſe paſſer de même par cet angle entre ces deux branches, ſoit qu'il les rencontre ou non, ailleurs qu'en *E.*

Fig. 7. 8. 9. 14. XXI. Il eſt ici à remarquer que quoique les courbes *ADEFH* des Fig. 7. 8. 9. 14. rebrouſſées *(art. 13. 15. 19.)*

chacune en même sens en *E*, paroissent l'être de la même maniére, leur cercle osculateur *BEK* en ce point *E* de rebroussement en même sens, ne les y touche *(art. 14. 16. 20.)* pourtant pas de même, & qu'il passe *(art. 14. 16.)* tout d'un côté des branches *EDA, EFH*, de celle des Fig. 7. 8. 9. sans qu'il en puisse *(Th. 6. Corol. 1.)* passer absolument aucun entr'elles par leur angle *DEF*, au lieu que le cercle *BEK* osculateur au point *E* de rebroussement en même sens aussi de la courbe *ADEFH* de la Fig. 14. passe *(art. 20.)* entre les branches *ADE, EFH*, de cette courbe, par l'angle *DEF* qu'elles font entr'elles : ce qui fait voir que quoique dans chacune de ces courbes *ADEFH* rebroussées en même sens chacune en *E*, leurs branches *ADE, EFH*, s'y touchent dans toutes les Fig. 7. 8. 9. 14. l'angle *DEF* de contingence que ces branches font entre elles, est plus grand dans la Fig. 14. que dans les trois autres Fig. 7. 8. 9. La raison en est que ces branches ayant *(hyp.)* toutes deux en *E* leurs origines dans les Fig. 7. 8. & leur terme dans la Figure 9. leurs plus grandes courbûres sont *(art. 13. 15.)* en ce point *E* dans les Fig. 7. 8. & leur moindre en *E* dans la Fig. 9. au lieu que dans la Fig. 14. n'y ayant *(hyp.)* qu'une *(EFH)* de ces branches qui ait son origine en *E*, & l'autre *(ADE)* y ayant son terme, la plus grande courbûre de la premiére *EFH* de ces branches y est *(art. 19.)* accompagnée de la moindre courbûre de la seconde *ADE*; ce qui fait que ces deux branches concaves *(art. 13. 15. 19.)* en même sens, s'écartent moins l'une de l'autre au sortir de ce point *E*, dans les Fig. 7. 8. 9. que dans la Fig. 14. & ce qui rend ainsi leur angle de contingence plus grand ici que là.

XXII. Quant aux racines égales qu'exige dans les Figures 14. 15. des art. 19. 20. le cercle *BEK* osculateur au point *E* de rebroussement de la courbe *ADEFH*, la même dans les deux, pour la détermination totale de son rayon *E*φ, c'est-à-dire, pour la détermination de la position Fig. 14. 15.

& de la longueur de ce rayon osculateur $E\varphi$ en ce point de rebrouſſement E.

Fig. 10. 11. 15. 1.° Le nomb. 1. de l'art. 17. fait voir dans les Fig. 10. 11. que la poſition de ce rayon osculateur $E\varphi$ perpendiculaire *(Th. 5. Corol. 2.)* à la fois à l'une & à l'autre des branches ADE, EFH, de la courbe $ADEFH$ de la Fig. 15. en ſon point de rebrouſſement E, y exige trois racines

Fig. 15. égales dans le cercle déterminant, tel qu'eſt ici $\beta E\lambda FD\pi$ décrit par E d'un centre O pris tel dans le triangle mixtiligne $A\varphi E$ que ce cercle rencontre de plus en quelqu'autre point D la branche ADE de cette courbe $ADEFH$; puiſque ce cercle $\beta E\lambda FD\pi$ coupant en E l'osculateur BEK avec l'autre branche EFH que cet osculateur y touche *(article 20.)* auſſi bien que celle-là, ce nouveau cercle $\beta E\lambda FD\pi$ coupera de plus cette autre branche EFH en quelqu'autre point F, entre E & D; & conſéquemment il coupera ainſi la courbe $ADEFH$ en trois points D, E, F, qui unis en E, feront paſſer *(art. 17. nomb. 1.)* ſon centre O en ω ſur $E\varphi$ perpendiculaire *(Théor. 5. Corol. 2.)* à l'une & à l'autre des branches ADE, EFH, de cette courbe $ADEFH$, & qui déterminant ainſi ce point ω par le concours de ſes trois rayons DO, FO, EO, en un $E\omega$ ſur cette perpendiculaire $E\varphi$, au point E de rebrouſſement de cette courbe $ADEFH$, détermine auſſi la poſition de cette même perpendiculaire ou rayon osculateur $E\varphi$, par le moyen de trois racines égales *(article 17. nombre 1.)* en ce point de rebrouſſement en même ſens de cette même courbe $ADEFH$.

Il eſt vrai qu'aucun autre cercle $\mu E\varepsilon F\nu$ décrit par E du centre δ pris hors l'angle mixte $A\varphi E$, lequel coupât encore en quelqu'autre point F, la branche EFH de la courbe $ADEFH$, ne couperoit pas de même ailleurs, par exemple, en D, ſon autre branche ADE; puiſque *(Th. 1. Corol. 8.)* la droite δD ſeroit moindre que δE, & que par conſéquent le paſſage de F en E, qui faiſant ainſi paſſer *(Th. 5. Corol. 3.)* ſur $E\varphi$ prolongée vers L,

le centre δ de ce cercle $\mu E \varepsilon F \nu$, détermineroit la position de cette perpendiculaire $E\phi$ au point E de la branche EFH, par le moyen *(Th. 5. Corol. 4.)* de deux racines égales; mais ne le faisant que comme il le feroit en F, par le passage de E en F, sans aucun rapport à la branche ADE, ne détermine point cette perpendiculaire $E\phi$, comme devant l'être aussi à cette autre branche ADE, ni conséquemment comme devant l'être au concours de ces deux branches, ou au point de rebroussement de la courbe $ADEFH$ qu'elles composent: au contraire, la détermination de la position qui se fait de cette perpendiculaire, par le concours précedent des trois rayons DO, FO, EO, du cercle $\beta E \lambda FD\pi$ en un, ne pouvant se faire qu'en ce point E de rebroussement de la courbe $ADEFH$, la position de la perpendiculaire que ce concours y détermine *(art. 17. nomb. 1.)* par le passage en ω qui en résulte du centre O de ce cercle sur cette perpendiculaire, la détermine, comme devant l'être en ce point E de rebroussement; & conséquemment *(Th. 5. Corol. 2.)* comme devant être $E\phi$ ou EL, & non aucune autre: donc cette détermination de la position de cette perpendiculaire ou rayon osculateur $E\phi$ propre à ce point de rebroussement E de la courbe $ADEFH$, y exige l'union & le concours de ces trois rayons DO, FO, EO, en un, & conséquemment trois racines égales en ce point E, dans leur cercle $\beta E \lambda FD\pi$, ainsi qu'on le vient de voir, conformément au nomb. 1. de l'art. 17.

2.° Le passage du centre O du cercle $\beta E \lambda FD\pi$ en ω sur $E\phi$, ayant rendu ce cercle en aEb touchant en E de la courbe $ADEFH$ & de son cercle osculateur BEK, de coupant qu'il en étoit: si l'on imagine le centre ω de ce cercle $\beta E \lambda FD\pi$ ainsi devenu aEb, en mouvement de E vers ϕ sur $E\phi$, sans que ce cercle cesse de passer par E, & le point P déterminé sur $E\phi$, comme dans le nomb. 1. du Corol. 3. du Th. 2. ce même nomb. 1. fera voir ce même cercle redevenir coupant $E\delta Dd$ en quelque point D de Fig. 16.

la branche *ADE* (ſans la rencontrer ailleurs qu'en *D, E,*) lorſque ſon centre ω ſera en *M* ſur *P*φ, depuis *P* juſqu'en φ, & que ſes deux rayons *DM, EM,* s'uniront enſemble en *E*φ, par l'arrivée de ſon centre *M* en φ ; ce qui détermi-nera la longueur de ce rayon oſculateur *E*φ, par le moyen de deux racines égales, & non de davantage, puiſqu'en quelque point de *E*φ que ſe trouve le centre ω ou *M* de ce cercle, ce même cercle ne ſçauroit rencontrer la branche *ADE (Th. 2. Corol. 3. nomb. 1. & Th. 5.)* tout au plus qu'en deux points, & jamais qu'en *E*, l'autre branche *EFH*, qui étant *(art. 20.)* toute au dehors du cercle oſculateur *BEK*, doit être auſſi tout au dehors de tout autre cercle décrit par *E* d'un centre pris depuis *E* juſqu'en φ, ſur le rayon *E*φ de cet oſculateur *BEK*.

3.° Puiſque la détermination de la poſition du rayon oſculateur *E*φ perpendiculaire *(Th. 5. Corol. 2.)* au point de rebrouſſement *E* de la courbe *ADEFH* rebrouſſée en même ſens, exige *(nomb. 1.)* trois racines égales dans le cercle déterminant β*E*λ*FD*π, changé de coupant en touchant *aEb*, par le paſſage de ſon centre *O* en ω, & que la déter-mination de la longueur de ce rayon *E*φ, en exige encore *(nomb. 2.)* deux égales à celles-là, dans le même cercle changé en l'oſculateur *BEK*, par le paſſage de ſon centre ω en φ; il ſemble d'abord que la détermination totale de ce rayon oſculateur *E*φ, exige ici cinq racines égales, comme dans l'art. 17. nomb. 2. mais dès qu'on fait réflexion que le même rayon *EO* a aidé à déterminer *(nomb. 1.)* la poſition de cet oſculateur *E*φ, en paſſant en *E*ω, & à déterminer *(nomb. 2.)* la longueur de ce même rayon oſculateur, en devenant *E*φ; on voit que pour ces deux uſages, ce rayon *EO* ainſi changé en *E*ω, & enſuite en *E*φ, n'a exigé qu'une même racine, qui comptée deux fois *(nomb. 1. 2.)* pour expliquer ces deux uſages, en fait paroître ici d'abord cinq au lieu de quatre auxquelles ſe réduiſent ainſi ces cinq-là : donc la détermination totale du rayon oſculateur *E*φ de

la courbe *ADEFH*, en son point *E* de rebroussement en même sens, n'exige ici que quatre racines égales, au lieu de cinq qu'elle exigeoit en ce point dans l'art 17. nomb. 2. pour la courbe *ACDEFGH* des Fig. 7. 8. 9. qui y paroît semblablement rebroussée.

On trouvera de même par le moyen de l'art. 17. nomb. 1. Fig. 12. que la RφS *rebroussée en sens contraire en* φ *dans la Fig. 1. n'y exige que quatre racines égales infiniment petites, pour la détermination totale de chacun de ses rayons osculateurs opposés en ligne droite* (art. 2. nomb. 2.) *& infiniment petits de part & d'autre en ce point* φ, *quoique les trois racines égales requises* (art. 17. nomb. 1.) *pour la détermination de la position de chacun de ces deux rayons osculateurs infiniment petits, puissent être finies quelconques.* Fig. 1. 12.

XXIII. Voilà dans cet article 22. comment un cercle décrit par *E* d'un centre *O* pris dans le triangle mixte *A*φ*E*, détermine totalement le rayon osculateur *E*φ, par le passage de ce centre *O* en ω, & ensuite en φ. Quant aux cercles décrits par le même point *E* de centres pris au dehors de ce triangle, comme en δ dans la Fig. 15. ce même art. 22. nomb. 1. fait voir qu'aucun d'eux ne sçauroit servir à la détermination de la position perpendiculaire en *E*, du rayon osculateur *E*φ, par rapport aux deux branches à la fois *ADE*, *EFH*, de la courbe *ADEFH*, & qu'il ne détermineroit cette position que par rapport à la seconde *EFH* de ces deux branches, & en son point *E*, que comme par-tout ailleurs, sans marquer que ce point *E* soit un point de rebroussement, ni conséquemment que cette droite *E*φ qu'il détermineroit perpendiculaire à cette branche *EFH*, par le passage de son centre δ sur cette même *E*φ prolongée vers *L*, doive aussi l'être à l'autre branche *ADE*. Fig. 15. 16.

Il est vrai qu'en supposant cette droite *E*φ perpendiculaire à l'une & à l'autre de ces deux branches *ADE*, *EFH*, en leur point commun *E* de rebroussement de la courbe *ADEFH* qu'elles composent, un cercle *E*μ*Gg* qui décrit Fig. 16.

par E, auroit ſon centre N au dehors de l'angle mixte $A\phi E$, depuis ϕ juſqu'au point R déterminé dans le nomb. 2. du Corol. 3. du Théor. 2. ſur ce rayon oſculateur $E\phi$ prolongé du côté de L, rencontreroit *(Th. 5. part. 2.)* la branche EFH en deux points E, G, & non en davantage, ſans rencontrer ailleurs qu'en E, l'autre branche ADE qui eſt toute *(art. 20.)* au dedans du cercle oſculateur BEK, lequel ſeroit auſſi tout entier au dedans de celui-là; & qu'ainſi l'arrivée de ce centre N en ϕ faiſant paſſer les deux rayons GN, EN, de cet autre cercle $E\mu Gg$ en $E\phi$, détermineroit encore de cette maniére la longueur de ce rayon oſculateur $E\phi$, par le moyen de deux racines égales; mais ce cercle ne pouvant *(art. 22. nomb. 1.)* en déterminer la poſition, en quelqu'endroit qu'on en imagine le centre au dehors de l'angle mixte $A\phi E$; il ne peut auſſi déterminer totalement ce rayon oſculateur $E\phi$, comme vient de faire *(art. 22.)* le cercle décrit par E d'un centre O pris dans cet angle.

Fig. 17. XXIV. Si l'on veut que les deux arcs AM, $M\phi T$, de la courbe $AM\phi T$ contournée en ϕ, commencent à ſe développer en M, ſçavoir, ſon arc MA, de M vers D juſqu'en A; ſon arc $M\phi T$, de M vers E juſqu'en ſon point ϕ d'inflexion ou de contour, & enſuite de E vers H depuis ϕ juſqu'en T.

1.° L'arc $AM\phi$ de cette courbe étant *(hyp.)* concave d'un ſeul côté, depuis A juſqu'au point d'inflexion ϕ de cette même courbe, l'art. 2. nomb. 1. fait voir que les deux parties MA, $M\phi$, de cet arc $AM\phi$, en commençant chacune en M à ſe développer juſqu'en A, ϕ, décriront enſemble par ce double développement, la courbe DME rebrouſſée en ſens contraire en M, dont les branches MD, ME, de convexités oppoſées, ſeront terminées aux lignes droites DA, $E\phi$, touchantes en A, ϕ, des arcs MA, $M\phi$, du développement deſquels elles réſultent.

2.° L'arc $M\phi T$ de la même courbe $AM\phi T$ contournée en ϕ,

en ϕ, l'étant auſſi en ce même point ϕ, l'art. 19. fait voir que cet arc *MϕT* dans ſon développement commencé en *M* juſqu'en *T,* après avoir décrit de ſon point *M,* l'arc *ME* par le développement de ſa partie *Mϕ* juſqu'à ſa touchante *Eϕ* en ſon point d'inflexion ϕ, doit décrire auſſi de la même extrémité *M,* ou de l'extrémité *E* de cette touchante, auquel point ſe trouve alors le point *M,* un autre arc *EFH,* par le développement de ſa partie ϕ*T* juſqu'à ſa touchante *HT,* en continuant de ſe développer ainſi depuis *M* juſqu'à ſon point *T* d'attouchement; & que ces deux arcs *ME, EFH,* compoſeront enſemble une courbe *MEFH* rebrouſſée en même ſens en *E,* comme dans l'art. 19. réſultante du développement commencé en *M* juſqu'en *T,* de l'arc entier *MϕT* contourné en ϕ.

3.° Donc *(nomb. 1. 2.)* la courbe entiére *AMϕT* contournée *(hyp.)* en ϕ, en commençant en *M* à ſe développer de part & d'autre juſqu'à ſes extrémités *A, T,* décrira la courbe entiére *DMEFH,* par le développement ſimultanée de ſes arcs *MA, MϕT;* laquelle courbe *DMEFH* rebrouſſée *(nomb. 1.)* en ſens contraire en *M,* & *(nomb. 2.)* en même ſens en *E,* aura à la fois deux rebrouſſements d'eſpéces différentes.

4.° Son rebrouſſement en ſens contraire en *M,* étant le même *(nomb. 1.)* que dans l'art. 2. la partie *DME* de cette courbe *DMEFH* aura toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. & dans la réflexion qui ſuit l'art. 2.

5.° L'autre rebrouſſement de cette même courbe *DMEFH,* lequel eſt en même ſens en *E,* étant le même *(nomb. 2.)* que dans l'art. 19. la partie *MEFH* de cette courbe ainſi rebrouſſée en *E,* aura pareillement toutes les proprietés marquées dans les art. 19. 20. 22. 23.

6.° Donc *(nomb. 4. 5.)* cette courbe entiére *DMEFH* aura tout à la fois toutes les proprietés marquées dans les art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. ſçavoir, celles des art. 2. 3. 4. 5. par rapport à ſon point de rebrouſſement *M* en ſens

contraire; & celles des art. 19. 20. 22. 23. par rapport à ſon point de rebrouſſement E en même ſens.

Fig. 1. 14. 15. 16. 17. *Je ne m'arrête point à détailler toutes les proprietés de la courbe* DMEFH *de la Fig. 17. étant trop aiſées à reconnoître dans tous les art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. en comparant en mêmes lettres, ſa partie* DME *avec la courbe* RϕS *de la Fig. 1. dans les art. 2. 3. 4. 5. & ſa partie* MEFH *avec la courbe* AEFH *des Fig. 14. 15. 16. dans les art. 19. 20. 22. 23. c'eſt-à-dire, en changeant les lettres de la partie* DME *de la courbe* DMEFH *de la Fig. 17. en celles de la courbe* RϕS *de la Fig. 1. &* M *en* A *dans ſa partie* MEFH, *pour lui donner les mêmes lettres qu'à la courbe* AEFH *des Fig. 14. 15. 16. Cela fait, on verra, dis-je, tout d'un coup dans les art. 2. 3. 4. 5. 19. 20. 22. 23. que les proprietés qui y ſont démontrées convenir les unes à la courbe* RϕS *de la Fig. 1. & les autres à la courbe* AEFH *des Fig. 14. 15. 16. conviennent toutes à la courbe* DMEFH *de la preſente Fig. 17. par rapport à ce qu'elle a* (art. 24. nomb. 1. 2.) *de ſemblable à ces deux-là.*

Fig. 18. XXV. Soit enfin le développement de la courbe $A\phi T$ contournée quelconque en ϕ, commencé de part & d'autre en ſon point d'inflexion ou de contour ϕ.

1.° Il eſt viſible que cette extrémité ϕ de chacun des arcs ϕA, ϕT, de cette courbe, décrira ainſi chacun des arcs ϕH, ϕK, d'une autre courbe $H\phi K$ auſſi contournée en ϕ; puiſque chacun de ces deux derniers arcs ϕH, ϕK, ſera *(Th. 2. Corol. 1.)* concave du même côté que celui des deux autres ϕA, ϕT, qui en ſera le générateur; & ces deux-ci l'étant *(hyp.)* en ſens contraire, les deux autres doivent auſſi l'être en ſens contraire, & former ainſi enſemble une courbe $H\phi K$ contournée au même point ϕ que ſa développée $A\phi T$ eſt ſuppoſée l'être.

2.° Il eſt viſible auſſi que les rayons oſculateurs en ϕ des deux arcs ϕH, ϕK, de cette courbe $H\phi K$, ſeront *(gener. & def.)* infiniment petits de part & d'autre de ce

point φ, en ligne droite perpendiculaire *(Th. 5. Corol. 2.)* à ces deux arcs.

XXVI. Les Corol. 2. 3. du Th. 6. font voir que les deux petits cercles osculateurs de cette courbe *HφK*, décrits de ces deux rayons *(art. 15. nomb. 2.)* infiniment petits, en son point d'inflexion φ, couperont & toucheront à la fois de deux attouchements contigus chacun en ce point φ, chacun des arcs φ*H*, φ*K*, dont il y sera osculateur : pour le voir, imaginons deux autres cercles *IDC, LFG*, osculateurs aussi de ces deux arcs en deux autres points quelconques *D, F*, lesquels cercles ayent *(def.)* pour rayons les tangentes *DM*, *FN*, des arcs développés φ*MA*, φ*NT*, & pour centres les points d'attouchement *M, N* : le Th. 6. part. 1. fait voir que ces deux nouveaux cercles *IDC, LFG*, couperont les deux arcs φ*H*, φ*K*, en *D, F*, de la maniére qu'on voit ici dans la Fig. 18. dans laquelle φ est l'origine commune de ces deux arcs, & qu'ils les couperont sous des angles si petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais passer *(Th. 6. Cor. 1.)* par aucun de ces angles, entre aucun de ces deux cercles-là & celui qu'il coupe des deux arcs φ*H*, φ*K*, de la courbe *HφK*; & conséquemment *(Th. 6. Coroll. 2. 3.)* que chacun de ces deux autres cercles *IDC, LFG*, aura aussi, nonobstant ces coupes ou interséctions, avec chacun de ces deux arcs φ*H*, φ*K*, chacun avec celui qu'il coupe, deux attouchements contigus de part & d'autre de leur point d'interséction *D* ou *F*, un en dehors, du côté de l'origine φ de cet arc; & l'autre en dedans, du côté de son terme *H* ou *K*.

Concevons présentement que ces deux points *D, F*, arrivent infiniment près de φ, avec les cercles toûjours osculateurs *IDC, LFG*, en avançant ainsi l'un vers l'autre le long des arcs *D*φ, *F*φ; & que les fils *MD, NF*, rayons *(gener. & def.)* de ces cercles, se recouchent ainsi sur les arcs développés *M*φ, *N*φ, jusqu'à ce que ces points *D, F*, soient infiniment près de φ, c'est-à-dire, jusqu'à ce que les arcs

φF, φD, ſoient devenus infiniment petits; il eſt viſible que chacun de ces cercles *IDC*, *LFG*, alors infiniment petits, coupera & touchera encore à la fois (comme ci-deſſus en *D*, *F*,) chacun des arcs φDH, φFK, en ce point infiniment près de φ : ce petit cercle oſculateur coupera cet arc en ce point *D* ou *F* infiniment voiſin de φ, en le touchant-là *(Th. 6. Coroll. 2. 3.)* de part & d'autre de cette coupe, en dehors, ſur l'élement φD ou φF, du côté de ſon origine φ, & en dedans, ſur ſon élement ſuivant, du côté de ſon terme *H* ou *K*; ce petit cercle oſculateur en φ d'un des arcs φDH, φFK, de la courbe $H\varphi K$, contournée en ce point φ, y trouvant l'autre arc, de cette courbe, d'une convexité oppoſée à la ſienne, l'abandonne-là ſans le couper ni le toucher, non plus que s'il n'y étoit pas.

XXVII. Donc ce petit cercle oſculateur en φ d'un des arcs φH, φK, de la courbe $H\varphi K$ contournée en ce point φ, eſt le même que ſi cette courbe ſe terminoit-là, & qu'elle ne conſiſtât qu'en un ſeul de ces deux arcs, lequel eût ſon origine en φ; & conſéquemment ce cercle oſculateur *(article 25. nombre 2.)* infiniment petit, n'y exige *(Th. 5. Corol. 5.)* que trois racines égales infiniment petites, pour la détermination totale de ſon rayon oſculateur; deſquelles trois racines, deux, de finies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la poſition de ce rayon, deviennent infiniment petites dans la détermination de ſa longueur, qui ſe trouve, par le moyen d'une d'elles & d'une autre, encore infiniment petite, ce qui en fait en tout trois égales infiniment petites pour la détermination totale de ce rayon en φ. Ainſi *(Th. 5. Corol. 5.)* le cercle oſculateur d'une courbe contournée $H\varphi K$, réſultante *(art. 25.)* du développement entier d'une autre contournée quelconque $A\varphi T$, commencé en ſon point de contour ou d'inflexion φ, vers ſes extrémités *A*, *T*, de part & d'autre, n'auroit par-tout que trois racines égales, en quelque point de cette réſultante $H\varphi K$ qu'il ſoit oſculateur, c'eſt-à-dire, au point

d'inflexion φ de cette courbe, comme en tout autre: toute la différence, c'eſt qu'en ce point d'inflexion il les auroit infiniment petites, & finies par-tout ailleurs; ces infiniment petites augmentant toûjours de part & d'autre depuis ce point d'inflexion φ, juſqu'aux extrémités de la courbe contournée *HφK*, réſultante du développement fait comme ci-deſſus *(art. 25.)* d'une autre *AφT* auſſi contournée en φ, parce que le rayon ou le cercle oſculateur d'une telle réſultante *HφK* en ſon point d'inflexion φ, y eſt *(art. 25.)* infiniment petit, & va toûjours *(Lem.)* en augmentant de part & d'autre, depuis ce point juſqu'aux extrémités de cette courbe. De ce que les trois racines égales de ce cercle oſculateur ſont infiniment petites au point d'inflexion φ de cette courbe *HφK*, & finies par-tout ailleurs, cela ſervira dans le calcul, à diſcerner ce point φ d'inflexion de tous les autres de cette même courbe *HφK*.

XXVIII. Puiſque *(art. 25.)* le rayon oſculateur en l'origine φ de chacun des arcs φ*H*, φ*K*, de la courbe *HφK* contournée en ce point φ, eſt infiniment petit, & fini partout ailleurs, & qu'il va en croiſſant à meſure que leur point d'oſculation s'éloigne de cette origine φ; on voit, conformément au Corol. 4. du Théor. 6. que la courbe de chacun de ces arcs φ*H*, φ*K*, va toûjours, au contraire, en diminuant vers *H*, *K*, depuis ce point d'inflexion φ de la courbe *HφK* qu'ils compoſent, ou de celle *AφT* qui la trace *(art. 25.)* par ſon développement commencé en ce point φ; & qu'ainſi la plus grande courbûre de chacun de ces arcs φ*H*, φ*K*, eſt à ce point d'inflexion φ de leur courbe *HφK*, ou de ſa développée *AφT*, & la moindre en leurs termes *H*, *K*.

Le Corol. 4. du Théor. 6. fait auſſi voir, conformément à cela, que ſi les arcs développés φ*A*, φ*T*, de la courbe *AφT*, étoient des courbûres ſemblables de part & d'autre de ſon point d'inflexion, les arcs φ*H*, φ*K*, réſultants du développement de ceux-là, commencé en ce point d'inflexion φ,

feroient auffi des courbûres femblables de part & d'autre de ce même point d'inflexion φ de la courbe *HφK* qu'ils compofent.

XXIX. Ce ne font pas feulement les courbes contournées qui, par leur développement commencé à leur point de contour ou d'inflexion vers leurs extrémités de part & d'autre à la fois, en engendrent auffi de contournées comme

Fig. 19. ci-deffus, art. 25. car fi l'on fuppofe deux parties détachées, & des convexités oppofées d'une même courbe, telles que font, Figure 19. *HA*, *Kφ*, lefquelles ayent une même afymptote *Aφ*; par exemple, deux parties *HA*, *Kφ*, d'hyperboles oppofées, dont *Aφ* foit une des afymptotes; & telles que commençant en *H*, *K*, à fe développer à l'infini vers *Aφ*, en *HE*, *KE*, leurs points *H*, *K*, foit que ces points décrivants leur appartiennent, ou à leurs prolongements en tangentes de ce côté-là, fe rencontrent à la fin en un même point *E* de leur afymptote commune *Aφ*; il eft vifible que ces points *H*, *K*, des arcs *HA*, *Kφ*, décriront ainfi enfemble une courbe *HEK* contournée en *E*, laquelle aura *(def.)* les droites infinies *EA*, *Eφ*, pour rayons ofculateurs de fes arcs *HE*, *KE*, en fon point d'inflexion *E*, terme *(def.)* de ces deux arcs; lefquels rayons ofculateurs *EA*, *Eφ*, en ligne droite perpendiculaire *(Th. 5. Corol. 2.)* à ces deux arcs, en ce point d'inflexion *E* de la courbe *HEK* qu'on y voit ici contournée, feront l'une & l'autre infinis,

Fig. 18. 19. au lieu que dans la contournée *HφK* en φ de la Fig. 18. les deux rayons ofculateurs de fes deux arcs *φH*, *φK*, en ce point φ, y font *(art. 25.)* infiniment petits; de forte qu'ils n'y ont de reffemblance avec les deux *EA*, *Eφ*, de la Fig. 19. dont il s'agit ici, que d'être auffi entr'eux *(art. 25.)* en ligne droite perpendiculaire en φ, à chacun de ces deux arcs *φH*, *φK*, dans la Fig. 18. quoique la courbe *HφK* que ces deux arcs y compofent, paroiffe fi femblable à la préfente *HEK* de la Fig. 19. qu'il n'y a que leur génération ou le calcul qui les puiffent faire difcerner l'une de l'autre, par cette

différence de rayons oſculateurs en leurs points d'inflexion φ, *E*.

La raiſon de cette différence infinie du ſecond genre, entre ces deux ſortes de rayons oſculateurs aux points d'inflexion φ, *E*, de ces deux courbes *HφK*, *HEK*, dans les Fig. 18. 19. vient de celle de leurs développées, dont les arcs développés ſont infinis en *E*, dans la préſente Fig. 19. au lieu que dans la Fig. 18. ils étoient *(article 25.)* infiniment petits en φ, ces arcs développés étant toûjours égaux *(Lem.)* aux rayons oſculateurs qui leur répondent : ce qui s'accorde avec ce que M. le Marquis de l'Hôpital a démontré à ſa maniére *(Annal. des infiniment Petits, page 79.)* de cette différence infiniment infinie des rayons oſculateurs aux points d'inflexion ou de contour de différentes courbes contournées.

XXX. Un raiſonnement ſemblable à celui de l'art. 26. fait voir que les deux cercles infinis, décrits des deux rayons *EA*, *E*φ, infinis dans le précedent article 29. Figure 19. oſculateurs de la courbe *HEK*, en ſon point d'inflexion *E*, couperont & toucheront à la fois *(Th. 6. Coroll. 2. 3.)* de deux attouchements contigus, chacun en ce point *E*, celui des arcs *EH*, *EK*, duquel il y ſera oſculateur. Pour le voir, imaginons ici, Fig. 19. comme dans l'art. 26. Fig. 18. deux autres cercles *IDC*, *LFG*, oſculateurs auſſi de ces deux arcs en deux autres points quelconques *D*, *F*, leſquels cercles ayent *(def.)* pour rayons les tangentes *DM*, *FN*, des arcs développés *HMA*, *KN*φ, & pour centres les points d'attouchement *M*, *N*, le Th. 6. part. 1. fait voir, comme dans l'art. 26. que ces deux nouveaux cercles *IDC*, *LFG*, couperont les deux arcs *HE*, *KE*, en *D*, *F*, de la maniére qu'on voit ici, où *E* eſt *(def.)* le terme commun de ces deux arcs, & ſous des angles ſi petits, qu'aucun autre cercle ne pourra jamais paſſer *(Th. 6. Corol. 1.)* par aucun de ces angles, entre aucun de ces deux cercles-là & celui de ces deux arcs qui en ſera coupé ; & conſéquemment *(Th. 6. Coroll. 2. 3.)* que chacun de ces deux autres cercles *IDC*, Fig. 19.

LFG, aura auſſi, nonobſtant ces coupes ou interſections, avec chacun de ces deux arcs *HE*, *KE*, chacun avec celui qu'il coupera, deux attouchements contigus de part & d'autre de leur point d'interſection, un en dehors, du côté de ſon origine *H* ou *K*, & l'autre en dedans, du côté de ſon terme *E*; ce qui ſera toûjours vrai, comme dans l'art. 26. pour chacun de ces arcs *HE*, *KE*, dans le mouvement continuel de leurs ſections *D*, *F*, vers leur terme commun *E*, juſqu'à ce qu'elles ſoient enfin l'une & l'autre infiniment près de ce point *E*; que les arcs *DE*, *FE*, en ſoient devenus infiniment petits, & que les cercles *IDC*, *LFG*, oſculateurs de ces arcs en ces coupes *D*, *F*, ſoient devenus infiniment grands, par l'égalité qui ſe trouve alors entre leurs rayons *DM*, *FN*, & les infinis *EA*, *Eφ*, deſquels ils ſont alors infiniment proche.

Ainſi chacun de ces deux cercles infinis coupera encore chacun des arcs *HDE*, *KFE*, en chacun de ces points *D*, *F*, pour lors infiniment voiſins de *E*, en touchant *(Th. 6. Coroll. 2. 3.)* cet arc de part & d'autre de cette coupe, en dedans, ſur l'élement *DE*, ou *FE*, du côté de *E*, & en dehors, ſur l'élement immédiatement ſuivant, du côté de *H* ou *K*; & ce cercle infini oſculateur en *E* d'un des arcs *HDE*, *KFE*, de la courbe *HEK* contournée *(art. 29.)* en ce point *E*, y trouvant l'autre arc d'une convexité oppoſée à la ſienne, l'abandonne-là ſans l'avoir coupé ni touché, non plus que s'il n'y étoit pas, comme il arrive *(article 26.)* à chaque cercle infiniment petit, oſculateur en φ de la courbe *HφK* de la Fig. 18. excepté que les attouchements y ſont à contre-ſens de ceux-ci; ce qui vient *(Th. 6. Coroll. 2. 3.)* de ce que dans la Fig. 18. φ eſt *(art. 25.)* l'origine commune des arcs *φH*, *φK*, & qu'ici, Fig. 19. *E* eſt le terme commun des arcs *HE*, *KE*.

Fig. 19. XXXI. Puiſque *(article 30.)* le cercle oſculateur au terme *E* de chaque arc *HE*, *KE*, de la courbe *HEK* contournée en ce point *E* dans la Fig. 19. y coupe & touche cet arc, comme ſi l'autre n'y étoit pas, & comme ſi cette courbe

courbe ſe terminoit-là, ce cercle oſculateur *(art. 30.)* infiniment grand, n'y exige *(Th. 5. Corol. 5.)* que trois racines égales infiniment grandes, pour la détermination totale de ſon rayon oſculateur; deſquelles trois racines, deux, de finies quelconques qu'elles étoient pour la détermination de la poſition de ce rayon, deviennent infiniment grandes dans la détermination de ſa longueur, qui ſe trouve, par le moyen d'une d'elles & d'une autre, encore infiniment grande; ce qui en fait trois en tout infiniment grandes, pour la détermination totale de ce rayon oſculateur de la courbe *HEK*, en ſon point d'inflexion *E*: ainſi un cercle oſculateur, en quelque point que ce ſoit, d'une courbe contournée *HEK* décrite comme dans l'art. 29. n'y doit avoir *(Th. 5. Cor. 5.)* que trois racines égales, leſquelles ſeront infinies au point d'inflexion *E* de cette courbe *HEK*, depuis lequel ces trois racines iront toûjours en diminuant juſqu'aux extrémités *H*, *K*, de cette même courbe *HEK*.

XXXII. Puiſque *(art. 30.)* le rayon oſculateur au terme *E* de chacun des arcs *HE*, *KE*, de la courbe *HEK* contournée en ce point *E*, eſt infini, & va toûjours en diminuant, à meſure que leurs points d'oſculation s'éloignent de ce terme *E*; on voit, conformément au Corol. 4. du Th. 6. que la courbûre de chacun de ces arcs *HE*, *KE*, va toûjours en augmentant vers *H*, *K*, depuis ce point d'inflexion *E* de la courbe contournée *HEK* dans la précedente Fig. 19. & qu'ainſi la moindre courbûre de chacun de ces arcs *HE*, *KE*, eſt en ce point d'inflexion ou terme commun *E* de ces mêmes arcs, & la plus grande à leurs extrémités *H*, *K*; c'eſt tout le contraire *(art. 28.)* dans la courbe contournée *HφK* de la Fig. 18.

XXXIII. Les art. 25. 26. 27. 29. 30. 31. font voir que les courbes *HφK* de la Fig. 18. & *HEK* de la Fig. 19. conviennent, en ce qu'elles ſont toutes deux *(art. 25. 29.)* contournées, la premiére en φ, & la ſeconde en *E*; en ce que *(articles 26. 30.)* chacun de leurs cercles oſculateurs Fig. 18. 19.

opposés en chacun de ces points d'inflexion φ, *E*, y a un double attouchement de part & d'autre d'une coupe qu'il fait avec chacun de leurs arcs pris depuis chacun de ces points φ, *E*, du côté de leurs extrémités ; & en ce que les cercles osculateurs de ces deux courbes, ont par-tout *(art. 27. 31.)* chacun trois racines égales : mais du reste, quoique semblables à l'œil, ces deux courbes *H*φ*K* de la Fig. 18. & *HEK* de la Fig. 19. sont très-différentes entr'elles.

1.° En ce que les deux rayons ou cercles osculateurs opposés à chacun des points d'inflexion φ, *E*, de chacune de ces courbes *H*φ*K*, *HEK*, des Fig. 18. 19. sont *(art. 26.)* infiniment petits dans celle de la Fig. 18. ainsi que M. le Marquis de l'Hôpital l'a aussi fait voir dans l'*Annal. des infiniment Petits, page 80.* & *(art. 30.)* infiniment grands dans celle de la Fig. 19. ce qui rend les trois racines égales que chacun de ces cercles exige *(art. 27. 31.)* en chacun de ces points d'inflexion φ, *E*, infiniment petites *(art. 27.)* dans la Fig. 18. & infiniment grandes *(art. 31.)* dans la Fig. 19. La raison de cette différence, vient de ce que le rayon osculateur *(def. & Lem.)* est toûjours égal à l'arc développé, qui, en l'origine *(hyp.)* φ du développement dans la Fig. 18. est *(art. 25.)* infiniment petit, & qui, au contraire, est infiniment grand *(art. 29.)* au terme *(hyp.)* *E* du développement dans la Fig. 19.

2.° En ce que les deux attouchements contigus de chaque cercle osculateur en φ avec chacun des arcs φ*H*, φ*K*, de la courbe *H*φ*K* de la Fig. 18. & en *E* avec chacun des arcs *EH*, *EK*, de la courbe *HEK* de la Fig. 19. sont *(art. 26. 30.)* de côtés opposés dans ces deux Figures, celui qui est en dehors de chacun de ces arcs dans la Fig. 18. étant en dedans dans la Fig. 19. & au contraire, celui qui est en dedans dans la première de ces deux Figures, étant en dehors dans la seconde. La raison de cette différence, vient *(Th. 6.)* de ce que *(hyp.)* l'origine du développement est en φ, dans la Fig. 18. & en *H*, *K*, dans la Fig. 19.

3.° Cette raiſon fait auſſi voir *(Th. 6. Corol. 4.)* que la plus grande courbûre de chacun des arcs φ*H*, φ*K*, eſt en φ *(art. 28.)* dans la Fig. 18. & *(art. 32.)* en *H, K,* dans la Fig. 19. leurs moindres courbûres, au contraire, ſont *(article 28.)* en *H, K,* dans la Fig. 18. & *(art. 32.)* en *E* dans la Figure 19.

REMARQUES.

XXXIV. Le Corol. 4. du Th. 5. des Mémoires de 1712. & l'art. 10. de celui-ci, ſont voir que ces cercles touchants d'une courbe, exigent par-tout deux racines égales, excepté dans les points de rebrouſſement, dans chacun deſquels, quand ils ne ſont qu'à deux branches, les nomb. 1. des art. 17. & 22. font voir que le cercle touchant exige trois racines égales. Un raiſonnement pareil à celui de ce nombre 1. de l'art. 22. feroit auſſi voir, en général, que chaque cercle touchant d'une coupe, en quelque point que ce ſoit, y exige toûjours autant de racines égales, plus une, qu'il en touche de branches d'un même côté de ce point; de ſorte que ſi l'on prend *n* pour le nombre de ces branches placées d'un même côté de ce point où ce cercle les touche toutes, je veux dire, pour le moindre nombre de branches rebrouſſées que la courbe eût d'un même côté, ſi elle en avoit de part & d'autre de ce point de rebrouſſement; le cercle qui les y toucheroit toutes, y exigeroit $n+1$ de racines égales, pour la poſition d'une perpendiculaire en ce point de rebrouſſement, ſur laquelle ſon centre ſe trouvât. C'eſt ainſi que les cercles touchants des courbes non rebrouſſées, torſes ou non, n'y exigent par-tout que deux racines égales, conformément au Corol. 4. du Théor. 5. page 176. des Mémoires de 1712. & à l'art. 10. ces courbes n'ayant jamais qu'une branche de chaque côté de chacun de leurs points. Par la même raiſon, les courbes rebrouſſées à deux branches, les ayant toutes deux d'un même côté du point de leur rebrouſſement, le cercle touchant y exigera trois

racines égales, conformément au nomb. 1. de l'art. 22. Il y en exigeroit quatre, si ces courbes étoient rebroussées en trois branches, d'un même côté de leur point de rebroussement; cinq, si elles l'étoient en quatre; six, si elles l'étoient en cinq; & toûjours autant de racines égales, plus une, que la courbe auroit de branches rebroussées d'un même côté, en quelque sens que les convexités ou concavités de ces branches fussent tournées.

Fig. 1. 2. 3. 4. XXXV. 1.° On a vû dans les articles 1. 6. 8. qu'une courbe *AEH* toute concave d'un seul côté, peut être également décrite par le développement *(Fig. 1.)* d'une autre *AφT* aussi toute concave, commencé à une *(A)* de ses extrémités, & par le développement *(Fig. 2. 3. 4.)* des branches d'une courbe *TφV* ou *AφH* rebroussée en sens contraire en φ, soit que ce développement commence au point de rebroussement φ *(Fig. 2. 3.)* de cette développée *TφV,* ou aux autres extrémités *A, H,* des branches égales *(Fig. 4.)* de cette même développée *AφH.*

2.° Le Corol. 5. du Th. 5. fait voir de plus pour chacune de ces deux sortes de courbes *AEH* toutes concaves chacune en même sens, que le cercle osculateur en quelque point que ce soit, y aura par-tout trois racines égales, excepté au point où la seconde *(Fig. 2. 3. 4.)* est rencontrée par φ*E*, tangente au point de rebroussement φ de sa développée, auquel point *E* ce cercle osculateur aura *(art. 10.)* quatre racines égales.

Fig. 1. XXXVI. L'art. 2. & la réflexion italique qui le suit, font voir ensemble que les courbes *AφT* concaves d'un seul côté, traceront des courbes *RφS* rebroussées en sens contraire, par leur développement commencé par-tout ailleurs qu'à leurs extrémités; & que ces courbes ainsi rebroussées au commencement φ du développement, auront chacune deux rayons osculateurs infiniment petits, opposés en ligne droite de part & d'autre à leur point φ de rebroussement, avec quatre racines égales infiniment petites dans chacun de leurs

cercles osculateurs pareillement infiniment petits en ce point ϕ de rebrouſſement; leſquels cercles s'y toucheront ainſi mutuellement en dehors.

XXXVII. 1.° On a auſſi vû dans les art. 13. 15. 19. qu'une courbe *AEH* rebrouſſée en même ſens, peut être également décrite *(art. 13. 15. Fig. 7. 8. 9.)* par le développement d'une autre *TϕV,* ou *AϕH,* rebrouſſée en même ſens, commencé à ſon point de rebrouſſement ϕ, ou aux extrémités *A, H,* de ſes branches égales; & *(art. 19. Fig. 14.)* par le développement d'une contournée *AϕT* en ϕ, commencé à une de ſes extrémités juſqu'à l'autre, ou du moins par-delà ſon point ϕ de contour. Fig. 7. 8. 9. 14.

2.° De ces deux ſortes de courbes rebrouſſées en même ſens, l'art. 17. fait voir que le cercle oſculateur au point *E* de rebrouſſement de celle *(Fig. 7. 8. 9.)* qui eſt décrite par le développement d'une autre pareillement rebrouſſée en même ſens, aura-là cinq racines égales; & l'art. 22. nomb. 3. fait voir, au contraire, que le cercle oſculateur au point de rebrouſſement *E* de l'autre courbe *AEH (Fig. 14.)* décrite par le développement d'une contournée, commencé ailleurs qu'à ſon point de contour ou d'inflexion, n'aura-là que quatre racines égales, nonobſtant la reſſemblance qui paroît être entre ces deux ſortes de courbes *AEH* rebrouſſées en même ſens en *E,* dans les Figures 7. 8. 9. 14. ce qui ſervira à diſtinguer l'une de l'autre de ces deux ſortes de courbes rebrouſſées chacune en même ſens, & à reconnoître par le calcul, leurs points de rebrouſſement.

XXXVIII. 1.° On a vû pareillement dans les art. 25. 29. qu'une courbe *HϕK, HEK,* contournée en ϕ, *E,* peut être également décrite par le développement *(Fig. 18.)* d'une autre contournée quelconque *AϕT,* commencé en ſon point ϕ de contour ou d'inflexion; & par le développement *Fig. 19.)* de deux arcs ſéparés *HA, Kϕ,* d'une même courbe, & de convexités oppoſées à un même aſymptote, commencé en deux points *H, K,* qui arrivent enſemble ſur Fig. 18. 19.

elle en un même point *E*, après l'entier développement de ces deux arcs infinis *HA*, *Kφ*.

2.° Les art. 25. 29. font voir auſſi que ces deux ſortes de courbes contournées *HφK*, *HEK*, auront à leurs points de contour ou d'inflexion φ, *E*, chacune deux rayons oſculateurs en ligne droite perpendiculaire à ces courbes; mais que la décrite de la premiére maniére *(art. 25. Fig. 18.)* les aura infiniment petits en φ, comme la rebrouſſée *RφS* en ſens contraire de la Fig. 1. les a *(art. 2.)* en ſon point de rebrouſſement φ; & que la décrite d'une autre maniére *(art. 29. Fig. 19.)* les aura infiniment grands en *E*; ce qui ſervira à diſtinguer entr'elles ces deux ſortes de courbes contournées *HφK*, *HEK*, *(Fig. 18. 19.)* avec leurs points de contour ou d'inflexion, ainſi qu'on l'a déja remarqué dans l'art. 29.

3.° Les art. 27. 31. font voir de plus que le cercle oſculateur de chacune de ces deux ſortes de courbes contournées *HφK*, *HEK*, n'aura en leur point de contour ou d'inflexion φ, *E*, que trois racines égales, comme *(Th. 5. Cor. 5.)* par-tout ailleurs; leſquelles trois racines égales ſeront *(art. 27. Fig. 18.)* infiniment petites au point de contour φ de la premiére *HφK* de ces deux ſortes de courbes, & *(art. 31. Fig. 19.)* infiniment grandes au point de contour *E* de la ſeconde *HEK*; ce qui ſervira encore à diſtinguer entr'elles ces deux ſortes de courbes contournées *HφK*, *HEK*, *(Fig. 18. 19.)* avec leurs points φ, *E*, de contour ou d'inflexion.

XXXIX. Les art. 1. 2. 7. 9. 12. 14. 15. 16. 19. 20. 25. 29. font voir de plus,

Fig. 1. 2. 3. 4. 1.° Qu'il y a de trois ſortes de courbes *AEH* toutes concaves chacune d'un ſeul côté, les unes *(art. 1. Fig. 1.)* qui ont par-tout leur cercle oſculateur *BEK*, partie en dedans, & partie au dehors d'elles; d'autres *(art. 7. Fig. 2. 3.)* qui l'ont tout entier au dedans d'elles, en un de leurs points marqué dans l'art. 7. & d'autres au contraire *(art. 9. Fig. 4.)* qui l'ont tout entier au dehors d'elles, en un de leurs points

auſſi marqué dans l'article 9. Ces deux derniéres ſortes de courbes *(Fig. 2. 3. 4.)* l'auront par-tout ailleurs *(art. 1.)* comme la premiére de la Fig. 1.

2.° Qu'il y a de quatre ſortes de courbes rebrouſſées à deux branches; une *(art. 2. Fig. 1.)* de rebrouſſées *R φ S* en ſens contraire en φ; & les trois autres *(art. 13. 15. 19. Fig. 7. 8. 9. 14.)* de rebrouſſées *AEH* en même ſens en *E*. Les courbes de la premiére de ces trois ſortes-ci, ont *(art. 14. Fig. 7. 8.)* chacune leur cercle oſculateur *BEK* en leur point *E* de rebrouſſement tout entier au dedans de la concavité de leurs branches; celles de la ſeconde ſorte *(art. 16. Fig. 9.)* l'y ont, au contraire, tout entier au dehors d'elles; & celles enfin de la troiſiéme ſorte *(art. 20. Fig. 14.)* l'y ont, paſſant entre les deux branches de chacune par l'angle *DEF* que ces deux branches font entr'elles, en ce point *E* de rebrouſſement en même ſens, au lieu que dans les deux autres ſortes de rebrouſſées en même ſens en *E*, dans les Fig. 7. 8. 9. aucun cercle ne ſçauroit abſolument paſſer entre leurs branches, par les angles *DEF* que ces branches font entr'elles : ce qui fait voir que de ces courbes *AEF* rebrouſſées en même ſens en *E*, celles de la Fig. 14. ont cet angle *DEF* plus grand que celles des Fig. 7. 8. 9.

Fig. 1. 7. 8. 9. 14.

3.° Qu'il y a de deux ſortes de courbes contournées; les unes *HφK (art. 25. Fig. 18.)* ont chacune en leur point φ de contour ou d'inflexion, chacun de leurs deux cercles oſculateurs infiniment petits; & les autres *HEK (art. 29. Fig. 19.)* l'ont infiniment grand en leur point *E* d'inflexion. Fig. 18. 19.

On pourroit encore adjoûter ici pluſieurs autres remarques ſur tout ce qui précede, par rapport aux propriétés différentes des courbes réſultantes des différents développements d'autres courbes quelconques; mais outre que ce Mémoire n'eſt peut-être déja que trop long, les principes qui y ſont établis, de même que dans celui du 28. Juin 1712. pag. 148. &c. les préſenteront ſi clairement au Géometre le moins attentif, qu'il ſeroit, ce me ſemble, inutile de m'y arrêter ici davantage.

OBSERVATIONS
SUR LE VITRIOL ET SUR LE FER.

Par M. GEOFFROY l'Aîné.

LE Vitriol eſt une matiére ſur laquelle les Chimiſtes trouvent abondamment de quoi s'exercer, ſoit qu'ils ne s'appliquent qu'à examiner en Phyſiciens l'origine de ce minéral, les principes dont il eſt compoſé, les changements qu'il a ſoufferts avant que de paroître en Sel, & les différentes ſubſtances en quoi il ſe convertit; ſoit qu'élevant plus haut leurs idées, ils le regardent en Philoſophes Hermetiques, comme la baſe & le premier principe des matiéres métalliques qu'ils eſperent purifier juſqu'au point d'en pouvoir former des métaux parfaits; ſoit enfin qu'ils le conſidérent en Médecins, comme une des principales *colonnes* de la Pharmacie chimique, & comme une ſource preſqu'inépuiſable de remédes très-efficaces pour un grand nombre de maladies.

Une infinité de gens ont travaillé ſur le Vitriol dans ces différentes vûës. Je ne m'arrêterai point à détailler ici toutes les opérations qu'ils ont données ſur ce minéral, je rapporterai ſeulement quelques obſervations que j'ai faites en travaillant ſur ce Sel, qui peuvent ſervir à en faire connoître la nature & les propriétés.

On voit dans les boutiques trois ſortes de Vitriol, le bleu, le verd & le blanc.

Tous ſont compoſés d'un Sel acide, tel qu'il ſe trouve dans l'Alun & dans le Soufre, à cela près que dans l'Alun cet acide eſt mêlé avec une terre abſorbante, ou une eſpéce de chaux, que dans le Soufre il eſt uni avec des parties graſſes & bitumineuſes, & que dans les Vitriols il eſt joint avec des parties métalliques.

Dans le Vitriol bleu ce ſel acide eſt joint avec le cuivre, dans

dans le verd il eſt joint avec le Fer, & dans le blanc, qu'on nomme autrement *Couperoſe blanche*, il eſt joint, ou avec la Pierre calaminaire, ou avec quelque terre ferrugineuſe mêlée de plomb ou d'étain.

Je ne parle aujourd'hui que du Vitriol verd, ou du Vitriol dont le ſel acide eſt joint avec du Fer.

Il faut d'abord remarquer que le Vitriol verd, qu'on nomme ordinairement *Couperoſe verte*, & qui ſe tire de Liege ou d'Angleterre, ſont de certaines Marcaſſites ſulfureuſes qui, dans l'analyſe chimique, donnent toutes du ſoufre brûlant. Elles en ſont quelquefois ſi chargées, qu'on eſt obligé de l'en ſéparer par la diſtillation ou la calcination, avant que d'en pouvoir faire le Vitriol. Enſuite on les expoſe à l'air, où on les laiſſe pendant un aſſés long-temps, afin qu'elles fermentent en quelque maniére, après quoi elles s'ouvrent, elles fleuriſſent, & ſe réduiſent en pouſſiére ſaline vitriolique. La pluie qui ſurvient, lave de temps en temps cette pouſſiére, en diſſout les ſels, & coule enſuite dans des cîternes, où on la reſerve pour la cuire en Vitriol.

Il faut ſçavoir de plus, que ſi l'on évaporoit ces leſſives telles qu'elles ſont, on n'en retireroit pas une grande quantité de Vitriol, mais une liqueur verdâtre ou brune, preſque auſſi acide que l'Eau forte, dont il n'y auroit qu'une très-petite portion qui prît la forme de ſel, & dont le reſte ne pourroit acquérir que la conſiſtance du beurre ou de l'huile figée. Pour avoir donc une plus grande quantité de Vitriol, on fait bouillir dans cette liqueur tirée des cîternes, beaucoup de morceaux de Fer, qui donnent auſſi-tôt une effervefcence conſidérable. Lorſque ce Fer eſt diſſout, on fait évaporer la diſſolution juſqu'à un certain point, & on la laiſſe criſtalliſer. Il ſe forme une grande quantité de criſtaux verdâtres, & il reſte une liqueur rougeâtre, épaiſſe & onctueuſe, qu'on nomme l'*Eau-mere* de Vitriol.

Cette liqueur ne ſe criſtalliſe jamais, elle ne ſe congele pas même au froid, mais à la chaleur du feu elle s'épaiſſit conſidérablement, juſqu'à ſe deſſecher en une maſſe jaunâtre, graſſe

au toucher, d'un goût extrémement ſliptique, ſans acidité ni corroſion, quand on a eu bien ſoin d'en ſéparer le Vitriol par la criſtalliſation. Cette maſſe jaunâtre eſt graſſe, & ſe réſout aiſément en liqueur à la moindre humidité de l'air.

Tous les Sels foſſiles laiſſent une ſemblable liqueur après leur criſtalliſation. Mais ce qui eſt plus remarquable, c'eſt que ces ſels, comme l'Alun, le Salpêtre, le Sel Marin & le Vitriol, quelque dépurés qu'ils ſoient déja, donnent dans toutes leurs criſtalliſations réiterées, quelque portion de cette Eau-mere ou liqueur ſaline onctueuſe, & dépoſent en même temps quelque peu de terre fort ſubtile & fort fine.

Ces liqueurs, onctueuſes en apparence, ont un fort grand rapport avec les liqueurs lixivielles, ou les diſſolutions des ſels alkalis, telles par exemple que l'Huile de Tartre, faites par défaillance. On a toûjours cru juſqu'ici que ces liqueurs étoient produites par les ſels alkalis de la terre, qui s'étant trouvés en plus grande quantité qu'il n'en falloit pour ſaouler les acides, reſtoient en forme de liqueur onctueuſe; mais j'ai reconnu le contraire par mes obſervations; car ſi cela eſtoit, un ſel une fois criſtalliſé & bien dépuré de ſa graiſſe ou de ſes ſels alkalis, devroit ſe criſtalliſer dans la ſuite, ſans donner la moindre goutte d'Eau-mere. Or il en arrive tout autrement, car tous ces ſels donnent à chaque criſtalliſation quelque peu d'*Eau-mere*, tantôt en plus grande & tantôt en plus petite quantité, ſuivant les différentes circonſtances de l'opération: & je crois que ſi on avoit aſſez de conſtance, à force de criſtalliſations, on réduiroit ces ſels minéraux en ces ſortes d'*Eaux-meres*, comme je l'ai fait ſur le Vitriol.

Car j'ai obſervé que ce minéral dépoſe à toutes les diſſolutions & digeſtions qu'on en fait, un peu de terre fort fine, que je regarde comme la baſe ou le premier principe du Fer, & qu'il donne enſuite à chaque criſtalliſation un peu d'*Eau-mere*: je l'ai même converti tout entier & aſſés promptement en cette liqueur, comme on le verra par la ſuite.

Je vais rapporter les différentes maniéres dont j'ai tiré ces

fig. 3.

fig. 2.

fig. 6.

fig. 1

fig. 7.

fig. 8.

fig. 13

fig. 10.

fig. 11.

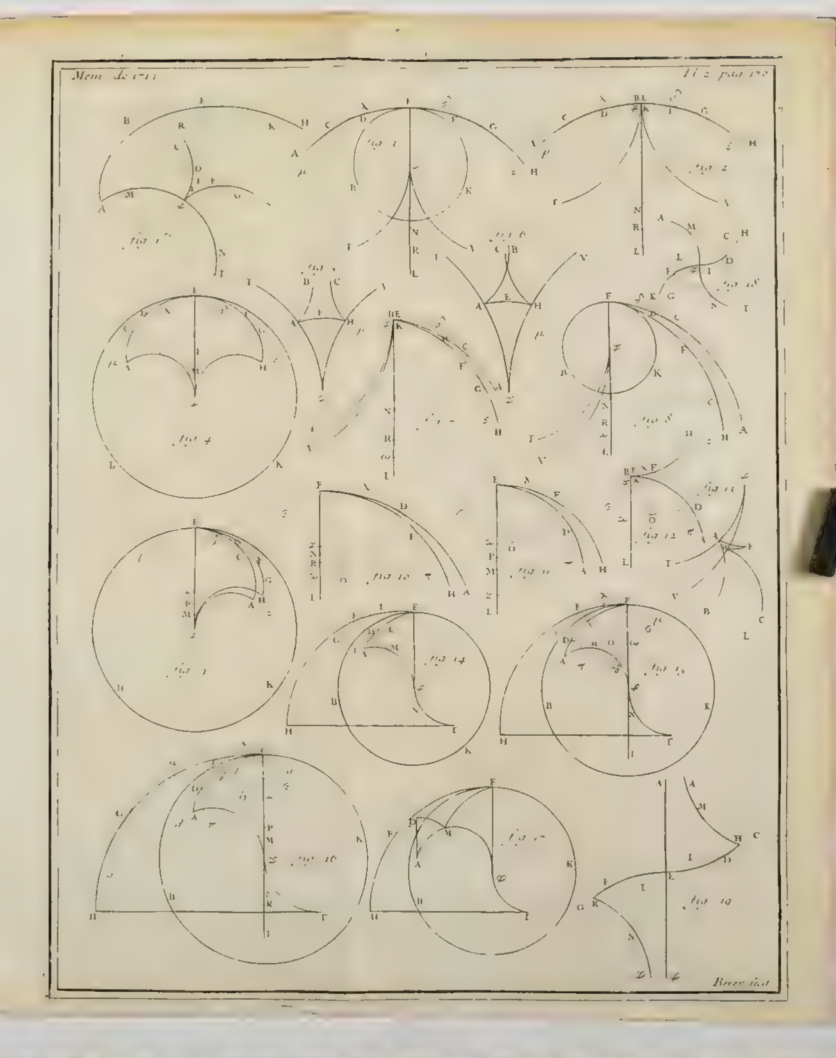
fig. 12

fig. 14.

fig. 15

fig. 17.

fig 19.



Eaux-meres de Vitriol, ou plûtôt par lesquelles j'ai converti le Vitriol en *Eaux-meres*, ou en liqueurs grasses & stiptiques.

1.° J'avois fait dissoudre, filtrer & cristalliser environ deux livres de Vitriol verd ou couperose verte. Je fis une seconde dissolution de ces cristaux, dans suffisante quantité d'eau, & je laissai le tout en digestion dans un vaisseau de verre ouvert par le haut & dans un lieu moderément chaud, pour quelque autre expérience que je prétendois faire sur cette dissolution. Au bout de quelques mois je m'apperçûs que la liqueur avoit pris une couleur rougeâtre plus foncée & un goût bien plus stiptique & moins acide, que n'avoit la dissolution de Vitriol recente, & qu'il s'étoit précipité au bas de la liqueur une assés grande quantité de terre jaunâtre. Ayant laissé ce vaisseau dans le même endroit pendant près de deux ans, je trouvai au bout de ce temps que toute l'humidité s'étoit évaporée, & que le vitriol s'étoit desséché en un pain de fort beaux cristaux verds, posés sur un limon fort fin : c'étoit une espéce d'argille de couleur cendrée, qui occupoit le fond du vaisseau en assés grande quantité. Il paroissoit entre les cristaux, des efflorescences en maniére de petits champignons jaunâtres d'une substance grasse ou butireuse, molle sous les doigts, & s'y fondant en quelque maniére, qui exposée à l'humidité de l'air pendant quelques jours, s'y resolvoit en une liqueur rouge-brune, onctueuse, & d'un goût extraordinairement stiptique & sans acidité. Premiére opération.

2.° La seconde opération qui me donna cette liqueur grasse & stiptique, fut celle-ci. Je pris du Vitriol verd que je fis dissoudre dans l'eau commune, puis filtrer & cristalliser. J'exposai ensuite ces cristaux au Soleil pendant l'été, où ils se calcinérent d'eux-mêmes à la chaleur du soleil, & se réduisirent en une poudre blanche aussi fine que de la farine : lorsque ce Vitriol me parut bien calciné, je versai dessus suffisante quantité d'eau de pluie pour le dissoudre; je laissai pendant quelques jours digérer au Soleil cette dissolution, puis je la filtrai, & il resta sur le filtre beaucoup de terre jaune comme de l'ocre. Je fis ensuite évaporer l'humidité au Soleil; une partie du sel se Seconde opération.

cristallisa, & une partie se dessécha en masse saline, à la reserve d'un peu de liqueur rougeâtre & grasse au toucher. Je séparai cette liqueur rouge-brune, & je laissai de nouveau calciner ce sel au Soleil. Je recommençai à dissoudre cette chaux par l'eau de pluie, je la laissai en digestion au Soleil, puis je la filtrai & évaporai, séparant toûjours la liqueur grasse, ce que je réiterai de la sorte pendant environ trois ans. A chaque fois il me restoit un peu de terre sur le filtre, & de cette eau-mere ou liqueur stiptique à la fin de la cristallisation, en bien plus grande quantité que lorsque l'on fait ces dissolutions & purifications du Vitriol, sans le laisser calciner au Soleil : enfin une grande partie du Vitriol se réduisit en cette terre jaunâtre & en cette liqueur huileuse & stiptique.

Troisiéme opération.

3.° La troisiéme maniére d'extraire cette huile stiptique du Vitriol, en fournit une plus grande quantité que les deux précedentes.

Je distillai le Vitriol verd calciné jusqu'à la couleur jaune, dans une cornuë fêlée ou percée de quelques petits trous, pour avoir l'esprit volatil sulfureux acide du Vitriol, suivant le procedé de M. Stahl inséré dans les Journaux de Hall en Saxe.

Dans cette opération, aussi-tôt que la distillation commence, on sent une odeur de soufre très-forte qui s'exhale des vaisseaux. Il sort des vapeurs subtiles de la cornuë, qu'on a soin de recevoir dans un recipient, dont le tiers doit estre rempli d'eau.

L'opération étant finie, on sépare le recipient de la cornuë, & l'odeur acide & subtile qui exhale de ces vaisseaux en les délutant, est aussi pénétrante & toute semblable à celle du soufre brûlant; de sorte qu'on diroit à l'odeur, qu'ils seroient pleins de soufre enflammé. L'eau contenuë dans le recipient, outre l'odeur sulfureuse, a une saveur acide toute semblable à l'esprit de soufre.

Je ne m'arrêterai point à expliquer la cause de ces effets, cela étant hors de mon sujet, & l'Auteur l'ayant très-bien fait

dans l'explication qu'il a donnée de ſon opinion dans les mêmes Journaux.

Ce qui reſte dans la cornuë, eſt un *colcotar* beaucoup plus rarefié que le *colcotar* ordinaire, & d'un rouge plus vif.

Ayant laiſſé ce *colcotar* dans des terrines expoſées à l'air, je m'apperçûs au bout de quelque temps, qu'il s'humectoit, & qu'il ſe réduiſoit en bouillie; j'en fis une leſſive, & j'en ſéparai par la filtration, une liqueur rouge, claire, d'une ſaveur fort ſtiptique & acide. Ayant fait évaporer cette liqueur juſqu'à pellicule; je la laiſſai criſtalliſer, j'en retirai de beaux criſtaux verds, & il me reſta dans la criſtalliſation, une grande quantité d'Eau-mere ou de liqueur graſſe & ſtiptique.

Cette liqueur ou eſſence ſtiptique de Vitriol, eſt de couleur rouge-brune, fort peſante, douce ou huileuſe au toucher, d'une ſaveur extraordinairement aſtringente, ſans acidité ni acrimonie, pourvû que par les criſtalliſations réiterées, on l'ait ſéparée fort exactement du ſel de Vitriol qu'elle pouvoit contenir.

Elle ſe deſſéche ou par l'ardeur du ſoleil pendant l'été, ou au feu en une maſſe jaune ſaline, qui ſe réſout très-promptement à l'humidité en une eſpéce de beurre, & enſuite en une liqueur rouge: elle a néantmoins quelque peine d'abord à ſe diſſoudre dans l'eau à cauſe de ſon onctuoſité.

Si on ne ſépare pas ſoigneuſement par la criſtalliſation, la partie du Vitriol qui ſe criſtalliſe, d'avec cette liqueur qui ne ſe criſtalliſe point, on s'apperçoit en la gardant quelque temps, qu'elle travaille ſur elle-même, & qu'elle fermente ſans ceſſe, quoique foiblement, ce qu'on découvre aux bubes d'air qui s'élevent de temps en temps du ſein de la liqueur à ſa ſurface, ce qui n'arrive point lorſqu'elle eſt parfaitement dépouillée de la partie du Vitriol qui ſe criſtalliſe.

Cette liqueur fermente très-conſidérablement avec l'eſprit de Nitre; elle s'échauffe ſeulement avec l'huile de Vitriol ſans fermentation ſenſible.

Quand on la mêle avec l'huile de Tartre, il ſe fait en premier

lieu un *coagulum*, qui se dissout ensuite, en fermentant assés vivement; & lorsque la fermentation est cessée, il reste un leger *coagulum* mucilagineux.

J'ai dit que cette essence stiptique du Vitriol se desséchoit par une forte chaleur, en une masse jaune saline. Cette matiére se réduit en colcotar d'une très-belle couleur rouge, en la calcinant au feu, & cette masse rouge se résout très-promptement en liqueur, étant exposée à l'air.

La liqueur grasse qu'on retire du Vitriol dans ces trois différentes opérations, & dans laquelle on peut convertir tout le Vitriol, est une substance saline, sulfureuse, composée en partie d'un sel acide, en partie d'un sel alkali, & de la substance bitumineuse du Fer unie à ces deux sels.

Nous avons déja dit que le Vitriol verd étoit composé de sel acide vitriolique & de la substance du Fer, qui est lui-même formé d'une terre grossiére & d'un bitume tous deux étroitement unis ensemble.

Quoique le Fer dans le Vitriol y soit dissous par l'acide, au point de n'être plus sensible à la vûë, ses molecules cependant y sont assez grosses, & il s'en faut beaucoup qu'il ne soit réduit en parties aussi petites qu'il le pourroit être: la raison en est que les molecules des acides vitrioliques qui constituent le Vitriol, sont fort grossiéres. Cette grossiéreté, & peut-être même aussi la figure des sels vitrioliques, les empêche de pouvoir s'engager bien avant dans les pores du Fer : ils ne s'y attachent donc que très-superficiellement, en sorte qu'ils s'en séparent fort aisément, comme on en peut juger par la saveur acide du Vitriol, qui n'est produite que parce que ces pointes acides quittent le Fer pour picotter la langue; on s'en apperçoit encore lorsque faisant dissoudre une petite portion de Vitriol dans une grande quantité d'eau, on voit tomber au fond de l'eau le Fer en poudre subtile, comme une rouille, & dépouillé des sels ausquels il étoit uni : ou lorsqu'ayant dissout le Vitriol dans une mediocre quantité d'eau, on le met en digestion à une douce chaleur, car pour lors une partie des pointes acides, abandonne

les molecules ferrugineuſes qu'on voit ſe précipiter au fond en poudre jaune.

Dans nos trois opérations, il arrive pluſieurs choſes tout à la fois ; ſçavoir, la deſunion d'une grande partie des acides du Vitriol d'avec les molecules ferrugineuſes ; la ſéparation de la partie bitumineuſe du Fer d'avec ſa terre la plus groſſiére, la rarefaction de cette partie bitumineuſe & de la ſubſtance ſaline : enfin une nouvelle union qui ſe fait d'une partie de ces ſels avec ce bitume ou huile de Fer rarefié, & une autre qui ſe fait de l'autre partie de ces mêmes ſels avec quelques molecules terreuſes du Fer, pour compoſer un ſel alkali. Voici de quelle maniére je conçois que tout cela ſe fait.

Lorſqu'on expoſe le Vitriol verd au feu ou au Soleil, & qu'on l'y laiſſe long-temps en digeſtion, ſoit à ſec, ſoit diſſout dans quelque liqueur, les particules de feu, ou, ſi l'on veut, le ſoufre principe pénétre la partie bitumineuſe du Fer, la ramollit & la rarefie d'autant plus aiſément, que le Fer dans le Vitriol eſt diviſé en plus petites parties. Ce même feu rarefie en même temps les ſels qui deviennent par-là trop foibles pour tenir en diſſolution les parties métalliques qu'ils ſoûtenoient auparavant dans le liquide, ou dans les criſtaux. De-là, il arrive deux choſes, 1.° Le changement de couleur dans la diſſolution qui devient rouge, & dans le Vitriol calciné, qui ſe réduit premierement en poudre blanche, puis jaune par la diviſion des ſels & l'épanouiſſement des ſoufres. 2.° La précipitation d'une terre groſſiére qu'on voit tomber au fond de la diſſolution, ou que l'on ſépare du Vitriol calciné par diſſolution & filtration.

Il arrive dans ce même temps une autre choſe, qui eſt le changement d'une portion du ſel acide vitriolique en ſel alkali, ce qui provient de ce que quelque portion de la terre que les ſoufres ont abandonnée & qui ſe trouve aſſez ſubtile pour flotter quelque temps dans le liquide, donne une libre entrée dans ſes pores à ceux des acides qui ne ſont point encore liés avec les ſoufres ; & comme ces acides ſont fort rarefiés, ils

pénétrent fort avant dans les pores de ces molecules, les chargent de tous côtés, & forment ainsi les pelotons hérissés des sels alkalis, comme nous voyons ces sels se former dans nos fourneaux, de l'union des acides avec les molecules terreuses.

Tous les acides du Vitriol ne se convertissent point en alkalis, parce que dans le même temps que les molecules de terre enguaînent ceux-ci, des parties sulfureuses ou résineuses du bitume du Fer embarrassent d'autres acides, les enveloppent, & les mettent hors d'état de pouvoir pénétrer librement dans les autres parties terreuses, qui tombent peu à peu au fond de la liqueur.

Les nouveaux sels alkalis ne restent point inutiles : ils ne sont pas plûtôt formés qu'ils commencent à agir sur les soufres dont ils sont les dissolvants naturels : ils les étendent, les divisent, les détachent des parties terreuses avec lesquelles ils étoient étroitement unis, & augmentent par ce moyen la précipitation de la terre du Fer.

D'ailleurs ceux d'entre les sels acides qui n'ont point été convertis en alkalis, parce qu'ils se trouvoient engagés dans les parties rameuses du soufre, quoiqu'affoiblis par ces espéces de liens, ne laissent pas d'agir sur les sels nouvellement produits, foiblement à la vérité, mais assez néantmoins pour occasionner la petite effervescence qu'on apperçoit dans cette liqueur lorsqu'on en ramasse une quantité un peu considérable.

Quoiqu'il paroisse que cette liqueur ne dépose point ou du moins ne dépose que très-peu de terre métallique, il ne faut pas croire néantmoins qu'elle n'en contienne plus. Elle en contient encore beaucoup ; mais ayant été, aussi-bien que les autres principes, rarefiée très-considérablement, elle est en état de flotter dans ce liquide, entremêlée avec les soufres & les sels ; & c'est du mêlange de cette terre, des soufres & des sels, que dépend la stipticité de cette liqueur.

J'attribuë ces changements des principes du vitriol aux parties du feu qui pénétrent ce sel dans les digestions, dans les calcinations & dans les distillations ; on n'en pourra pas disconvenir, si on

si on considere que lorsqu'on expose du Vitriol en cristaux au Soleil, il s'y réduit en poudre blanche, non-seulement par la dissipation des parties d'eau qui tenoient les parties salines liées l'une à l'autre dans un certain ordre, mais encore parce qu'à la place des parties d'eau, il s'y introduit des parties de feu; la preuve en est prise de la volatilité de cette poudre, qui pour peu qu'on la remuë, étant nouvellement calcinée, répand une odeur de Vitriol dans le lieu où on l'agite, qui se fait aisément sentir par-tout. Une autre preuve encore plus convaincante est que si on jette dans de l'eau froide ce Vitriol nouvellement calciné à la seule chaleur du Soleil, il échauffe l'eau très-considérablement, ce qui ne peut provenir que des parties de feu restées dans cette poudre, puisque le Vitriol, si subtilement pulverisé qu'il puisse être, jetté dans l'eau en augmente la froideur, bien loin de l'échauffer.

On ne peut point douter non plus que dans la distillation du Vitriol par la cornuë percée de quelques petits trous ou de quelques fentes, les parties de feu ne s'y insinuent, & que ce ne soit à elles qu'on doive rapporter cette subtilité & cette volatilité des particules acides du Vitriol, qui égale celle de ce même acide dans le soufre minéral lorsqu'on le brûle; avec cette difference que sa rarefaction est lumineuse dans le souffre, & qu'elle ne l'est pas dans la distillation de l'esprit volatile acide du Vitriol.

Qu'il y ait une portion de cette liqueur qui soit alkaline, on le juge de ce que mêlée avec l'esprit de Nitre, elle fermente très-vivement avec ébullition, petillement & chaleur, de la même maniére que font les sels alkalis.

Cette même liqueur fermente aussi avec les alkalis, ce qui est une marque qu'elle contient des particules acides. On ne doit point estre surpris d'ailleurs de voir dans une même liqueur les acides & les alkalis confondus, & néantmoins tranquiles, puisque dans toutes les analyses des plantes & des animaux, nous trouvons des liqueurs qui donnent tout à la fois

des marques d'acide & d'alkali, & qui contiennent réellement l'un & l'autre ensemble, sans qu'ils agissent l'un sur l'autre, surtout lorsqu'il y a des parties huileuses ou bitumineuses qui y sont mêlées.

Les Chimistes, qui recherchent avec tant d'empressement l'exaltation des soufres des métaux, ont, dans cette occasion, celui du Mars aussi exalté qu'il est possible, sans estre néantmoins tout-à-fait dépouillé de sa terre métallique, ni denué par conséquent, des vertus qu'on attribuë ordinairement au Fer. Car on pourroit tellement séparer cette matiére sulfureuse de la terre du Fer, qu'on la réduiroit à une huile subtile & pénétrante, telle à peu-près que l'huile de Thérebentine, comme M. Homberg l'a fait; mais pour lors le Fer est décomposé, & la substance huileuse qu'on en sépare, n'a plus rien des proprietés du Fer dont elle faisoit partie.

Je ne m'arrêterai point à examiner ici si ce soufre est le vrai soufre qu'ils imaginent dans le Mars, qu'ils croyent être d'une nature solaire, & propre à teindre les métaux en or. J'ai déja dit ma pensée sur ces fameux soufres métalliques dans les Mémoires précédents. Je dirai seulement que cette liqueur ne differe point essentiellement d'un grand nombre de préparations que les Chimistes ont faites du Vitriol, du Fer & de la Pierre Hæmatite, & dont ils nous ont si fort vanté les grandes proprietés sous les noms de *Soufres fixes & Anodins du Vitriol ou du Mars*, d'*Arcanes* & de *Magisteres de Vitriol*, de *teintures* & d'*huiles de Vitriol*, de *Mars* ou de *Pierre Hæmatite*, qui n'ont toutes pour base que le Fer très-subtilisé & très-attenué.

Cette *Eau mere* de Vitriol est un très-bon stiptique dont je me suis servi avec succès, tant appliquée extérieurement dans les hémorragies des plaies extérieures, que prise intérieurement dans les pertes de sang. Cette liqueur stiptique est moins corrosive que l'Eau de Rabel, & beaucoup plus astringente; elle n'excite aucune nausée, prise intérieurement; elle arrête les

flux de ventre, les pertes de ſang & les fleurs blanches; elle convient dans les crachements de ſang, dans les ulcéres de poumon, des reins ou de la veſſie, où je la préfere aux gouttes anti-phtiſiques des Anglois. Elle a cela de commun avec les autres préparations du Mars, qu'elle provoque les regles ſupprimées des femmes.

Il faut avouer que cette liqueur tient toute ſa vertu du Fer; qu'on regarde tout à la fois comme un très-grand apéritif, comme un puiſſant aſtringent, & j'adjoûterai de plus, comme un bon vulneraire; car cette liqueur n'eſt proprement que le Fer contenu dans le Vitriol, fort rarefié, ſeparé de la partie acide & ſurabondante du Vitriol, avec laquelle il n'étoit que foiblement uni, & joint beaucoup plus intimément avec l'autre portion de ce ſel, ſous la forme de ſel alkali, & reſout dans un peu d'eau.

La ſtipticité de cette liqueur, auſſi-bien que celle du Vitriol, dépend principalement du Fer qui y eſt diſſous, car le ſel vitriolique ſéparé du Fer n'eſt point du tout ſtiptique, comme on le peut reconnoître en goûtant le ſel fixe du colcotar bien dépouillé de ſa terre métallique: & l'eſprit de Vitriol n'eſt point ſtiptique, quoiqu'il puiſſe quelquefois arrêter le ſang, ce qu'il fait par ſa cauſticité en brûlant & deſſéchant le ſang, les chairs & l'extrémité des vaiſſeaux.

C'eſt à la ſtipticité du Fer qu'il faut attribuer les vertus merveilleuſes de ce métal, & qui paroiſſent tout-à-fait oppoſées, comme d'être apéritif & aſtringent, d'arrêter les pertes de ſang des femmes, de provoquer leurs regles ſupprimées, d'arrêter les dévoyements, d'ouvrir quelquefois le ventre, de lever les obſtructions des viſceres, de remedier à leur trop grand relâchement, de ſubtiliſer ces liqueurs trop épaiſſes & trop groſſiéres, & de diminuer quelquefois leur trop grande fluidité: ce qui paroîtroit un paradoxe ou une fiction, ſi on n'éprouvoit pas tous les jours ces effets contraires dans la pratique ordinaire de ce remede.

Les Chimistes ont reconnu ces différentes proprietés du Fer, & ils ont cru qu'elles dépendoient de deux principes fort différents : C'est pour cela que dans les différentes préparations de ce métal, ils ont cherché à exalter dans les unes sa vertu apéritive & à faire un *Mars apéritif*, & dans les autres à faire un *Mars astringent*, en exaltant sa vertu astringente. De-là sont venus les chaux, les safrans, les sels, les teintures de Mars apéritives & astringentes ; les unes dans la vûë d'ouvrir, les autres dans l'intention de resserrer. Mais ce qui est digne d'attention, c'est que souvent leurs préparations de Mars astringent ne laissent pas de pousser par les urines & les selles, que les préparations du Mars apéritif guérissent souvent des flux de ventre opiniâtres & invéterés : & de plus, c'est que toutes préparations de Mars rappellent les regles supprimées des femmes, & arrêtent leur flux immoderé.

Si je cherche quelle peut être dans le Fer ou dans ses préparations, la cause de deux effets si contraires, je n'y remarque que la seule astriction ou stipticité à laquelle je les puisse attribuer ; & en effet, elle peut fort bien elle seule produire ces différens effets ; c'est ce que l'on concevra aisément, si on fait réflexion que ces différents accidents sont produits pour l'ordinaire par une seule & unique cause, qui est la foiblesse du ressort des fibres des vaisseaux dans lesquels les liqueurs doivent circuler ou se filtrer, soit qu'elle provienne du relâchement de ces mêmes fibres, soit que les liqueurs étant devenuës plus épaisses & moins fluides, opposent une plus grande résistance à la force de ressort des fibres qui doivent les pousser & les battre : car comme les sucs du corps ne roulent dans les petits canaux des visceres, qu'autant qu'ils sont poussés par le battement vif des fibres de ces vaisseaux, si leur ressort vient à se relâcher par quelque accident, ou si les liqueurs devenues trop épaisses, résistent trop à l'impulsion des fibres des vaisseaux, la liqueur ne coulant que foiblement ou point du tout dans ces conduits, se grumelera & fera des obstructions ou de petites digues dans

les extrémités des canaux ou dans la glande, ou bien si ces sucs arrêtés ne sont pas de nature à se grumeler & qu'ils restent fluides, ils gonfleront tellement les vaisseaux, qu'ils en écarteront les fibres suffisamment pour se glisser entr'elles & s'extravaser par leurs pores, ou même ils les déchireront & se feront ainsi de nouvelles issues. Il y a bien de l'apparence que c'est de cette maniére qu'arrivent les flux immoderés de certaines évacuations ordinaires, ou leurs suppressions, aussi-bien que les épanchements de liqueurs qui surviennent contre nature.

Dans ces différents évenements on concevra fort aisément que le Fer par sa stipticité, resserrant les fibres & raffermissant le tissu des vaisseaux, en rétablira le ressort ou l'augmentera ; que le ressort des solides augmenté, les liqueurs trop épaisses fortement battues dans les vaisseaux, se diviseront & reprendront leur fluidité naturelle, & qu'ainsi la circulation de ces mêmes sucs, aussi-bien que leurs filtrations, se feront plus librement & plus parfaitement ; que par ce moyen les regles supprimées par l'obstruction des vaisseaux, reprendront leur cours naturel ; que les pertes de sang causées par l'épanchement du sang au travers des pores des vaisseaux gonflés outre mesure, ou causées par le déchirement de ces mêmes canaux, cesseront ; que les hidropisies occasionnées par de legeres obstructions dans quelques parties, ou par le défaut de ressort des fibres des parties, guériront par ce remede ; que les dévoyements produits par un simple relâchement des fibres de l'estomac & des intestins, s'arrêteront de même, & ainsi des autres maladies qui se guérissent par l'usage du Fer.

A la vérité, il faut que les obstructions ne soient pas insurmontables, c'est-à-dire, qu'elles puissent ceder à la force de ressort dont les vaisseaux sont capables, sans quoi le Fer non-seulement sera inutile, mais même nuisible, parce qu'augmentant la circulation des liqueurs, il les poussera avec plus de violence vers les digues insurmontables à cet effort, comme il arrive dans les hidropisies invéterées, dans les obstructions

ſquirreuſes & dans les affections ſcorbutiques pouſſées au dernier degré. La même choſe arrivera auſſi ſi la conſiſtance du ſang eſt trop épaiſſe & trop forte pour être diviſée par la trituration ou le battement des fibres, comme dans les fiévres hectiques ou dans les affections mélancoliques invéterées & portées à leur dernier degré : car dans toutes ces maladies, les remedes calybés ſont très nuiſibles & cauſent en quelques-unes des hémorragies mortelles, & en d'autres des ſueurs & des dévoyemens qui emportent le malade.

A l'égard des préparations du Fer que l'on doit choiſir, les Médecins ſont fort partagés ſur cela ; les uns préferent l'acier au Fer, les autres le Fer à l'acier, les uns la ſimple limaille à toutes les autres préparations, d'autres le ſafran de Mars préparé à la roſée de May, d'autres le ſafran préparé avec le ſouffre, le ſel & la teinture de Mars par le Tartre.

Dans les occaſions où on veut donner le Mars en ſubſtance, je préfere le ſafran de Mars ouvert par la roſée, à la limaille & aux autres ſafrans, parce que dans cette préparation le Mars eſt plus rarefié & réduit en plus petites parties que la limaille, qu'il ne charge point l'eſtomac comme elle fait très-ſouvent ; & que d'ailleurs, la ſalive & le ſuc ſtomacal qui eſt un diſſolvant ſalin ſulfureux, tire plus aiſément la teinture de cette rouille, que du Fer en limaille.

Je crois par la même raiſon le Fer préferable à l'acier, parce que dans l'acier les parties du métal ſont beaucoup plus compactes que dans le Fer.

A l'égard des ſafrans, je les crois tous fort inférieurs à la rouille préparée par la roſée, parce que dans celle-ci les parties du Fer ſont ſeulement étenduës & diviſées en très-petites parties, ſans être altérées, au lieu que dans les autres ſafrans, ou bien ils ſont ſaoulés d'acides, ou bien ſi ces ſels ont été emportés par le feu dans de fortes calcinations, la partie bitumineuſe du Fer qui n'eſt pas la moins utile, a été enlevée, ou tellement deſſéchée, qu'elle eſt, pour ainſi dire, réduite

en charbon : ce qui empêche que ces parties métalliques ne puiſſent être aiſément diſſoutes par les levains de l'eſtomac.

Mais de toutes les préparations du Mars, je préfere celles qui ſont en liqueur à celles où on le prend en ſubſtance ; parce que les parties du Fer réduites en liqueur, ſont pour lors plus en état de ſe meſler avec tous les ſucs du corps, de ſe porter promptement dans toutes les parties, d'y répandre leur action, & d'y faire leur effet ſans fatiguer d'ailleurs l'eſtomac.

La préparation dont je me ſers le plus ſouvent, & avec beaucoup de ſuccès, eſt le vin calybé, ou le vin dans lequel on a fait infuſer de la limaille de Fer.

Ce métal étant un composé d'une terre & d'un bitume étroitement liés enſemble, trouve dans le vin un diſſolvant très-convenable, composé d'un ſel eſſentiel, acide, ſubtil, & d'une huile très-rarefiée. Pendant que cette huile ſe charge du bitume du Fer, le ſel acide fait la diſſolution de la terre métallique, & le métal ſe trouve par ce moyen rarefié autant qu'il le peut être, & réduit en parties aſſés petites pour être porté juſques dans les canaux du corps les plus deliés & les plus reculés. On en donne environ quatre onces le matin à jeûn dans quelqu'opozéme apéritif, & autant l'après-dîner ; ou bien on l'étend dans beaucoup d'eau, qu'on fait boire au malade en guiſe d'eau minérale pour la ſuppreſſion des regles & les maladies d'obſtructions. Dans les foibleſſes d'eſtomac & les dévoyements, le malade met une cuillerée de ce vin dans chaque verre de boiſſon qu'il prend.

Je préfere cette préparation à la teinture de Mars ordinaire faite avec le Tartre, parce que le Tartre étant infiniment plus groſſier que le vin, ne diviſe pas le Fer en parties auſſi fines & auſſi ſubtiles.

Dans cette préparation du vin calybé, la partie terreuſe du Fer l'emporte encore beaucoup ſur ſa partie bitumineuſe ; & comme il y a des occaſions où on a autant beſoin de la

partie bitumineuſe du Fer, que de ſa partie métallique & aſtringente, comme dans les crachements de ſang, les ulceres du poumon, &c. Je préfererois, dans cette occaſion, la teinture anti-phtiſique des Anglois, ou plûtôt la teinture de Mars de Zuelſer, qui eſt faite avec la *Terre foliée du Tartre* & le *Vitriol de Mars* broyés enſemble & digerés dans l'eſprit de vin, qui prend une très-belle teinture rouge. Cette teinture eſt chargée de la plus grande partie du bitume du Fer & d'une médiocre portion de la terre métallique la plus ſubtile, parce que la terre foliée étant un menſtrue ſalin huileux, ne ſe charge preſque que de la partie bitumineuſe du Fer, qu'elle dépoſe enſuite dans l'eſprit de vin, & cet eſprit ne ſe charge lui-même que de la partie ſulfureuſe la plus rarefiée, à la reſerve d'une très-petite portion de terre fort fine, qui ſe trouve inſéparable de la partie bitumineuſe; auſſi cette teinture eſt-elle eſtimée très-propre à adoucir l'acreté de l'humeur qui entretient les ulcéres des poulmons, des reins & de la veſſie, & à déterger & conſolider les mêmes ulcéres.

Ce n'eſt pas dans cette ſeule occaſion qu'on a reconnu la vertu balſamique & vulneraire du Fer; il y a long-temps que l'on a dit de lui, *Pungit & ungit, ſauciat & ſanat.* Il y a eu des Chirurgiens dans ces dernieres guerres qui ont employé avec ſuccès pour la guériſon des plaies, les Pierres vulneraires préparées les unes avec le Tartre & le Mars ſimplement, les autres avec d'autres drogues balſamiques & vulneraires qu'ils y joignoient.

Pour la Pierre vulneraire ſimple, ils prennent égale partie de limaille de Fer & de Tartre blanc pulveriſé, ils en font une pâte molle avec le vin ou l'eau de vie, & on laiſſe la matiére en digeſtion au Soleil durant l'été, la remuant de temps en temps juſqu'à ce que le tout ſoit entiérement deſſéché. On remet la maſſe en poudre, on la détrempe enſuite avec le vin, la faiſant digérer de nouveau & puis deſſécher; on réitere ces opérations juſqu'à ce qu'on n'apperçoive plus de grains

de grains de limaille, & que le tout ſe mette en poudre fort fine. Pour lors avec l'eau de vie on en forme des boules qu'on laiſſe deſſécher à l'air & durcir : c'eſt la Pierre vulneraire ſimple dont on vante fort les vertus pour la guériſon des playes & des ulcéres.

On fait tremper quelque temps cette Pierre dans le vin, l'eau de vie ou l'urine, & on lave avec cette diſſolution les playes ſimples, ou bien on en ſeringue dedans, quelquefois on répand ſur la playe, de la Pierre même réduite en poudre pour arrêter les hemorragies, & on applique deſſus des compreſſes trempées dans la même diſſolution, qu'on renouvelle de vingt-quatre en vingt-quatre heures. On fait la même choſe pour les ulcéres qu'elle deſſéche & cicatriſe très-promptement.

C'étoit de cette compoſition ou préparation du Mars que Willis faiſoit auſſi des eaux minérales artificielles, mettant tremper ces Pierres dans une grande quantité d'eau pour faire boire aux malades en maniére d'eaux minérales. C'eſt auſſi le *Mars potabilis* de Maëts.

La Pierre vulneraire compoſée ſe fait de différentes maniéres. On en voit pluſieurs deſcriptions ſous les noms de *Lapis medicamentoſus*, *Lapis mirabilis*, & de *Lapis ſalutis*.

En voici une dont j'ai vû de fort bons effets.

Prenez limaille de Fer, & Pierre hæmatite pulveriſées de chacune trois onces, Crême de Tartre ſix onces ; faites-en une pâte avec le vin que vous ferés digérer & ſécher comme la précédente. Réiterés les digeſtions & exſiccations juſqu'à ce qu'on n'apperçoive plus de Fer. Alors mettés votre pâte ſéche en poudre fort ſubtile : mêlez-y exactement du maſtic en larmes & du ſafran bien pulveriſés, de chacun une demi-once. Faites diſſoudre dans le vin une once d'aloës & autant de mirrhe. Arroſés vos poudres de cette diſſolution, & verſés par deſſus du vin à la hauteur de quatre doigts. Laiſſés le tout en digeſtion, remuant de temps en temps, puis évaporés la liqueur juſqu'à ſiccité. Remettés la pâte en poudre, humectés-

la avec l'eau de vie, & en formés des boules que vous ferés sécher pour garder.

Dans ces Pierres le Tartre divise le Fer & la Pierre hæmatite, qui est elle-même un fer ouvert. La partie sulfureuse du vin rarefie le bitume du Fer, & le rend par-là plus en état de consolider les playes & de les refermer. Les gommes & résines qu'on y joint ne peuvent encore qu'étendre ce bitume du Fer & augmenter la vertu balsamique de cette Pierre par la leur propre.



DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

NOUS n'entreprenons point ici de rapporter les divers ſentimens qui ont partagé les Philoſophes touchant la Figure de la Terre.

On ne peut guéres s'imaginer de Figure qu'ils ne lui ayent attribuée ; car ſans parler de ceux qui la crurent ſemblable à une colomne, à un tambour, à un cone, ou à un arbre dont la racine ſur laquelle elle étoit appuyée, s'étendoit à l'infini ; il y en eut quelques-uns qui la jugerent platte, ſans y admettre d'autre inégalité que celle qui y eſt cauſée par les montagnes.

D'autres craignant que les eaux de la mer ne vinſſent à s'écouler ſi elles n'étoient reſſerrées par quelques limites, lui donnerent la Figure d'une Hemiſphére concave.

D'autres enfin, conſiderant que le ſommet des tours & des hautes montagnes s'appercevoit de loin, pendant que leur pied étoit caché ſous l'horiſon ; que ceux qui étoient dans des lieux plus élevés voyoient le Soleil ſe lever plûtôt & ſe coucher plus tard que ceux qui étoient dans des lieux plus bas ; que l'ombre de la Terre paroiſſoit avoir dans les Eclipſes de la Lune une figure circulaire ; & que les perſonnes qui voyageoient du Septentrion au Midi, voyoient les Etoiles Auſtrales s'élever ſur l'horiſon à meſure que les Etoiles ſeptentrionales s'abbaiſſoient, jugerent qu'elle étoit ſphérique.

Ce ſentiment qui étoit fondé ſur des raiſons ſolides, fut preſque generalement reçû de ceux qui entreprirent avant nous de déterminer la grandeur de la Terre par des opérations géométriques. Ils employérent la meſure d'une petite portion de ſa circonférence, pour en conclurre toute ſon étenduë, en ſuppoſant que tous les degrés des Méridiens de la

Terre étoient égaux entr'eux, & que les lignes perpendiculaires à l'horison, qui passent par le Zénit & mesurent les degrés dans le Ciel, étoient dirigées vers un même point qu'ils jugeoient être le centre de la Terre.

Plusieurs grands Géométres de notre temps ont abandonné cette hypothese de la sphéricité de la Terre. M. Newton dans ses Principes Mathématiques de la Philosophie naturelle, ayant consideré que la force qu'il nomme centrifuge, & qui résulte du mouvement journalier de la Terre, devoit élever, suivant l'Equateur, les parties qui tendent à s'éloigner de l'axe de la Terre, jugea qu'elle devoit être abbaissée vers les Poles, & il trouva selon ses principes, que supposant la Terre d'une matiére uniforme, aussi dense à sa circonférence que vers son centre, le diametre de l'Equateur devoit être au diametre qui passe par les Poles, comme 692 à 689.

M. Huygens dans son Discours de la cause de la pesanteur, ayant consideré qu'à Cayenne, qui n'est éloignée de l'Equateur que de quatre à cinq degrés, un pendule qui bat les secondes y est plus court qu'à Paris d'une ligne & un quart, d'où il suit que si on prend des pendules d'égale longueur, celui de Cayenne fait des vibrations un peu plus lentes que celui de Paris; jugea que la cause de ce Phénomene pouvoit être rapportée au mouvement journalier de la Terre, qui étant plus grand en chaque pays, selon qu'il approche plus de la ligne équinoctiale, doit produire un effort proportionné à rejetter les corps du centre, & leur ôter par conséquent une certaine partie de leur pesanteur. Il adjoûte que cet effort, qui résulte du mouvement circulaire de la Terre, doit écarter de la perpendiculaire un plomb suspendu à une corde; & que comme la surface de tout liquide se dispose en sorte que la ligne de suspension lui soit perpendiculaire, parce qu'autrement il pourroit descendre davantage, il suit que la Mer a la figure d'un sphéroïde, & que la Terre a dû s'y conformer lorsqu'elle a été assemblée par l'effet de la pesanteur. Sur ces principes, il avance comme un paradoxe, que la Terre n'est pas

tout-à-fait ſphérique, mais d'une figure de ſphére abbaiſſée vers les Poles, telle que ſeroit à peu près une Ellipſe en tournant ſur ſon petit axe, & il conclut que le diametre de l'Equateur excéde l'axe de la Terre de $\frac{1}{578}$, au lieu que ſuivant M. Newton, cet excès n'eſt que de $\frac{1}{230}$ du diametre de l'Equateur.

Tout au contraire, M. Einſenſchmid célebre Mathematicien de Straſbourg, ayant examiné la grandeur du degré qui reſultoit de pluſieurs dimenſions faites ſous différents paralleles par divers Mathématiciens, trouva que la grandeur du degré de la Terre tirée des meſures de Snellius faites en Hollande, étoit plus petite que celle que M. Picard avoit déterminée par ſes obſervations faites en France qui eſt plus vers le Midi; que la grandeur du degré qui reſulte des meſures de M. Picard faites aux environs de Paris, étoit plus petite que celle qui avoit été trouvée par le P. Riccioli à Bologne qui eſt plus méridionale que Paris, & que celle-ci étoit encore plus petite que la grandeur du degré qui avoit été autrefois déterminée par Eratoſthenes entre la ville d'Alexandrie & celle de Syene qui étoit ſous le Tropique du Cancer; cette inégalité de degrés qui augmentoient de grandeur en s'approchant de la ligne équinoctiale, lui fit juger que la Terre n'étoit point ſphérique, mais qu'elle avoit la figure d'un ſphéroïde allongé vers les Poles, dont les Méridiens ſont repréſentés par des Ellipſes & l'Equateur, & les paralleles par des cercles.

Il détermine ſur ce fondement l'inégalité des degrés d'un Méridien de la circonférence de la Terre; mais il avouë qu'il ſeroit à ſouhaiter qu'on fît encore de ces obſervations près du Pole & de l'Equateur, pour déterminer plus exactement & avec plus de certitude la figure & la grandeur de la Terre; & que la ligne méridienne qu'on devoit tirer par l'Obſervatoire Royal de côté & d'autre juſques aux confins du Royaume ſeroit d'une très-grande importance pour décider cette queſtion.

Il rapporte auſſi dans ſon Traité de la Figure de la Terre

les ſentimens de divers auteurs, qui ont, de même que lui, jugé que la Terre étoit allongée vers les Poles, & il cite entr'autres M. Burnet, qui conſidérant que par la révolution journaliére de la Terre, la maſſe de l'eau reçoit un plus grand degré de vîteſſe vers l'Equateur que vers les Poles, où elle décrit de plus petits cercles, les parties de l'eau qui ſont les plus agitées, font effort pour s'éloigner du centre de leur mouvement, & ne peuvent s'élever à cauſe de l'air qui les environne de tous côtés & qui leur réſiſte; de ſorte qu'elles ſont obligées de s'écouler de part & d'autre pour ſe mettre en équilibre: car, adjoûte-t-il, les eaux qui trouvent quelqu'obſtacle, s'écoulent du côté où elles trouvent un paſſage, & où leur mouvement eſt plus libre, de ſorte que par la diminution des eaux de la Mer qui ſont vers l'Equateur, le globe de l'eau s'eſt un peu allongé vers les Poles, & la croûte de terre qui s'eſt formée par-deſſus, a dû prendre la même figure.

Dans cette diverſité d'opinions touchant la Figure de la Terre, nous avons cru devoir examiner quelle eſt celle qui reſulte des Obſervations que nous avons faites dans la partie méridionale de la France, comparées à celles que M. Picard avoit faites dans des lieux plus ſeptentrionaux.

La meſure de la Terre de M. Picard s'étend depuis le parallele d'Amiens, qui eſt de $49^d\ 54' 46''$, juſqu'au parallele de Malvoiſine, qui eſt de $48^d\ 31' 48''$, & dans cet intervalle qui eſt d'environ un degré & un tiers, la grandeur du degré d'un Méridien reſulte de 57060 toiſes.

Nos meſures commencent à l'Obſervatoire Royal de Paris qui eſt ſous le parallele de $48^d\ 50' 10''$ & ſe terminent à Collioure, qui eſt vers l'extrémité méridionale de la France ſous le parallele de $42^d\ 31' 13''$. Dans cette étenduë qui eſt de $6^d\ 18' 57''$ nous avons trouvé la grandeur de chaque degré, l'un portant l'autre, de 57100 toiſes. Ainſi ſi l'on ſuppoſe les obſervations de M. Picard & les nôtres, exactes dans toutes leurs circonſtances, il reſulte que les degrés qui ſont vers le Septentrion ſont plus petits que ceux qui ſont vers le Midi,

& que par conséquent la figure d'un Méridien de la Terre doit être telle, que les degrés augmentent plus on s'approche de l'Equateur, & diminuent au contraire en allant vers les Poles ; ce qui est la propriété d'une Ellipse dont le grand diametre représente l'axe de la Terre, & le petit diametre celui de l'Equateur, comme on le démontrera dans la suite.

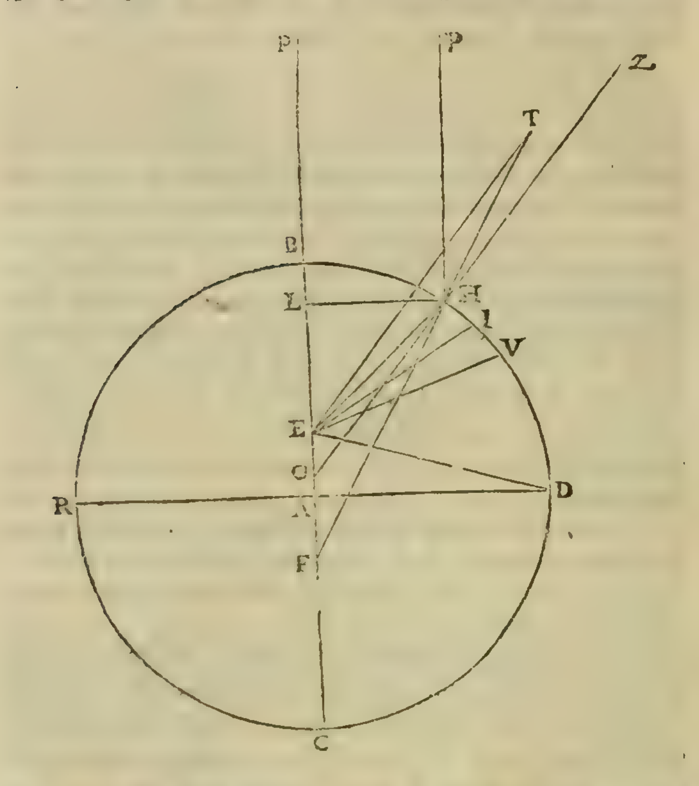
Cette Ellipse tournant autour de son grand axe forme par sa révolution un sphéroïde dont les Poles sont aux extrémités du grand axe, & dont l'Equateur & les paralleles sont représentés par des cercles. Cette Figure est celle que nous attribuons à la Terre, & nous donnerons, suivant cette hypothese, une méthode fort simple pour diviser les Ellipses qui représentent les Méridiens de la Terre en degrés & minutes, & déterminer l'inégalité de ces degrés, qui sont terminés dans le Ciel par des perpendiculaires à l'horison, lesquelles passent par le Zénit & coupent tout l'axe de la Terre en des points différents. Soit *BDCR*, une Ellipse qui représente un Méridien de la Terre, dont les Poles *B* & *C*, soient à l'extrémité du grand axe *BC*, & dont les foyers *E* & *F*, soient pris à discrétion.

On veut diviser cette Ellipse en degrés, c'est-à-dire, trouver divers points *H*, *I*, *V*, tels que la distance du Pole au Zénit de chacun de ces points soit d'un certain nombre de degrés donnés tels que l'on voudra.

Soit mené d'un des foyers de l'Ellipse *E*, la ligne *ET*, qui fasse avec l'axe *BC*, un angle *BET* égal à la distance donnée du Pole au Zénit. Soit pris avec un compas un intervalle égal à l'axe *BC*, & de l'autre foyer *F*, comme centre, soit décrit à cet intervalle un arc de cercle qui coupe en *T* la ligne *ET*. Je dis que la ligne *FT* tirée du point *T* au foyer *F*, coupera l'Ellipse au point *H*, qui est tel que la distance du Pole au Zénit de ce lieu soit du nombre de degrés donnés.

DÉMONSTRATION.

Du point *H* ſoit élevée *HZ* perpendiculaire à l'Ellipſe qui paſſe par le Zénit Z, & étant prolongée en dedans



rencontre l'axe de la Terre en *O*, & diviſe par la propriété de l'Ellipſe, l'angle *EHF* en deux parties égales. Soit auſſi mené du point *H*, *HP* parallele à l'axe *BC*, & dirigé au Pole *P* qu'on ſuppoſe à une diſtance infinie. L'angle *PHZ* ou *POZ* meſure la diſtance du Pole au Zénit d'un habitant qui ſeroit ſur la Terre au point *H*.

Par la

Par la conſtruction *FT* eſt égale à l'axe *BC*; mais *BC* par la propriété de l'Ellipſe eſt égale à *EH* plus *HF;* retranchant *FH* commun, on aura *EH* égal à *HT*. Les angles *ETH*, *TEH*, ſeront donc égaux, & par conſéquent chacun la moitié de l'angle externe *EHF;* mais l'angle *EHO* eſt auſſi égal à la moitié de l'angle *EHF;* les angles *TEH*, *EHO*, ſeront donc égaux entr'eux, & par conſéquent les lignes *ET*, *HO*, ſeront paralleles entr'elles, & l'angle *POZ* qui meſure la diſtance du Pole au Zénit du point *H*, ſera égal à l'angle *BET* qui par la conſtruction a été fait égal à la diſtance donnée du Pole au Zénit; ce qu'il falloit démontrer.

Si l'on ſuppoſe preſentement la proportion du grand diametre de l'Ellipſe *BC* à la diſtance *EF* entre les foyers telle que l'on voudra; on pourra déterminer par le calcul tous les points de l'Ellipſe comme *H*, qui terminent les degrés, en faiſant; comme *FT*, ou *BC* eſt à *EF*, ainſi le ſinus de l'angle *PET* diſtance donnée du Pole au Zénit, eſt au ſinus de l'angle *ETF* ou *TEH*, dont la valeur ſera par conſéquent connuë. Cet angle *TEH* étant adjoûté à l'angle *PET*, diſtance donnée du Pole au Zénit du point *H*, donne la valeur de l'angle *BEH* que la ligne tirée du foyer au point *H* cherché, fait avec l'axe de l'Ellipſe.

Maintenant dans le triangle *EHF* dont le côté *EF* eſt connu, auſſi-bien que l'angle *EHF* qui eſt le double de l'angle *TEH*, & l'angle *FEH* ſupplément de l'angle *BEH*, on aura la valeur du côté *EH* connu en parties de l'axe *BC*.

On trouvera par la même méthode les angles *BEI*, *BEV* &c. & la valeur des lignes *EI*, *EV*, pour la diſtance du Pole au Zénit de tous les degrés de la circonférence de la Terre; & dans les triangles *HEI*, *IEV*, rectilignes, dont les côtés *HE*, *EI*, *EV* ſont connus auſſi-bien que les angles compris entre les côtés *HEI*, *IEV* qui ſont la différence entre les angles *BEH*, *BEI*, *BEV* déterminés ci-deſſus, on connoîtra la valeur des cordes *HI*, *IV* compriſes entre chaque degré.

On aura donc la proportion exacte des cordes de chaque degré de la circonférence de la Terre dans l'hypothese Elliptique ; & comme la proportion de ces cordes entr'elles n'est pas sensiblement différente de la proportion qu'ont entr'eux les arcs des Ellipses qu'elles soûtendent, on aura en même temps la proportion entre les degrés de la circonférence de la Terre à telle distance du Pole que l'on voudra, supposant l'excentricité de la Terre d'une certaine quantité.

Pour une plus grande précision, on pourroit calculer la proportion qu'il y a entre les cordes des demi & quarts de degré de la circonférence de la Terre, afin que la différence qu'il peut y avoir entre la proportion des arcs & celle des cordes, fût moins sensible : mais si l'on considére que l'excès de l'arc d'un degré sur la corde qui le soûtend, n'est que d'environ quatre pieds, il est aisé de juger que la différence qu'il y a entre la proportion des cordes de chaque degré & celle des arcs des Ellipses qu'elles soûtendent, est absolument insensible ; joint à cela que les mesures que nous avons employées pour déterminer la grandeur de la Terre, ont été faites suivant les lignes droites & non pas suivant la courbûre de la circonférence de la Terre.

Ayant appliqué la méthode qu'on vient d'expliquer, à la Figure de la Terre, que nous avons d'abord supposée semblable à celle de l'Orbe de la Lune dans l'hypothese Elliptique, & dont la distance entre les foyers est, suivant les Astronomes modernes, d'environ la vingt-troisiéme partie du grand diametre ; nous avons trouvé que, selon cette hypothese, les degrés augmentoient de grandeur en s'éloignant du Pole, & s'approchant de l'Equateur conformement à nos Observations, mais que cette augmentation d'un degré à l'autre à la distance du Pole de quarante degrés, n'étoit que de deux toises & quatre pieds, ce qui est trop peu pour représenter l'inégalié des degrés qui résulte de la comparaison de nos Observations avec celles de M. Picard.

Nous avons donc été obligés de supposer l'excentricité de

la Terre plus grande, & nous avons trouvé qu'en établissant la distance entre les foyers de l'Ellipse qui représente un Méridien de la Terre, double de celle qu'on attribuë à l'Orbe de la Lune, en sorte que cette distance soit au grand diametre de la Terre comme 8724 à 100000, c'est-à-dire, à peu-près comme 1 à 11, cette Ellipse représente parfaitement la figure d'un Méridien de la Terre, tel qu'il résulte de nos Observations comparées à celles de M. Picard.

On trouve par exemple, que le degré compris entre les paralleles de 49 & de 50 degrés, étant de 57060 toises, suivant qu'il a été déterminé dans la mesure de la Terre, celui qui est entre les paralleles de 50 & de 51 degrés, est de 57071 toises & deux pieds, plus grand de 11 toises deux pieds que le précédent; & que la somme de six degrés compris entre les paralleles des lieux dont nous avons déterminé la distance, est de 342600 toises, ce qui donne la grandeur de ces degrés, l'un portant l'autre, de 57100 toises, telle que nous l'avons observée.

On trouve aussi que, suivant l'hypothese de la Terre Elliptique, la plus petite inégalité d'un degré à l'autre, est vers les Poles & vers l'Equateur, où elle n'est que de deux à trois pieds. Cette inégalité dans les degrés augmente ensuite de côté & d'autre jusqu'au parallele de 45 degrés, où elle est la plus grande qui soit possible, & où on l'a calculée d'environ 11 toises & demi.

Il suit de-là que les lieux les plus convenables pour connoître s'il y a quelque inégalité dans les degrés d'un Méridien de la Terre, sont compris entre les paralleles de 40 & de 50 degrés, qui sont précisément ceux que nous avons déterminés par nos Observations. Cette même inégalité dans les degrés, devroit s'observer vers le parallele de 45 degrés, quand même on supposeroit la Terre abbaissée vers les Poles; avec la différence que les degrés diminueroient de grandeur en s'approchant de l'Equateur, ce qui est contraire à nos Observations.

En continuant cette recherche, on trouve la grandeur du

degré d'un Méridien près du Pole, de 56785 toises & demie, & celle du degré près de l'Equateur, de 57440 toises, de sorte que du plus grand au plus petit degré de la Terre, il y a une différence de 655 toises.

Prenant la somme de tous les degrés d'un Méridien, on aura sa circonférence de 20, 560, 295 toises, plus grande seulement de 4295 toises, que ne seroit la circonférence de la Terre supposée sphérique, lorsque la grandeur du degré est de 57100 toises.

A l'égard de l'axe de la Terre, on le trouvera de 6, 557, 040 toises, plus grand que dans l'hypotese sphérique de 13856 toises, ou environ sept de nos lieuës. On aura aussi la distance entre les deux foyers de la Terre de 286, 018 toises ou 443 lieuës; & dans le triangle rectangle *DAE* dont le côté *AE* moitié de l'intervalle entre les deux foyers, est connu aussi-bien que l'hypothenuse *ED*, qui par la propriété de l'Ellipse est égale à la moitié du grand diametre *BC*, on trouvera *AD* de 3266020 toises, dont le double *DR* diametre de l'Equateur sera de 6, 532, 040 plus petit que l'axe *BC* de 25000 toises, ou douze à treize de nos lieuës.

La différence entre l'axe de la Terre & le diametre de l'Equateur, sera donc la deux cens soixante & deuxiéme partie de ce diametre plus grande de la moitié que celle que M. Huygens a déterminée, & à peu-près de même que celle de M. Newton, mais en sens contraire.

Le diametre de l'Equateur étant connu, on aura sa circonférence de 20, 521, 006 toises, ce qui donne la grandeur des degrés de l'Equateur, qui dans cette hypothese sont égaux entr'eux de 57003 toises, à peu-près de même que celui du Méridien, qui est à la distance du Pole de 36 degrés.

Prenant la différence entre la circonférence d'un Méridien qu'on a trouvé de 20, 560, 295 toises, & celle de l'Equateur qui est de 20, 521, 006 toises, on aura 39289 toises ou environ 20 lieuës, dont le circuit de la Terre autour d'un de ces Méridiens, excede son circuit autour de l'Equinoctial.

On peut, ſuivant ces mêmes principes, déterminer en toiſes ou lieuës le diametre & la circonférence de chaque parallele : car dans le triangle rectangle *ELH*, l'angle *LEH* & l'hypothenuſe *EH* étant connus, on trouvera la valeur du côté *LH* demi-diametre du parallele qui paſſe par le point *H*, dont la latitude eſt connuë.

La grandeur des Méridiens & des Paralleles de la Terre, étant ainſi déterminée par rapport à nos Obſervations, on pourra l'employer dans la conſtruction des Globes terreſtres & des Cartes Géographiques.

Pour en faciliter la deſcription, nous avons dreſſé une Table où l'on a marqué en toiſes & en pieds la grandeur de tous les degrés des Méridiens depuis les Poles juſqu'à l'Equateur.

Cette Table ſervira à comparer non-ſeulement les Obſervations qui ont déja été faites à diverſes diſtances du Pole, pour déterminer la grandeur de la Terre; mais même celles que l'on pourra faire dans la ſuite dans le même deſſein, ſous divers autres paralleles.

TABLE des Degrés des Méridiens de la Terre.

Hauteur du Pole.	Distance du Pole au Zénit.	DEGRÉS d'un Méridien.		Hauteur du Pole.	Distance du Pole au Zénit.	DEGRÉS d'un Méridien.		Hauteur du Pole.	Distance du Pole au Zénit.	DEGRÉS d'un Méridien.	
Degres.	*Degrés.*	*Toises.*	*Pieds.*	*Degrés.*	*Degrés.*	*Toises.*	*Pieds.*	*Degrés.*	*Degrés.*	*Toises.*	*Pieds.*
90	0			60	30			30	60		
89	1	56785	3	59	31	56952	5	29	61	57280	1
88	2	56785	5	58	32	56962	5	28	62	57289	5
87	3	56786	4	57	33	56973	1	27	63	57299	2
86	4	56787	5	56	34	56983	3	26	64	57308	4
85	5	56789	3	55	35	56994	0	25	65	57317	5
84	6	56791	3	54	36	57004	5	24	66	57326	3
83	7	56793	5	53	37	57015	4	23	67	57335	1
82	8	56796	3	52	38	57026	3	22	68	57343	2
81	9	56799	4	51	39	57037	4	21	69	57351	2
80	10	56803	1	50	40	57048	5	20	70	57359	0
79	11	56807	0	49	41	57060	0	19	71	57366	2
78	12	56811	2	48	42	57071	2	18	72	57373	2
77	13	56815	5	47	43	57082	4	17	73	57380	1
76	14	56820	5	46	44	57094	0	16	74	57386	4
75	15	56826	1	45	45	57105	3	15	75	57392	5
74	16	56831	4	44	46	57117	0	14	76	57398	3
73	17	56837	5	43	47	57128	2	13	77	57404	0
72	18	56844	1	42	48	57139	4	12	78	57409	0
71	19	56850	5	41	49	57151	1	11	79	57413	4
70	20	56857	5	40	50	57162	2	10	80	57418	0
69	21	56865	0	39	51	57173	4	9	81	57422	0
68	22	56872	4	38	52	57184	5	8	82	57425	3
67	23	56880	3	37	53	57195	5	7	83	57428	4
66	24	56888	4	36	54	57206	5	6	84	57431	3
65	25	56897	1	35	55	57217	5	5	85	57433	5
64	26	56905	5	34	46	57228	3	4	86	57435	5
63	27	56914	5	33	57	57239	1	3	87	57437	3
62	28	56924	0	32	58	57249	4	2	88	57438	4
61	29	56933	4	31	59	57260	0	1	89	57439	3
60	30	56943	0	30	60	57270	1	0	90	57440	0

EXPERIENCES ET REFLEXIONS
Sur la prodigieuſe ductilité de diverſes Matiéres.

Par M. DE REAUMUR.

L'ART, comme la Nature, a des merveilles que ſouvent nous n'appercevons pas, parce qu'elles ſont continuellement ſous nos yeux; contents de ſatisfaire nos beſoins ou notre luxe, nous ne nous aviſons guéres d'aller chercher à quelles ingénieuſes pratiques nous ſommes redevables des choſes dont nous faiſons un uſage ordinaire. L'art du Tireur d'or, que nous avons décrit depuis peu dans nos Aſſemblées particuliéres, le prouve aſſés. Ceux qui ſe parent des fils qu'il prépare d'une maniére ſi ſurprenante, ſont rarement ceux qui remarquent ce que ces fils d'or ont de véritablement admirable. Quelques Philoſophes les ont examinés attentivement; ils en ont tiré d'excellentes preuves de la prodigieuſe diviſibilité de la matiére, auxquelles ils euſſent encore pû donner plus de force, s'ils euſſent été plus inſtruits de tout ce que ſçait faire l'art du Tireur d'or: ils ont auſſi cherché à rendre raiſon de cette grande ductilité des métaux, mais c'eſt un des plus grands ſecrets de la nature. La cauſe de la ductilité tient à ce que la Phyſique a de plus obſcur, je veux dire, à la cauſe de la dureté, & a outre cela ſes difficultés particuliéres. Nous ne ſommes pas plus en état que ces Philoſophes, d'expliquer cette propriété des corps, mais nous ſommes plus en état de faire voir juſqu'où l'art en ſçait profiter. Nous avons eu occaſion de faire diverſes expériences ſur cette matiére, nous allons les rapporter; nous examinerons les effets de la ductilité de corps fort différents. On ne ſera peut-être pas fâché de trouver réuni dans un même point de vûë, ce qu'il y a de plus ſingulier dans un ſujet ſur lequel

l'art & la nature ſemblent nous fournir à l'envi des choſes remarquables.

En général, les corps ductiles ſont ceux qui étant frappés, preſſés ou tirés, s'étendent ſans ſe rompre, dans un ſens, à peu-près de ce qu'ils diminuent dans un autre; tels ſont les métaux qui, ſous les coups de marteau, acquiérent en longueur & en largeur, ce qu'ils perdent en épaiſſeur, ou qui étant tirés par une filiére, deviennent plus longs à meſure que leur groſſeur diminue. Nous avons encore une autre eſpéce de corps, qui, quoiqu'ils ne ſoient pas malléables comme les métaux, peuvent néantmoins être appellés ductiles; les colles, les gommes, les réſines, & tous les corps qui ayant été ramollis par l'eau, par le feu, ou par quelqu'autre diſſolvant, ſe tirent en fils, nous fourniront des exemples de cette ſorte de ductilité. Les corps ductiles peuvent donc ſe diviſer en deux claſſes, dont la premiére contient les corps ductiles, que nous nommerons *durs,* & qui ſont malléables, ce ſont ceux dont nous parlerons d'abord; la deuxiéme claſſe eſt compoſée des corps ductiles *mous,* qu'on peut étendre en les tirant, quoiqu'ils ne ſoient pas malléables, & ce ſont ceux que nous examinerons enſuite.

La maniére la plus commune d'étendre les corps ductiles durs, c'eſt de les étendre en les frappant à coups de marteau; avec de pareils coups bien ménagés, la plûpart des ouvriers en or, en argent, en cuivre, en étain, donnent les figures qu'il leur plaît à des maſſes informes. Quoique ces ſortes d'ouvrages méritent plus d'attention qu'on ne leur en donne communément, notre deſſein n'eſt pas de nous y arrêter; à preſent nous ne voulons conſiderer les corps ductiles que par rapport à la grande étenduë qu'ils peuvent acquerir.

Il n'y a guéres que les Batteurs d'or qui, avec le ſecours ſeul du marteau, rendent des lames de métal extrêmement minces. Ils nous préparent ces feuilles que nous employons dans la plûpart de nos dorures; on ſçait qu'ils les tirent d'un lingot aſſés gros, dont ils diminuent l'épaiſſeur à un tel point,

que les

que les feuilles qui en ſont formées, cedent au plus leger ſouffle du vent. Pour ſçavoir par une voye plus ſûre que par le recit des ouvriers, auquel Rohault s'en eſt rapporté; pour ſçavoir, dis-je, juſqu'où cet art ſçait actuellement étendre l'or, j'ai pris une certaine quantité de feuilles des plus minces, ſçavoir de celles qu'on met dans les livrets ordinaires; j'ai meſuré avec ſoin leur grandeur, & je les ai peſées dans des balances très-fines; j'ai vû qu'un grain d'or battu, (or qu'eſt-ce qu'un grain d'or?) avoit une étenduë de 36 pouces quarrés & demi, & 24 lignes quarrées; c'eſt-à-dire, qu'une once d'or qui étant ſous la forme d'un cube, n'auroit que 5 lignes & $\frac{1}{5}$ de ligne au plus, ſoit en largeur, ſoit en longueur, ſoit en hauteur, & qui ne couvriroit qu'une ſurface d'environ 27 lignes quarrées; que cette once d'or, lorſqu'elle a été étenduë par les Batteurs d'or, couvre une ſurface de plus de 146 pieds quarrés & demi, étenduë près de la moitié plus grande que celle qu'on ſçavoit donner à l'or en feuilles il y a 90 ans. On regardoit avec ſurpriſe, du temps du Pere Merſenne, que d'une once d'or on pût former 1600 feuilles, qui toutes enſemble ne couvroient pourtant qu'une ſurface de 105 pieds quarrés. Il ſeroit long d'expliquer ici ce qui a le plus contribué à perfectionner cet art; nous ne voulons pas même nous arrêter à faire remarquer l'adreſſe des hommes, qui a été chercher dans les inteſtins des bœufs, ces feuilles d'un parchemin délié, ſans leſquelles on ne ſçauroit réduire l'or en feuilles ſi minces.

Après tout, quelque conſidérable que ſoit l'étenduë de la ſurface de l'or en feuilles, elle n'aura plus rien de merveilleux, lorſque nous la comparerons avec celle que le même métal acquiert chés les Tireurs d'or. Il y a à la vérité telle feuille d'or battu, qui, dans certains endroits, n'a pas $\frac{1}{30000}$ de ligne d'épaiſſeur; mais $\frac{1}{30000}$ de ligne eſt une épaiſſeur aſſés grande, par rapport à l'épaiſſeur de l'or qui couvre les lames d'argent doré qui ſont filées ſur la ſoye.

Pour mieux connoître combien l'or eſt alors étendu, &

combien il eſt prodigieuſement mince, il eſt néceſſaire d'avoir du moins une idée groſſiére des procedés des Tireurs d'or. Ce fil que nous nommons communément du fil d'or, & qui, comme perſonne ne l'ignore, n'eſt que du fil d'argent doré, eſt tiré d'une groſſe barre d'argent; on prend cette barre du poids d'environ 45 marcs; en l'arrondiſſant, on en forme un cylindre ou rouleau qui a 15 lignes de diametre, & un peu moins de 22 pouces de hauteur; on dore ce lingot avec les feuilles que préparent les Batteurs; on en employe pourtant à cet uſage, de plus épaiſſes que celles qui ſont deſtinées à nos dorures ordinaires, & on en met ſouvent pluſieurs les unes ſur les autres: après tout, quoique la couche d'or qui couvre ce lingot ſoit conſidérablement plus épaiſſe que celle de nos autres dorures, elle eſt encore aſſés mince; il eſt aiſé d'en juger par le volume d'or qu'on y fait entrer. Pour dorer ces 45 marcs d'argent, on n'employe jamais plus de ſix onces d'or, c'en eſt aſſés pour faire du ſurdoré; mais on n'y fait pas entrer deux onces, & ſouvent n'y en fait-on pas entrer beaucoup plus d'une, lorſqu'on veut du fil auſſi legerement doré que l'eſt le plus commun fil d'or de Lyon, c'eſt-à-dire, que la couche d'or qui enveloppe ce lingot, n'a jamais d'épaiſſeur plus de la 15.me partie d'une ligne, que ſouvent elle n'en a que la 30.me ou la 45.me partie, & enfin qu'elle n'en a quelquefois que la 90.me partie.

Cependant combien cette couche d'or déja mince, doit-elle le devenir davantage? combien de fois, pour ainſi dire, doit-elle être diviſée? On allonge le lingot qu'elle couvre juſqu'à ſa fineſſe égale, ou ſurpaſſe celle des cheveux. On le fait paſſer ſucceſſivement par des trous plus déliés les uns que les autres, ou, ce qui eſt la même choſe, par des filiéres. A meſure qu'il paſſe par un trou, ſon diametre diminuë, il gagne en longueur ce qu'il perd en groſſeur, il augmente par conſéquent en ſurface; l'or qui couvre ce lingot d'argent, ne ceſſe point de le dorer, quelque prodigieuſement qu'on l'étende, il ſuit toûjours l'argent, il ne le laiſſe point

à découvert. Cependant combien de diviſions a-t-il ſouffert, lorſque le lingot réduit en fil a un diamettre environ 9000 fois plus petit que celui qu'il avoit en lingot? Mais pour nous faire une idée plus ſenſible de la prodigieuſe ductilité de l'or, voyons la longueur à laquelle arrive le lingot tiré à ſa derniére fineſſe.

J'ai peſé avec ſoin un demi-gros de fil du plus délié, & j'ai meſuré avec le même ſoin la longueur de ce demi-gros de fil, je l'ai trouvée de 202 pieds; par conſéquent, l'once de fil avoit 3232 pieds de longueur, & le marc ou 8 onces en avoient 23856. Notre lingot qui peſoit 45 marcs, & qui n'avoit d'abord que 22 pouces de long, étoit donc parvenu entre les mains des Tireurs d'or à une longueur de 1163520 pieds, ou réduiſant les pieds en toiſes, & prenant la lieuë de 2000 toiſes, ſa longueur de 22 pouces, avoit été changée dans une longueur de 96 lieuës & 196 toiſes, étenduë qui ſurpaſſe beaucoup celle que le Pere Merſenne & Furetiere, ont donnée à l'allongement du lingot: celui-ci dit, après le premier, qu'une demi-once de fil s'étend à 100 toiſes & plus, ce plus eſt conſiderable; à 100 toiſes pour la demi-once, ce ne ſeroit que 1200 pieds pour l'once, & nous venons de la trouver de 3232 pieds. Rohault a trouvé auſſi l'allongement beaucoup plus petit que nous.

Ce lingot tout long qu'il eſt, lorſqu'on l'a réduit en fil ſi délié, n'en reſte pas-là, il a encore à s'allonger. La plus grande partie du fil d'or ſe file ſur la ſoye, & avant que de l'y filer on l'applatit, on le fait paſſer entre des rouës d'acier extrémement polies; les rouës en l'applatiſſant, l'allongent de plus d'un 7.me; voilà donc la longueur de notre lingot encore augmentée de plus d'un 7.me, c'eſt-à-dire, que le voilà parvenu à une longueur de 111 lieuës; auſſi eſt-il alors réduit en lames bien étroites & bien minces : la largeur de ces lames, n'eſt que d'environ $\frac{1}{8}$ de ligne, d'où il ſuit que leur épaiſſeur n'a que $\frac{1}{256}$ de ligne. Le calcul en eſt aiſé à faire; le poids d'un pied cube d'or & le poids d'un pied cube d'argent, étant connus

par des expériences assés exactes, nous supposons ici que le pied cube d'or pese 21220 onces, & que le pied cube d'argent en pese 11523. Nous ne nous arrêterons point à montrer le chemin qu'on doit suivre pour connoître que l'épaisseur de ces lames d'argent, n'est que d'un 256.me de ligne: on aimera peut-être mieux considerer combien est mince la feuille d'or qui couvre des lames d'argent déja fort minces. Il y a de quoi bien étonner l'imagination, si l'on se souvient de la petite quantité d'or qu'on a appliquée sur le lingot d'argent; supposons qu'on en ait mis deux onces, nous avons dit qu'on en employoit souvent moins; si l'on se donne la peine de calculer quelle est la surface que couvrent ces deux onces d'or, on trouvera qu'elle est de 2380 pieds quarrés, ou qu'une once enveloppe 1190 pieds quarrés, & tout ce que les Batteurs d'or sçavent faire, c'est de l'étendre à 146 pieds quarrés & quelques lignes quarrées.

Mais l'or si prodigieusement étendu, combien est-il mince? Le calcul précédent servira encore à montrer que son épaisseur n'a pas $\frac{1}{175000}$ de ligne; il faudroit afin que l'épaisseur de l'or qui couvre l'argent, fût d'un $\frac{1}{175000}$, que l'or fût par-tout également épais, c'est cependant une supposition qu'on auroit tort de faire; quelque soin qu'on se donne en battant les feuilles d'or, il est impossible de les battre également; on distingue d'une maniere sensible par leur plus & leur moins d'opacité, qu'elles sont au moins une fois plus épaisses dans certains endroits que dans d'autres: ces feuilles lorsqu'elles dorent le lingot, le dorent donc inégalement, & de façon qu'il y a des endroits où l'or est une fois plus mince. Or si l'on cherche l'épaisseur de l'or dans ces endroits où il est le plus mince, on trouvera qu'elle n'est égale qu'à la 262500 partie d'une ligne. Qu'est-ce que la 262500.me partie d'une ligne? C'est une petitesse si énorme, que l'imagination ne sçauroit se la représenter; aidons-la néantmoins à s'en faire quelqu'idée, en disant que cette épaisseur de l'or est une aussi petite partie de la longueur d'une ligne, qu'une ligne est une petite partie de

1822 pieds 11 pouces, ou de près de 304 toiſes : or qu'eſt-ce que la longueur d'une ligne par rapport à celle de 304 toiſes ?

Ce n'eſt pourtant pas encore là le terme juſqu'où peut être pouſſée la ductilité de l'or ; au lieu de deux onces, on n'auroit pû n'en employer qu'une ; l'or qui auroit couvert les lames d'argent, n'auroit donc eu alors d'épaiſſeur dans certains endroits, que la 525000.me partie d'une ligne. Enfin, les lames d'argent toutes minces qu'elles ſont, peuvent reſter dorées & devenir la moitié plus minces, il n'y a qu'à les preſſer davantage entre les rouës, en les applatiſſant doucement, de façon que le frottement ôte peu à des couches déja ſi deliées, & ces lames certainement reſtent dorées, quoiqu'on leur donne une fois plus de largeur que nous ne l'avons dit ci-deſſus, c'eſt-à-dire, quoiqu'on leur donne $\frac{1}{4}$ de ligne ; l'épaiſſeur de l'or qui les couvre, eſt donc réduite alors à n'avoir pas la millionniéme partie d'une ligne, ou elle eſt une auſſi petite partie d'une ligne, qu'une ligne eſt une petite partie de 1200 toiſes : l'imagination ne peut guéres s'accommoder de cette affreuſe petiteſſe, elle ne peut guere comprendre que l'art puiſſe diviſer une ligne dans des parties auſſi petites, qu'une ligne eſt petite par rapport à une étenduë de plus d'une demi-lieuë.

Peut-être auſſi ſeroit-on diſpoſé à croire que l'or qui couvre les lames d'argent, a beaucoup plus d'épaiſſeur que le calcul ne lui en donne ; & cela, parce que l'or pourroit être diviſé en petits grains écartés les uns des autres, quoique pourtant aſſés proches pour donner leur couleur à l'argent ; en un mot, il ſeroit aſſés naturel de croire que l'or qui couvre les lames, ne forme pas une feuille continuë, mais l'expérience démontre le contraire. Si l'on met diſſoudre dans de l'eau-forte des fils dorés traits, ou des lames dorées, quelque petits que ſoient ces fils, & quelque minces que ſoient ces lames, après que l'eau forte a diſſous l'argent, les fils & les lames dorées changent en de petits tuyaux creux, parce que l'eau-forte

n'agit point ſur l'or ; d'où on voit évidemment que l'or qui couvre l'argent, forme un corps continu. L'art eſt donc parvenu à ſçavoir diviſer un morceau d'or de l'épaiſſeur d'une ligne en un million de feuilles.

L'art n'eſt pas, à beaucoup près, allé ſi loin en travaillant les corps ductiles mous ; dans ce genre, il n'y a guéres que le verre qu'on ſçache étendre conſidérablement. Qu'on ne ſoit pas ſurpris, au reſte, de ce que nous donnons le premier rang parmi les ductiles mous au plus caſſant, & pour ainſi dire, au plus roide de tous les corps ; on ſçait que lorſque la chaleur du feu l'a bien pénétré, l'ouvrier le peut figurer comme une cire molle. Mais ce qu'il y a de plus ſingulier, & ce qui regarde directement notre ſujet, c'eſt qu'on le tire en filets d'une grande fineſſe & extrémement longs ; les fileuſes ordinaires ne forment pas auſſi aiſément leurs fils de chanvre ou de lin, que les fileurs de verre forment des fils de cette caſſante matiére.

On connoît ces aigrettes que l'on place pour l'ordinaire ſur les bonnets des enfants, & que l'on employe à divers autres ornements ; on ſçait que ces ſortes d'aigrettes ne ſont que des houppes formées d'une infinité de fils de verre ; & quoiqu'on le ſçache, on a peine à reconnoître le verre dans ces fils, qui, plus déliés que les cheveux, ſe plient comme eux au gré du vent. A un ouvrage ſi ſingulier, il ne manque, pour être fort cher & fort eſtimé, que d'être plus difficile à faire, mais rien n'eſt plus ſimple que la maniére de l'executer ; il occupe en même temps deux ouvriers, & ne demande preſqu'aucune adreſſe ni de l'un ni de l'autre.

Le premier tient un des bouts d'un morceau de verre ou d'émail ſur la flamme d'une lampe ; lorſque la chaleur a ramolli ce morceau de verre, un ſecond ouvrier applique contre le verre en fuſion, le bout d'un crochet qui eſt auſſi de verre ; il retire auſſi-toſt ce crochet, qui entraîne un brin de verre qui n'eſt point ſéparé du reſte de la maſſe ramollie : l'ouvrier engage enſuite ce crochet ſur la

circonférence d'une rouë d'environ deux pieds & demi de diametre, elle eſt poſée verticalement, & elle eſt la principale partie d'un rouet ſemblable aux rouets ordinaires; le crochet étant arrêté ſur la circonférence de cette rouë, il ne reſte plus au ſecond ouvrier qu'à la faire tourner; à meſure qu'elle tourne, elle tire des parties du verre fondu, elle les oblige à s'éloigner du reſte de la maſſe : ces parties toûjours adhérentes à celles qui les ont entraînées, & à celles qu'elles entraînent enſuite elles-mêmes, forment un fil qui vient entourer la circonférence de la rouë; chaque tour de rouë s'enveloppe d'un nouveau tour de fil, & enfin après un certain nombre de revolutions, la circonférence de la rouë eſt couverte par un écheveau de fil de verre. La maſſe qui étoit en fuſion ſur la lampe, diminuë inſenſiblement; comme ſi elle étoit un peloton, elle ſe devide, pour ainſi dire, & paſſe ſur la rouë; les parties qui ſont éloignées de la lampe ſe refroidiſſent, elles deviennent plus adhérentes à celles qu'elles touchent, & ainſi par degrés, les parties les plus proches du feu ſont les moins liées entr'elles; d'où il eſt clair que celles-ci doivent toûjours céder à l'effort que font les autres pour les tirer vers la rouë.

Au reſte, il ne faut pas croire que l'ouvrier ſoit obligé de faire tourner la rouë lentement, de crainte que le fil ne ſe rompe, il lui donne un mouvement auſſi rapide qu'il veut, ou plûtôt auſſi rapide qu'il peut; plus la rouë tourne vîte, plus on expedie d'ouvrage en un certain temps, & le fil ne s'en caſſe pas pour cela plus ſouvent.

Ces fils formés d'une maniere ſi ſimple, ne ſont pas partout d'une égale groſſeur, leur contour eſt un ovale fort applati je veux dire qu'ils ont au moins deux ou trois fois plus de largeur qu'ils n'ont d'épaiſſeur. Il y en a d'une grande fineſſe, & qui, autant qu'en peut juger la vûë ſimple, n'ont guéres plus d'épaiſſeur qu'un fil de ſoye de vers; auſſi ces fils ſi fins ſont-ils flexibles à un point étonnant. Si on entrelace les deux bouts d'un de ces fils de verre, comme on entrelace les bouts

d'un brin de fil lorſqu'on veut le noüer, & qu'enſuite on tire les deux bouts, avant que ce fil ſe caſſe, on le plie à tel point que l'eſpace vuide renfermé au milieu du nœud, n'a pas une demi-ligne ni ſouvent même $\frac{1}{4}$ de ligne de diametre, comme je l'ai éprouvé un grand nombre de fois.

Quelque roide que nous paroiſſe le verre en maſſe, il n'eſt donc pas eſſentiellement auſſi caſſant & auſſi peu flexible que nous nous l'imaginons; ſi nous avions l'art d'en tirer des fils beaucoup plus déliés, ils ſeroient auſſi beaucoup plus flexibles, d'où il ſemble qu'on peut conclurre, quelque hardie que ſoit cette conſéquence, que ſi nous ſçavions faire des fils de verre auſſi déliés que ſont les fils dont les araignées enveloppent leurs œufs, nous pourrions faire des fils de verre propres à entrer dans les tiſſus, & que ſi le verre n'eſt pas malléable, il n'eſt pas vrai de dire, ſi on peut ſe ſervir de ce terme, qu'il ne ſoit pas textible. J'ai tenté diverſes maniéres pour faire des fils de verre incomparablement plus déliés que ne le ſont ceux que l'art travaille communement; mais il ne m'a pas été poſſible de parvenir à en faire de fort longs: il eſt difficile de ne pas donner un trop grand degré de fuſion à une matiere déja fort mince, telle que celle dont il faudroit ſe ſervir, & il eſt preſque auſſi difficile de tirer avec aſſés peu de force & d'une maniére égale, des fils ſi fins; l'expédient qui m'a le mieux réüſſi a été l'expédient ſuivant. J'ai pris un brin de fil de verre de 7 à 8 pouces de longueur, je l'ai ſuſpendu en l'air par un de ſes bouts, & j'ai chargé ſon autre bout d'un petit morceau de cire qui ne peſoit peut-être pas la 10.me partie d'un grain, ce petit poids ſuffiſoit pour tirer embas le fil de verre. Près de ce fil ſuſpendu j'approchois une petite bougie, dès que la bougie en étoit proche à un certain point, je voyois le petit poids deſcendre par ſecouſſes: comme il tiroit le verre auſſitôt qu'il étoit en fuſion, il le contraignoit à s'allonger: par ce moyen, j'ai ſouvent donné plus de 9 ou 10 pouces d'étenduë à une portion de fil, qui n'avoit peut-être pas 2 ou 3 lignes de longueur; mais

mais rarement ai-je pû aller plus loin; le plus leger ſoufle de vent qui agitoit la flamme de la bougie, ſuffiſoit pour l'approcher trop près du fil, elle le mettoit trop en fuſion, alors il ſe caſſoit. Il ne m'a pas même été aiſé de faire aſſés de fils de la maniére précédente, pour compoſer, de leur aſſemblage, un brin un peu gros. Cette expérience m'a du moins appris qu'avec le verre on peut former des fils plus deliés que ceux des Vers à ſoye; ceux que je tirois de la ſorte me paroiſſoient preſque auſſi fins que des fils de ſoye d'Araignée; j'aurois bien voulu voir à quel point ils étoient flexibles, ils me le paroiſſoient prodigieuſement, mais ils étoient trop fins, trop courts, & j'en avois trop peu pour les manier commodement.

Ce qui eſt certain, c'eſt que la matiére même dont les Araignées & les Vers à ſoye forment leurs fils, eſt caſſante lorſqu'elle eſt en maſſe, comme le ſont les gommes ſéches; c'eſt ce que j'ai experimenté en laiſſant ſécher de cette matiére; & il eſt ſûr, outre cela, que quand les fils qui en ſont tirés, ſeroient moins flexibles qu'ils ne le ſont, on pourroit encore en faire des tiſſus; d'où il ſemble qu'il ne nous manque que l'art de ſçavoir allonger le verre, pour le pouvoir faire entrer dans des étoffes.

Au reſte, ſi par leur fineſſe les fils de verre avoient acquis la flexibilité néceſſaire pour être tiſſus, ils ſeroient naturellement aſſés forts. Pour eſſayer leur force, j'ai ſuſpendu différens poids aux fils de verre les plus deliés que les ouvriers ſçavent former, & j'ai trouvé qu'un ſeul fil pouvoit ſoûtenir juſqu'à 15 gros ſans ſe rompre, ou près de 2 onces: à la vérité, ces fils avoient trois ou quatre fois plus de largeur qu'un fil de ſoye de Ver, mais ils ne paroiſſent pas plus épais; d'où il ſuit, que quand ils ſeroient auſſi deliés que des fils de ſoye de Ver, ils ſeroient conſidérablement plus forts, puiſqu'un fil de ſoye des plus forts ne peut ſoûtenir, ſans ſe rompre, que deux gros & demi: leur force n'eſt donc, par rapport à celle des fils de verre les plus

deliés, que comme un à ſix, rapport plus petit que celui de leur ſolidité: auſſi ſi l'on choiſit les plus fins d'entre ces fils, & qu'en ayant formé un gros paquet, on diviſe ce paquet en différentes parties que l'on entrelace les unes entre les autres, à peu-près de la même maniére que ceux qui portent de longs cheveux en forment des treſſes; ſi, dis-je, on forme de pareilles treſſes de fil de verre, on trouvera qu'elles ont beaucoup de force; divers fils pourtant ſe caſſeront pendant qu'on les entrelacera; après tout, il n'y a pas grande apparence que l'on tire des avantages conſiderables des fils de verre.

Les gommes, les reſines, la cire, ſont auſſi des corps ductiles mous; mais la cire qui eſt de toutes ces eſpéces de corps, celui ſur leſquels les arts s'exercent le plus, n'eſt guéres travaillée comme ductile; il eſt vrai que les Ciriers font paſſer leurs bougies par des filiéres, mais ce n'eſt point pour les allonger, c'eſt pour les arrondir & pour les polir.

Si nous ſommes peu habiles à travailler les corps ductiles mous, la nature nous a en quelque ſorte dédommagés de ce que nous ignorons de ce côté-là; elle a inſtruit une infinité d'animaux à les étendre d'une maniére merveilleuſe, & nous n'avons qu'à mettre en œuvre les fils qu'ils nous ont préparés: on entend de reſte, que c'eſt des fils de Vers à ſoye, dont je veux parler; ils ne ſont formés que d'une eſpéce de matiére viſqueuſe prodigieuſement étenduë, qui ſortant du corps de l'inſecte, prend de la conſiſtance à peu-près comme les fils de verre deviennent durs en s'éloignant de la lampe, quoique pourtant par une cauſe différente, comme nous le dirons bientôt. Ce n'eſt pourtant pas à la ſoye des Vers que nous voulons nous arrêter pour faire voir juſqu'où la nature ſçait étendre les corps ductiles mous; les animaux dont nous retirons le plus d'utilité, ne ſont pas ceux où elle a raſſemblé le plus de merveilles; il ſemble même qu'elle ait pris plus de ſoin à former ceux qui nous ſont les plus incommodes, & pour leſquels nous avons le plus d'averſion. Les Araignées,

par exemple, ces vilains inſectes, qui apparemment ne fileront jamais que pour nous incommoder, comme nous le fimes voir en examinant ce qu'on pouvoit retirer de leur ſoye; les Araignées, dis-je, ſont incomparablement plus propres que les Vers à ſoye, pour faire voir juſqu'où la nature ſçait allonger une liqueur gluante. Dans le diſcours que nous venons de citer, nous ne parlâmes qu'en paſſant, de l'extrême fineſſe de leurs fils, pour ne pas trop nous écarter de notre objet principal: nous allons à préſent les examiner d'un peu plus près, & conſiderer la belle méchanique que la nature employe pour les former.

Mémoire de 1710. pag. 386.

L'illuſtre Malpighi dans ſon Anatomie du Ver à ſoye, nous a décrit les parties d'où ſa ſoye ſe tire; nous allons bien trouver un autre appareil dans le corps des Araignées. Près du derriere de l'Araignée, il y a ſix mammelons, * le bout de chaque mammelon eſt la filiére par où ſortent les fils de ſoye; mais quelles filiéres? Dans un eſpace plus petit que la tête de la plus petite épingle, il y a aſſez de trous différens pour donner ſortie à une quantité ſurprenante de fils ſéparés; on diſtingue ces trous par leurs effets. Si ayant choiſi une groſſe Araignée de jardin, prête à faire ſes œufs, on applique le doigt ſur une partie d'un de ſes mammelons, en retirant le doigt on entraîne une quantité étonnante de fils ſéparés. * J'ai voulu examiner leur nombre en me ſervant d'un bon microſcope, ſouvent j'en comptois plus de 70 ou 80, mais je voyois qu'il y en avoit incomparablement davantage que je ne pouvois compter, quoique les fils que j'avois tirés, n'euſſent pour baſe qu'une petite partie du mammelon; enfin, quand je dirai qu'il n'y a pas de bout de mammelon qui ne puiſſe fournir mille fils, je dirai un nombre aſſés étonnant, mais qui me paroît trop petit pour exprimer le nombre de ces fils. On le penſera comme moi, ſi l'on veut ſe donner la peine d'examiner avec un excellent microſcope, le bout d'un mammelon d'une Araignée de maiſon. Dans ce vilain inſecte, on verra une partie d'une ſtructure fort jolie;

* *Fig. 4.*

* *Fig. 4. Ka, MN.*

le bout de ce mammelon eſt diviſé en une infinité de petites convexités plus petites, mais diſpoſées à peu-près de la même maniére que le ſont les convexités des cornées des yeux de Papillons ou de Mouches: chaque convexité ſert ici ſans doute pour un fil différent, ou plûtôt il y a apparence que chaque petit creux qui eſt entre les convexités, eſt percé par un trou qui donne paſſage à un fil, les petites élevations empêchent apparemment que les fils ne ſe joignent à leur ſortie: ces petites convexités ne ſont pas ſi ſenſibles ſur le bout des mammelons des Araignées de jardin; mais on y apperçoit une forêt de petits poils, qui ſervent apparemment aux mêmes uſages que les convexités précédentes; je veux dire, qu'ils ſéparent de même les fils les uns des autres. Quoi qu'il en ſoit, il paroît certain que de chaque mammelon d'Araignée il peut ſortir des fils par plus de mille endroits différens; de ſorte que l'Araignée ayant ſix mammelons, elle a des trous pour donner paſſage à ſix mille fils. La nature n'a pas borné ſon travail à percer ces trous d'une petiteſſe immenſe; les fils ſont déja formés lorſqu'ils arrivent au mammelon, ils ont chacun leur petit canal ou leur petite guaîne particuliére, on les trouve formés & ſéparés les uns des autres aſſés loin de l'origine des mammelons; mais pour mieux comprendre toute cette admirable méchanique, il nous faut remonter juſqu'à la ſource de la liqueur dont les Araignées compoſent leurs fils.

Dans des inſectes ſi petits & ſi mous, ces parties délicates ne ſeroient pas aiſées à diſtinguer ſans un peu d'attention: il eſt néceſſaire de faire boüillir l'animal, ou de le faire ſécher, ou de le laiſſer quelques heures dans l'eſprit de vin. Après cette petite préparation, les parties les plus eſſentielles reſtent en place, & ſont ſenſibles ſans le ſecours du microſcope. Près de l'origine du ventre, * on trouve deux petits corps d'une matiére molle, ce ſont-là les premieres ſources de la ſoye. Ces deux corps ont aſſez la figure & la tranſparence d'une larme de verre; auſſi pour nous exprimer

* *Fig.* 2. *D D.*

commodement, les nommerons nous les larmes. * La pointe de chaque larme * va en ferpentant, & en faifant une infinité de replis du côté des mammelons. De la bafe de la larme, part une autre branche beaucoup plus groffe * que celle qui fort de fa pointe; elle fe recoude un plus grand nombre de fois, & fait de plus grands plis; elle forme enfuite divers lacis, & prend, comme l'autre, fa route vers le derriere de l'Araignée.

* Fig. 5.
* R.
* S.

J'ai quelquefois déployé de cette derniere branche jufqu'à 9 ou 10 pouces de long, & je n'en déployois qu'une partie. Les larmes & les branches qu'elles jettent, contiennent la matiére propre à former la foye, mais une matiére encore trop molle, & qui dans une Araignée qu'on n'a point fait fécher, ne fe tire pas en filets fort longs. Le corps de la larme eft une efpéce de refervoir, & les deux branches font deux canaux qui en partent. Lorfqu'on ne fait pas trop cuire l'Araignée, les branches font vifiblement enveloppées d'une membrane qui empêche de voir la tranfparence de la liqueur. Cette membrane mince s'enleve, fi on frote le canal même doucement. Un peu plus près du derriére, il y a deux autres larmes plus petites; chacune de celles-ci ne jette qu'une branche, elle part de leur pointe; de forte que de chaque côté de l'Araignée, il y a deux larmes qui par trois canaux fenfibles portent la liqueur, & ces canaux la portent aux vrais refervoirs, d'où fort la liqueur propre à faire la foye.

De chaque côté de l'Araignée, * il y a trois corps que l'on doit regarder comme les derniers refervoirs où la liqueur s'affemble; nous les nommerons les grands refervoirs. * Ils font beaucoup plus gros que les larmes; les trois, qui font d'un même côté, font arrangés de façon les uns auprès des autres, qu'ils ne femblent former qu'un feul corps. La figure de chacun en particulier eft différente; ils ont pourtant cela de commun, qu'ils font recoudés fix à fept fois; que dans toute leur étenduë leur groffeur eft à peu-près égale; une de leurs extrémités eft pourtant plus groffe que l'autre. La

* Fig. 2. en E E.
* Fig. 6.

* *VVV.* plus grosse * est la plus proche de la tête de l'insecte, & la
* *TTT.* plus petite la plus proche de l'anus. * Les trois extrémités deliées de ces reservoirs se terminent en pointe, & sont appliquées les unes près des autres, comme le sont les trois doigts du milieu de la main. C'est des trois pointes de ces reservoirs que partent les fils, ou que part la plus grande partie des fils qui sortent de trois mammelons : chaque reservoir est destiné à fournir un mammelon ; c'est ce qu'on découvre avec un peu de patience, non-seulement on voit toûjours la pointe de chacun de ces corps terminée par un fil, mais si on ménage les parties voisines, on trouve quantité de fils distincts qui partent de l'extrémité de ces corps, & on suit les fils jusqu'aux mammelons.

Enfin à l'origine des mammelons, on distingue divers tuyaux charnus, il y en a apparemment autant que de mammelons. Si on enleve doucement la membrane ou la legere pellicule qui paroît couvrir ces tuyaux, on trouve qu'intérieurement ils sont remplis de fils, tous separés les uns des autres, & qui par conséquent, sous une enveloppe commune, avoient chacun une enveloppe particuliére, ou qui étoient comme des coûteaux dans une guaîne.

Il est vrai qu'en suivant la route de ces fils, on en trouve quantité qui viennent de plus loin que de la pointe des grands reservoirs. Les uns paroissent venir du milieu, les autres d'un peu plus bas, les autres d'un peu plus haut ; de sorte que je crois que cette immense quantité de fils qui se rassemble près des mammelons de l'Araignée, ne tire pas toute son origine des pointes de reservoirs. Il me paroît plus probable qu'il y en a qui sortent de tous leurs coudes, ou peut-être de différens endroits de ces corps ; ce qui est certain, c'est que ces corps paroissent avoir une enveloppe commune, & que l'on rencontre beaucoup de fils qui suivent leurs sinuosités.

Mais comment la liqueur s'assemble-t-elle dans les larmes? Comment des larmes passe-t-elle dans les grands reservoirs?

Elle a apparemment des routes que nos yeux ne peuvent appercevoir. Le célébre Malpighi, tout clairvoyant qu'il étoit, quand il nous a donné l'anatomie du Ver à ſoye, s'eſt contenté de décrire le vaiſſeau où s'aſſemble la liqueur, d'où les vers tirent la ſoye. Il ne nous a expliqué ni la route par laquelle cette liqueur y entre, ni même, exactement parlant, la route par laquelle elle en ſort. Que pouvons-nous faire dans un inſecte plus petit que le Ver à ſoye, & où la nature a employé 6 ou 7000 fois plus de parties? Contentons-nous de faire quelques reflexions ſur la prodigieuſe ductilité de la matiére dont les fils des Araignées ſont compoſés, & ſur la prodigieuſe fineſſe des trous par où ils paſſent, & des tuyaux où ils ſe moulent. Nous avons dit, & nous n'avons pas craint de trop dire, que du bout de chaque mammelon, il peut ſortir plus de 1000 fils. Ce bout de mammelon n'a pourtant pas plus de diametre qu'une petite épingle, & les trous ſont néceſſairement ſéparés les uns des autres, par des intervalles qui doivent être beaucoup plus grands que les trous mêmes. Mais nous ne conſiderons encore que les plus groſſes Araignées; ſi nous examinons les Araignées naiſſantes, produites par celles-ci, nous verrons qu'elles ne ſont pas plûtôt ſorties de la coque de l'œuf, qu'elles filent: à la vérité, leurs fils ne ſçauroient guéres être apperçûs, mais on voit fort bien les toiles qui en ſont formées; ſouvent elles ſont auſſi épaiſſes que celles des Araignées de maiſon; & cela, parce que 4 à 5 cens petites Araignées concourent enſemble à ce même ouvrage. Quelle eſt alors la petiteſſe des trous de leurs filieres! C'eſt où l'imagination ne peut aller: à peine pourra-t-elle ſe repréſenter la petiteſſe de chacun de leurs mammelons. Ces Araignées entiéres ſont peut-être moins groſſes que ne l'eſt un mammelon de celle qui leur a donné naiſſance; il eſt aiſé de le voir. Chaque groſſe Araignée fait 4 à 500 œufs; ces œufs ſont enveloppés d'une coque, & dès que les petites Araignées ont rompu cette coque, elles commencent

à filer. Combien ſont donc déliés chacun des fils qui ſortent de leurs mammelons? Il ſeroit inutile de faire voir que la nature ſçait encore pouſſer beaucoup plus loin la ductilité de cette matiére. Nous pourrions pourtant le montrer. Certaines Araignées ſont ſi petites à leur naiſſance, qu'on ne ſçauroit les diſtinguer ſans le ſecours du microſcope; elles ſont alors rouges, & comme elles ſont jointes une infinité enſemble, elles ne paroiſſent à la vûë ſimple que comme diverſes traînées de points rouges; cependant ſous ces Araignées preſque imperceptibles, il ſe forme des toiles; elles filent donc. Mais quelle eſt la tenuité des fils qui ſortent de chacun des trous de leurs mammelons? Un cheveu doit être plus gros comparé avec ces fils, que le lingot le plus gros n'eſt gros par rapport au fil d'argent trait. Enfin, ces fils qui ſe ſoûtiennent cependant, ont moins de diametre que n'a d'épaiſſeur la legere couche d'or qui couvre l'argent le plus étendu. Ils ſont certainement des ouvrages étonnants, auſſi ſont-ils des ouvrages du grand Maître.

La matiére dont ſont formés les fils de ſoye, eſt, comme nous l'avons dit, une matiére viſqueuſe. Les larmes ſont les premiers reſervoirs où on la trouve aſſemblée, & ceux où elle a le moins de conſiſtance; elle en a beaucoup davantage dans les ſix grands reſervoirs où elle a été portée par des canaux de communication; elle en acquiert en chemin faiſant; une partie de l'humidité ou de la liqueur aqueuſe qui y étoit mêlée, s'en diſſipe pendant ſa route, ou en eſt ſéparée par des parties deſtinées à cet uſage. Enfin, cette liqueur en allant aux mammelons par des tuyaux particuliers, ſe ſéche encore davantage, elle devient fil. Au ſortir de la filiére, ces fils ſont cependant encore gluants; ceux qui ſont ſortis de différents trous ſe collent enſemble à quelque diſtance de là. Cette matiére n'eſt parfaitement ſéche, que lorſque le reſte de l'humidité s'eſt évaporé à l'air.

Tout cela ſe prouve parfaitement, ſi l'on fait ſécher près du feu, ou ſi l'on fait bouillir dans l'eau, une groſſe Araignée.

Lorſqu'on

Lorſqu'on ne l'a pas fait cuire pendant long-temps, ou qu'on ne l'a pas fait beaucoup ſécher, on trouve que les larmes ont plus de conſiſtance, elles ſe tirent en fils, & la matiére des grands reſervoirs ne peut plus s'y tirer. Le même degré de chaleur qui a ſuffi pour ſécher la premiere matiére, ne ſuffit pas pour ſécher la ſeconde. Enfin, ſi on fait cuire l'Araignée juſqu'à un certain point, la matiére des larmes ne ſe laiſſe plus tirer en fils, elle paroît une eſpéce de colle dure; d'où il eſt clair que c'eſt préciſément en ſéchant, ou parce que l'humidité inutile s'évapore, que la matiére de la ſoye devient ſoye.

Une expérience aſſés ſéduiſante m'avoit preſque fait croire que ce n'eſt point par l'évaporation d'une matiére aqueuſe que les fils de ſoye prennent leur conſiſtance. Ayant tiré des fils du derriere d'une Araignée, & les ayant entortillés ſur un petit morceau de bois, comme ſur une bobine, je plongeai l'Araignée & le morceau de bois dans l'eau, & faiſant tourner le morceau de bois autour de lui-même, je devidai pendant auſſi long-temps que je voulus, des fils de ſoye.

Je n'étois pas inſtruit alors de la méchanique par laquelle les Araignées filent. J'ignorois que les fils, avant que de ſortir des filiéres, avoient déja aſſés de conſiſtance; à la vérité, il leur manque quelque choſe, mais ce qui leur manque n'eſt pas ſuffiſant pour empêcher qu'ils ne ſe devident. Au reſte, ils n'achevent point de ſe ſécher dans l'eau; ce qui le prouve déciſivement, c'eſt que ſi on met tremper dans l'eau froide les larmes ou les grands reſervoirs, ils n'y prennent aucune conſiſtance, & auſſi l'eau ne les diſſout-elle point, ils reſtent dans l'état où on les y a mis.

Si au contraire on laiſſe pendant quelque temps une Araignée plongée dans l'eſprit de vin, la matiére des larmes & des grands reſervoirs prend la même conſiſtance qu'elle eût priſe ſi on eût fait ſécher l'Araignée; mais l'eſprit de vin ne la diſſout pas non plus que l'eau.

Au reſte, la matiére de ces reſervoirs étant ſéche, reſſemble

à la ſoye par ſa couleur, mais elle ne lui reſſemble qu'en cela. Elle eſt ſemblable à une gomme ou à une colle tranſparente; elle ſe caſſe ſi on la plie juſqu'à un certain point ou un certain nombre de fois. C'eſt une matiére qui ne peut, comme le verre, être flexible, que quand elle eſt diviſée en des filets fort deliés ; & peut-être que ſi la nature a ſi fort multiplié le nombre des trous des filiéres dans les Araignées, c'eſt parce que la matiére de la ſoye qui ſe forme dans leurs corps, eſt plus caſſante que la matiére de la ſoye des Vers; elle a beſoin d'être diviſée en plus de parties: ſans cela, à quoi bon former un grand nombre de fils ſéparés, qui enſuite ſe réuniſſent? Un ſeul canal auroit pû faire un fil plus gros.

Il y a apparence que la matiére des reſervoirs expoſée à l'air, ne ſe ſéche jamais parfaitement; je veux dire, que les parties du milieu reſtent un peu humectées; la ſurface extérieure doit ſécher la premiére; cette ſurface étant ſéche, ne peut plus être diſſoute par l'eau, elle n'en peut plus être pénétrée; elle doit donc empêcher l'humidité qui eſt au milieu de la maſſe, de ſortir, comme elle empêche l'humidité extérieure d'entrer; & c'eſt peut-être encore là une des raiſons pour leſquelles la nature a rendu les fils d'Araignées ſi deliés. Pour être forts, il eſt néceſſaire qu'ils ſoient ſecs, & ils n'auroient pas pû ſécher aſſés s'ils euſſent été moins deliés.

Enfin, il n'eſt pas ſurprenant que l'humidité s'étant une fois évaporée de la matiére de la ſoye, elle n'y puiſſe plus rentrer pour la diſſoudre; les intervalles qui ſont entre les parties de cette matiére, deviennent trop petits. La Phyſique nous fournit mille exemples ſemblables.

Il ſeroit temps d'expliquer d'où naît la prodigieuſe ductilité de cette matiére, de tâcher d'en faire connoître la nature, mais il eſt plûtôt temps de ceſſer de lire; * ce ſeroit mal reconnoître l'attention qu'on a bien voulu me donner, que de faire acheter le récit de quelques faits, par le récit de raiſonnemens toûjours incertains.

* Ce diſcours fut lû dans une Aſſemblée publique.

EXPLICATION DE LA PLANCHE.

Figure premiere, eſt une des eſpéces d'Araignées qui filent de la ſoye, vûë par deſſus.

Figure II. La même Araignée vûë en deſſous. *AA* marquent l'endroit où le ventre ſe joint à la poitrine.

En *B* ſont les mammelons & l'anus.

DD montrent l'endroit où ſont placés les premiers reſervoirs que nous avons appellés larmes.

EE montrent de même l'endroit où ſont les derniers reſervoirs.

Figure III. eſt une partie du ventre d'une Araignée repréſentée plus grande que nature.

F eſt l'anus.

GGGG ſont les quatre grands mammelons ſeuls viſibles quand l'Araignée les couche comme ils ſont ici ; ce qu'elle fait le plus ſouvent quand on la tient.

Figure IV. eſt encore une partie du ventre d'une Araignée repréſentée plus grande que nature, où l'on voit tous les mammelons diſpoſés comme ils le ſont lorſqu'on preſſe le ventre de l'inſecte.

HH ſont les deux mammelons les plus éloignés de l'anus. Un paquet de fils *a* ſort d'une partie d'un de ces mammelons.

II ſont deux grands mammelons à peu-près égaux aux précédens.

KK ſont deux mammelons plus petits, *L* eſt une partie charnuë qui recouvre le derriere de l'Araignée, elle la releve pour laiſſer ſortir les excrémens.

OMP ſont trois mammelons repréſentés plus grands que nature ; différentes eſpéces d'Araignées les ont faits différemment.

O eſt un des mammelons *H.*

M eſt un des mammelons *I ;* on voit que d'une petite partie de celui-ci, il ſort un nombre prodigieux de fils ſéparés *N.*

P eſt un des mammelons du milieu *K;* les uns & les autres ont quantité de poils, mais on les auroit rendus trop confus, ſi on eût mis tous ceux que le microſcope y fait voir.

Figure V. *RQS* eſt un des reſervoirs que nous avons appellés larmes; la partie *Q* eſt la plus proche de *AA* dans la Figure ſeconde. *R* eſt partie de la larme qui ſe termine en pointe, *S* eſt celle qui fait un lacis avant que d'arriver aux grands reſervoirs.

Figure VI. ſont trois des grands reſervoirs placés les uns auprès des autres, un peu moins proche pourtant qu'ils ne le ſont naturellement. On a eu en vûe de montrer qu'ils ſont trois, dans l'animal ils ne ſemblent au premier coup d'œil faire qu'un même corps. *VVV* ſont leurs bouts les plus proches de la tête de l'inſecte.

TTT ſont leurs bouts les plus deliés, & les plus proches de l'anus.

Figure VII. eſt un de ces reſervoirs, vû ſéparément.



PROPRIETÉS DES TRAPEZES.

Par M. DE LA HIRE.

ENtre toutes les figures de quatre côtés, il n'y en a point de plus irreguliére que le Trapeze, car ſes côtés n'ont aucun rapport entr'eux, ni ſes angles non plus. Auſſi nous ne trouvons dans les Anciens aucun Theoreme ſur cette figure, & ils n'en ont donné ſeulement que le nom pour la diſtinguer des autres. Cependant on en a trouvé depuis quelque temps quelques propriétés fort ſinguliéres; en voici une qu'on dit avoir été découverte par M. de Roberval. 23 Aouſt 1713.

Si l'on diviſe chaque côté d'un Trapeze en deux également, & qu'on mene des lignes par les points de diviſion, elles formeront un parallelogramme, & cela eſt auſſi vrai de toute figure de quatre côtés, quels qu'en ſoient les angles.

La démonſtration en eſt ſi ſimple & ſi facile, qu'elle ne mériteroit pas d'être rapportée ici; cependant, comme il y a encore quelques remarques à y faire, je les donnerai à la fin de ce mémoire.

Voici d'autres propriétés de cette figure, leſquelles j'ai trouvées depuis peu.

Soit dans la premiere figure le Trapeze $ABED$ dont deux de ſes côtés AD, BE ſe rencontrent en F. Ayant diviſé AB en deux également en O ſoit tiré FO; & par les points D & E ayant mené les lignes Db, Ea chacune parallele à AB & terminées en b & a aux deux lignes BE, AD. Il eſt évident que Db & Ea ſeront chacune coupée en deux également par FO en d & en h.

Maintenant ſi par les points h & d on mene hL parallele à AD, & dM parallele à EB:

1.° Je dis qu'elles ſe rencontreront en K ſur DE, & de plus que le point K coupera en deux également DE.

DÉMONSTRATION.

Dans le triangle *EDa* le côté *Ea* eſt coupé en deux également en *h*, & *hK* eſt parallele à *Da ;* donc *DE* ſera coupée en deux également en *K* par *hK.*

De même dans le triangle *DEb* le côté *Db* eſt coupé en deux également en *d*, donc *dM* qui eſt parallele à *EB* coupera auſſi *DE* en deux également en *K;* donc le point *K* eſt la rencontre commune de *hL* & de *dM* ſur *DE:* ce qu'il falloit démontrer.

2.° Mais ſi par les points *A* & *h* on tire la ligne *Ah* qui rencontre *DE* en *T*, & enſuite la ligne *DL* qui rencontre *AT* en *H*, je dis que *AH* eſt égale à *HT.*

DÉMONSTRATION.

Si par le point *L* on mene *LN* parallele à *DE*, & par le point *K* la ligne *KS* parallele à *AB*, on formera les deux triangles *LAN, KSD* qui ſeront ſemblables & égaux au triangle *EhK* à cauſe de leurs côtés paralleles, & des côtés égaux *LN, KD, EK;* donc *NA* ſera égale à *Kh* à qui elle eſt parallele: donc ayant tiré la ligne *KN*, il ſe formera le parallelogramme *KNAh* & *KN* ſera égale & parallele à *Ah.* Mais il ſe forme auſſi un autre parallelogramme *KDNL* à cauſe des paralleles *KD, NL* & *DN, KL*, & dans ce dernier les deux diagonales *DL, KN* s'entrecoupent en deux également au point *R*, & comme *KN* eſt coupée en deux également en *R* par *DL*, auſſi *AT* parallele à *KN* le ſera par la même *DL* en *H:* ce qu'il falloit démontrer.

Je dis encore que la ligne *LE* eſt parallele à *AT* ou à *KN;* car puiſque *DE* eſt coupée en deux également en *K* & *DL* en *R* par *KRN*, auſſi *EL* ſera parallele à *KN.*

Ce que je viens de démontrer du côté de *D* pour *KL*, ſe trouvera de même du côté de *E* pour *KM;* car puiſque *dKM* eſt parallele à *EB*, ſi par les points *d* & *B* on tire la ligne *dB*

fig. 2.e

fig 1.re

A A D D E E B

fig. 4.e

A H H K K I I L

M O

a

S

V

fig. 6.e

fig. 7.e

T T T



qui rencontre *DE* en *t*, & la ligne *EM* qui rencontre *Bt* en *I*, je dis que *BI* eſt égale à *Bt*.

DÉMONSTRATION.

Car ſi par le point *M* on mene *MP* parallele à *DE* qui rencontre *EB* en *P*, il eſt évident qu'on formera le triangle *MBP* égal & ſemblable, & ſemblablement poſé au triangle *DdK* puiſque leurs côtés ſont paralleles, & que l'un *MP* eſt égal à *KE* égal à *DK*. Il ſe formera donc le parallelogramme *KEPM* ; mais *dK* & *BP* ſont paralleles & égales ; c'eſt pourquoi la diagonale *EM* coupera l'autre diagonale *KP* en deux également en *V*. Mais comme il ſe forme auſſi l'autre parallelogramme *dKPB* ; donc *dB* eſt parallele à *KP*, & par conſéquent *Bt* parallele à *PK*, ſera coupée en deux également en *I* par la même diagonale *EM*.

On démontrera auſſi comme on a fait pour *LE* que la ligne *MD* ſera parallele à *Bt* ou à *KP*.

3.° Je dis de plus que les deux lignes *Ah*, *Bd* ſe rencontrent en un même point *T* ſur *DE*, ou, ce qui eſt la même choſe, que les deux points *Tt* ne ſont qu'un même point.

Ayant tiré *EQ* parallele à *DA*, laquelle rencontre *AB* en *X*, on aura *AL* égale à *LX*, car *DE* eſt coupée en deux également en *K*, mais *AT* étant prolongée juſqu'à *EQ* en *Q*, on a *EQ* égale à *EX*, puiſque *AL* eſt égale à *LX*, & que *AQ* eſt parallele à *LE*. Donc *DA* : *EQ* ou *EX* : : *DT* : *TE*. Mais auſſi *DA* : *EX* : : *DG* : *GE*. Donc *DT* : *TE* : : *DG* : : *GE*, & compoſant *DT* plus *TE* ce qui eſt égal à *DE* : *TE* : : *DG* plus *GE* : *GE* ; & prenant la moitié des antécédens, on aura *KE* : : *TE* : : *KG* : *GE*, car *KG* eſt la moitié de *DG* plus *GE*, & diviſant *KE* moins *TE*, ce qui eſt égal à *KT* : *KE* : : *KG* moins *GE*, ce qui eſt égal à *KE* : *KG*. Donc enfin les trois lignes *KT*, *KE*, *KG* ſont en proportion continuë.

On fera la même démonſtration de l'autre côté en tirant par le point *D* la ligne *YDZ* parallele à *EB*, laquelle

rencontre *AB* en Z, & l'on aura *MB* égale à *MZ*, car *DE* eſt coupée en deux également en *K*, & prolongeant *Bt* juſqu'à *DZ* en *Y*, on aura *DY* égale à *DZ*, car *DE* eſt coupée en deux également en *K*, & *MD* eſt parallele à *BtY*; donc à cauſe des triangles ſemblables formés par les paralleles on aura,

EB : *DY* ou *DZ* : : *Et* : *tD*; mais auſſi *EB* : *DZ* : : *GE* : *GD*; Donc *Et* : *tD* : : *GE* : *GD*, & compoſant, on aura,

Et plus *tD*, ce qui eſt égal à *DE*: *Et* : : *GE* plus *GD*: *GE*, & prenant la moitié des antecedens on a,

KE : *Et* : : *KG* qui eſt égale à la moitié de *GE* plus *GD*: *GE*, & diviſant on a *KE* moins *Et*, ce qui eſt égal à *Kt* : *KE* : : *KG* moins *GE*, ce qui eſt égal à *KE* : *KG*.

Donc enfin les trois lignes *Kt*, *KE*, *KG* ſont en proportion continuë comme les trois lignes *KT*, *KE*, *KG*; mais comme les deux *KG*, *KE* ſont les mêmes, il faut auſſi néceſſairement que *KT* & *Kt* ſoient la même, ce qui eſt évident; & par conſequent les points *Tt* ne ſont qu'un même point ſur *DE* où ſe rencontrent *Ah* & *Bd*: ce qu'il falloit démontrer.

On démontrera la même choſe pour les côtez *AD*, *AB* & *BE* que pour *DE*; car les ayant diviſés en deux également, & y ayant trouvé des points comme le point *T* ſur *DE*, on aura auſſi trois lignes en proportion continuë ſur chacun, comme *KT*, *KE*, *KG* ſur *DE* en commençant aux points comme *K*, ou ſur *AB* comme au point *O*, où les trois lignes *Og*, *OB*, *OG*, ſont en proportion continuë.

4°. Je dis maintenant que ſi l'on tire des lignes comme *Tg* par les diviſions *T* & *g* des deux côtés oppoſés *DE*, *AB*, elles concourront au même point *F* de rencontre des deux autres côtés *AD*, *BE*.

Cette

Cette seconde Figure a été séparée de la premiere pour éviter la confusion des lignes.

DÉMONSTRATION.

Ayant mené la ligne FT qui rencontre Db en n & AB en m, & comme nous avons vû que dB passe en T, il se formera deux triangles semblables Tdn, TBm, & de même deux autres TDd, TGB, & d'autres encore à cause des paralleles Db, AB, d'où l'on tire, FIG. II.

$dn : Bm :: Dd : GB$ ou bien alternant $dn : Dd$, ou $db :: Bm : GB$; mais aussi $dn : db :: Om : OB$. Donc $Bm : GB :: Om : OB$, & renversant en alternant $Om : Bm :: OB : GB$, & composant,

$Om : Om$ plus Bm, ce qui est égal à $OB :: OB : OB$ plus GB, ce qui est égal à OG; donc les trois lignes Om, OB, OG sont en proportion continuë. Mais aussi on avoit les trois lignes Og, OB, OG en proportion continuë; donc le point m est le même que le point g, & par consequent la ligne Tg passe en F: ce qu'il falloit démontrer.

Ce sera la même démonstration pour les deux autres côtés AD, BE; car s'ils sont divisés chacun en deux également en l & en i, & ayant trouvé les points o & p, en sorte que lo, lD, lF & ip, iE, iF soient aussi en proportion continuë, la ligne op passera par le point G.

5°. Je dis encore que le point f étant la rencontre des lignes Tg, po, si l'on divise Tg en deux également en y, on aura yf, yT, yF en proportion continuë, & de même de la ligne po.

De plus je dis que si l'on mene dans le Trapeze les deux diagonales AE, DB, elles se rencontreront au point f où les deux lignes Tg, po se rencontrent, & si l'on prolonge ces deux diagonales jusqu'à la ligne FG comme AE en q, & qu'on divise AE en deux également en v, on aura aussi vf, vE, vq en proportion continuë. Mais si DB se trouvoit

parallele à *FG*, dans ce cas le point *f* diviseroit *DB* en deux également, & les trois lignes qui devroient être en proportion continuë, se trouveroient être égales entr'elles, & à *fD* ou à *FB*.

Enfin je dis que si l'on mene les lignes *oT*, *gp*, elles se rencontreront sur la ligne *AE* au point *q*, & si on les divise chacune en deux également, elles donneront encore trois lignes en proportion continuë, dont celles du milieu seront déterminées par les rencontres des lignes *FB*, *GD*.

Il seroit trop long de démontrer chacun de ces cas en particulier, & il ne sera pas difficile, en se servant de la même methode que j'ai employée ci-devant pour les parties *Og*, *OB*, *OG* de la ligne *AG* : mais tous ces cas differents peuvent aussi se démontrer sans beaucoup de peine, en y appliquant les propositions élémentaires qui sont dans le premier livre de mon Traité des Sections Coniques, *in folio*, imprimé en 1685. car si l'on a trois parties d'une ligne, lesquelles soient en proportion continuë, & qu'on adjoûte à cette ligne la partie du milieu pour n'en composer qu'une seule ligne, comme dans la premiére Figure de ce Memoire, où *KT*, *KE*, *KG* sont en proportion continuë, à laquelle adjoûtant *KD* égale à *KE*, on aura alors une ligne *DG* divisée en trois parties aux points *TE*, en sorte que le rectangle fait de la toute *DG* sur la partie du milieu, *TE* sera égal au rectangle fait des deux parties extrêmes *DT*, *GE*, & c'est cette division de ligne que j'ai appellée *en trois parties harmoniquement*, & au contraire : ce qui est très-facile à démontrer.

6°. Il reste encore une propriété du Trapeze, qui est que les trois lignes *FO*, *DL*, *EM* dans la premiére Figure concourront en un même point *C* au-dessous de *DE* comme dans cette Figure ou au-dessus, ou qu'elles seront toutes trois paralleles entr'elles.

DÉMONSTRATION.

La ligne *KS* parallele à *ha* ou à *Dd* coupera *dh* en deux également en *e,* puiſqu'elle coupe *DE* en deux également en *K;* & à cauſe des triangles ſemblables *deK, dOM, heK hOL,* on aura *de* : *eK* : : *dO* : *OM,* & de même *de* ou *he* : *eK* : : *hO* : *OL;* donc *dO* : *OM* : : *hO* : *OL,* ou bien *dO* : *hO* : : *OM* : *OL.*

Mais ayant prolongé *LK* juſqu'à *dh* en *f,* & *Ea* rencontrant *DL* en *r,* on aura à cauſe des triangles ſemblables *dO* : *hO* : : *Lf* : *Lh* & : : *Df* ou *ha* ou *hE* qui ſont égales entr'elles : *hr;* donc *OM* : *OL* : : *hE* : *hr* : mais les lignes *Er* & *LM* ſont paralleles entr'elles, & leurs parties étant en même raiſon, il s'enſuit que les lignes *EM, FO, DL* qui ſont ces parties, concourront en un même point qui ſera *C* : ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il s'enſuit de tout ceci, que les deux lignes *GD, GA* demeurant dans la même poſition, ſi au lieu de *DA* & de *EB* on tire d'autres lignes comme on voudra par les mêmes points *D, E,* leſquelles rencontrent *GA* en quelques points que ce ſoit, il s'en formera un autre Trapeze, mais les parties *KT, KE, KG* de la ligne *DG* demeureront toûjours les mêmes, & dans la proportion continuë.

De plus ſi les côtés *DA, EB* menés comme on voudra par les points *DE,* ſont coupés par quelqu'autre ligne que ce ſoit menée par le point *G,* ce qui formera encore d'autres Trapezes tout differents du premier; cependant les points *KTE* de la ligne *DG* ne changeront pas, & leurs parties ſeront toûjours dans la même raiſon, puiſque *DE* ne change pas non plus que *DG,* & que le point *K* doit auſſi diviſer *DE* en deux également, & *KT* étant la troiſiéme proportionelle après *KG* & *KE.*

Voici enfin ce que j'avois promis au commencement de

ce Memoire ſur la propoſition de M. de Roberval.

FIG. III. En tout triangle *ABC* on peut former très-facilement une infinité de parallelogrammes tous égaux entr'eux, & chacun égal à la moitié du triangle.

Soit diviſé chacun des deux côtés *AB, AC* en deux également en *E* & en *F*, & du ſommet *A* ayant mené la ligne *AD* comme on voudra à la baſe, des points *E, F*; ſoit mené juſqu'à la baſe les lignes *EG* & *FH* paralleles à *AD*, & ſoit tiré *EF*; il eſt évident que la Figure *EFGH* eſt un parallelogramme, & de plus qu'il eſt égal à la moitié du triangle; car par la conſtruction le triangle *AEF* eſt le quart du triangle *ABC*, & le parallelogramme *EFGH* qui a ſa baſe commune avec le triangle & ſa hauteur égale, en ſera double : ce qu'il falloit démontrer.

FIG. IV. Maintenant en tout Trapeze *ABCD* ſi l'on diviſe chacun de ſes côtés en deux également aux points *EFGH*, & que par ces points de diviſion on mene les lignes *EF, EH, GF, GH*, je dis que la figure qui s'en formera, ſera un parallelogramme *EFGH*, & c'eſt la propoſition de M. de Roberval.

La démonſtration en eſt bien ſimple, car ſi l'on mene dans le Trapeze les deux diagonales *AC, BD*, il eſt évident que *GH* & *FE* ſeront chacune parallele à *AC*, à cauſe de la diviſion égale des côtés; donc *GH* & *FE* ſeront paralleles entr'elles; & de même *FG* & *EH* ſeront paralleles à *BD*, & par conſequent paralleles entr'elles; donc la Figure *EFGH* eſt un parallelogramme.

J'adjoûte à cette propoſition, que le parallelogramme *EFGH* eſt égal à la moitié du Trapeze; car par la proprieté du triangle que je viens de démontrer, le parallelogramme *EFIK* eſt la moitié du triangle *ADC*; donc, &c.

FIG. V. J'adjoûte encore que ſi au lieu d'un Trapeze on poſe un quadrilatere tel qu'on voudra *ABCD*, mais qui ait un angle rentrant *ABC*, on y formera auſſi un parallelogramme par la même methode que la precedente, mais ce parallelogramme

EFGH sera égal à la moitié du quadrilatere *ABCD*, plus la moitié du triangle *ABC* excedent & formé dans l'angle rentrant *ABC* : car si l'on prolonge les côtés *FG*, *EH* du parallelogramme jusqu'à *AC* en *I* & en *K*, on aura par ce qui a été démontré du triangle, le parallelogramme *EFIK* égal à la moitié du triangle *ADC*, & si de ce triangle on retranche le triangle *ABC*, il restera le quadrilatere proposé *ABCD*; & si de la moitié qui est le parallelogramme *EFIK*, on en retranche la moitié du triangle *ABC* qui est le parallelogramme *HGIK*, il restera le parallelogramme *EFGH* égal à la moitié du quadrilatere *ABCD* joint à la moitié du triangle *ABC* : ce qu'il falloit démontrer.

NOUVELLE DE'COUVERTE

DES FLEURS ET DES GRAINES

D'une Plante rangée par les Botanistes sous le genre du LICHEN.

Par M. MARCHANT.

LA plûpart de ceux qui ont travaillé sur l'Histoire des Plantes, ont fait mention de celle qui fait le sujet de ce Memoire; les uns l'ont décrite & en ont donné la figure, les autres ont publié ses vertus, & il y a peu de pharmacopées où cette plante ne soit employée dans des compositions galeniques, ou dans des remedes topiques. Mais comme entre les Botanistes, soit anciens, soit modernes, qui ont donné des définitions des caracteres génériques des Plantes, on n'en voit point qui ait veritablement connu les fleurs ni les graines de cette Plante, on rapportera ici la découverte de ses parties ci-devant inconnuës. 26. Avril 1713.

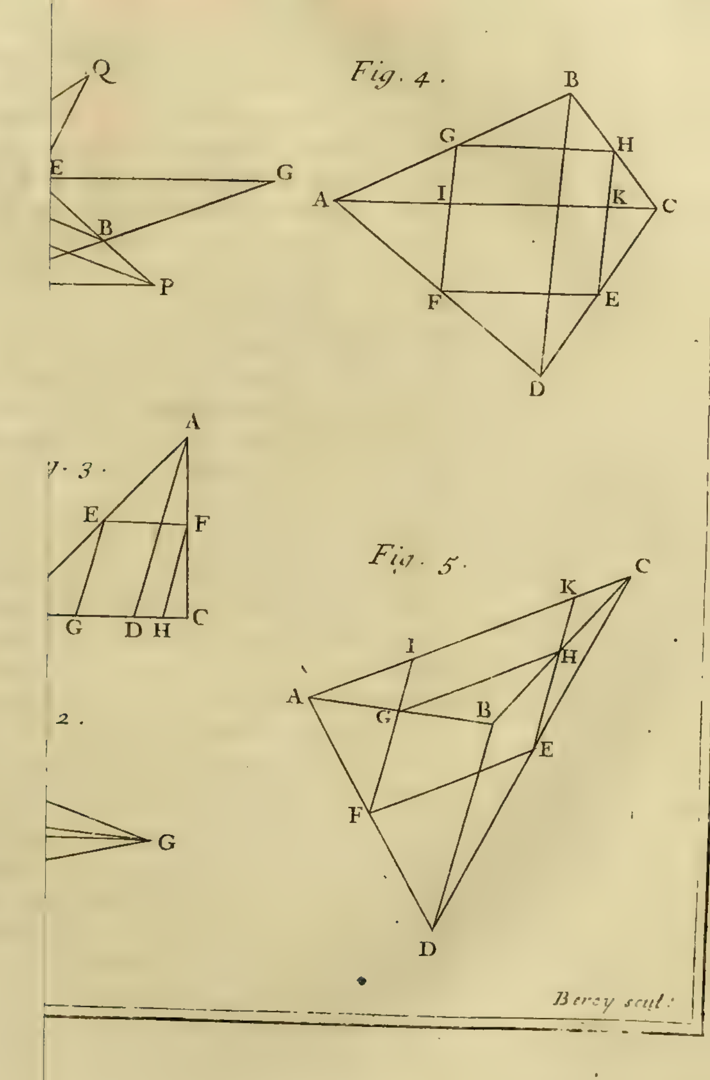
Quelques-uns de ces Auteurs font consister le caractere générique du Lichen en des plantes imparfaites, dont les

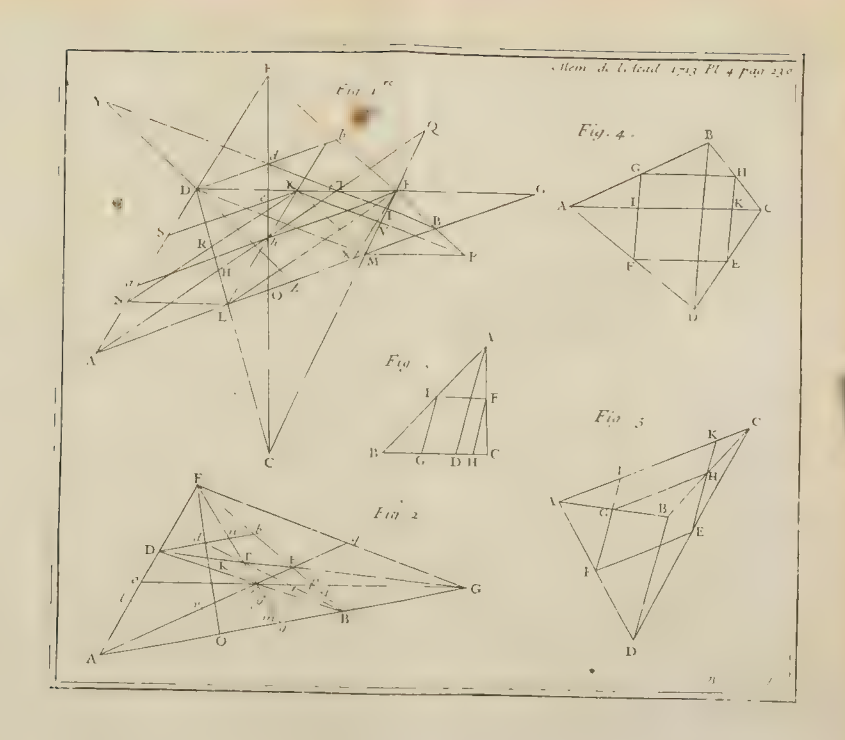
feuilles s'étendent ſur la ſurface de la terre ou ſur le tronc des arbres, & ils diviſent ces herbes en plantes ſteriles & en plantes portant des ſemences. D'autres établiſſent le genre du Lichen en plantes qui ne portent point de tiges, & en plantes qui portent des tiges.

Enfin le plus moderne de ces Auteurs, *Inſt. R. herb.* définit le Lichen un genre de plante qui ne porte point de fleurs, mais dont le fruit reſſemble en quelque façon à un baſſin rempli de folle farine, ou très-menuë ſemence, qui étant vûë au microſcope paroît à peu-près ronde.

Après avoir rapporté le ſentiment de ces Hiſtoriens ſur la nature du Lichen, pour éviter tout équivoque, nous déclarons que notre obſervation eſt faite ſur la Plante nommée dans le Pinax de Gaſp. Bauh. *Lichen petræus ſtellatus*, & que notre deſſein n'eſt pas de décider ſi les trois premiéres eſpéces de ce genre de Plantes, rapportées dans ce même Auteur, ne ſont que des variétez de cette Plante, ainſi qu'il ſemble que J. Bauhin l'a cru, puiſqu'il ne donne que la deſcription & la figure du Lichen étoilé pour ces trois eſpéces, & qu'il reproche à pluſieurs Auteurs célebres de n'avoir décrit que le même Lichen, quoiqu'ils expoſent trois figures différentes. Nous ne parlerons point auſſi de ce que cette Plante a de commun avec les autres eſpéces de Lichen ; mais nous tâcherons de faire connoître ce qu'elle a de particulier, & qui fait l'objet de cette diſſertation.

Chaque tige de cette Plante *(Fig. 1.)* de grandeur naturelle : *(Fig. 2.)* la même vûë à la loupe ainſi que toutes les ſuivantes, porte à ſon extrémité une étoile ou roſette d'un demi-pouce de diametre, poſée horizontalement, pour l'ordinaire compoſée de neuf rayons, qui, avec la tige, forment en quelque maniére la charpente d'un paraſol, & dont l'extrémité de chaque rayon eſt terminée en pointe obtuſe un peu recourbée en embas & ſillonnée en deſſous. Le deſſous de chacun de ces rayons *(Fig. 3.)* depuis leur origine juſques vers le milieu de leur longueur, eſt garni de pluſieurs


Q
E
G
B
P
Fig. 4.
B
G
H
A
I
K
C
F
E
D
A
3.
E
F
G
D
H
C
Fig. 5.
C
K
I
H
A
G
B
E
F
D
2.
G
Berey sculp.


Fig. 4.
Fig. 2
Fig. 5
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K

membranes *A*, un peu confusément rangées entre des lignes paralleles ; ces membranes sont fort minces, transparentes, de couleur verd-blancheâtre & godronnées par les bords. D'entre ces membranes sortent huit à dix boutons *B* aussi verd-blancheâtres membraneux, rayez, & à plusieurs pans terminez en pointe, & qui alors par leur figure ont un peu de rapport aux vessies de l'Alkekenge des Indes, mais ils sont moins ronds.

Chaque bouton étant ouvert *C* forme un calice en gobelet renversé, étroit par sa base, plus large & dentelé par le bord ; & de sa cavité, il sort un pedicule qui porte une fleur *D* de la figure d'une coupe ou tasse antique en maniére de godet, de couleur citron tirant sur l'orangé, legerement dentelée en ondes par le bord, qui se renverse en dehors, & cette coupe qui a tout au plus une demi-ligne de diametre, est ordinairement inclinée en embas.

Au même temps que cette fleur s'épanouit, on y découvre au dedans une touffe de filets soyeux très-fins *E* de couleur jaune-doré, fort serrez entr'eux, & qui ensemble représentent assés bien une houpe de soye, dont les brins seroient chiffonez & repliez, lesquels s'allongeant peu à peu & s'épanouissant visiblement, laissent échapper une infinité de très-petites particules jaunes à peu-près rondes *F*, qu'on apperçoit actuellement sortir par bouffées d'entre les filets soyeux de cette houpe, & se répandre dans l'air, ainsi que feroient les étincelles d'un tison enflammé qu'on frapperoit coup sur coup, lesquelles particules par leur extréme finesse s'évanouissent aux yeux & se perdent dans l'air. Ces fleurs ne s'épanouissent que successivement, & ayant été visibles pendant deux ou trois jours, elles deviennent de couleur rousse & se desséchent entiérement.

Il est assés vraisemblable que les petites particules jaunes dont on vient de parler, sont les graines de cette Plante, puisqu'on voit naître des millions de jeunes Plantes de la même espece aux environs des anciennes ; ce qui arrive non-seulement sur la surface de la terre, mais aussi contre

des murs graveleux, dans des cours, entre les joints ou fentes du pavé, & même jusques sur des toits voisins exposez au Nord, & principalement pendant l'Automne ou autres temps frais, ce qui nous fait appeller ces semences graines errantes ou vagabondes, à cause qu'elles se dispersent dans l'air où elles sont invisibles.

On a souvent remarqué que dans des cours nouvellement pavées à chaux & à ciment, on voit tout à coup paroître quantité de cette Plante, quoiqu'on n'y en eût point observé ci devant, ce qui pourroit faire conjecturer que la chaux par ses principes ne contribuë pas peu à faire germer ces graines.

Par ce qui vient d'être rapporté, il est certain que la structure de la fleur & de la graine du Lichen étoilé n'a point été connuë des Botanistes, puisqu'on ne trouve rien de semblable dans tous les caracteres génériques qu'ils nous ont donnés des Plantes, joint à ce qu'ils disent que le Lichen ne porte point de fleurs; or il est de quelque importance en Botanique de connoître parfaitement le caractere générique d'une Plante, sur-tout lorsqu'elle est en usage en Medecine, & c'est ce que nous croyons avoir découvert par cette observation, qui donne lieu de croire que toutes les petites Plantes qui naissent sur les troncs des Arbres, sur les toits & sur des bâtimens, quoique fort élevés, ainsi qu'on y remarque plusieurs especes de mousse, de Lichen, de moisissures ou muscositez & autres végétations, sont vraisemblablement autant de Plantes qui ne s'y produisent aussi que par des graines vagabondes, entre lesquelles par la suite on découvrira peut-être une infinité de differens genres de Plantes par rapport à la structure de leurs fleurs ou de leurs graines, lorsqu'elles auront été bien examinées, ce qui prouve parfaitement l'immense fecondité de la nature & l'étenduë de la Botanique.

Il resulte de notre observation en faveur du Lichen étoilé, qu'on découvre dans une des plus petites fleurs un mouvement continuel de plusieurs parties, ce que je ne

sçai

sçai point qu'on ait remarqué, même dans les plus grandes fleurs.

Il est vrai que les Plantes appellées *Sensitives*, resserrent leurs feuilles quand on les touche, comme font aussi les étamines de la fleur de l'Opuntia, qui étant frappées lorsque le Soleil donne dessus, se contractent; mais ces parties de Plantes n'ont un mouvement visible que lorsqu'elles sont touchées, au lieu qu'on découvre très-visiblement dans la fleur de notre Plante, que ses filets soyeux se développent & s'allongent ainsi que feroient un peloton de vermisseaux exposés à la chaleur du Soleil, & que les semences de cette même Plante se répandent continuellement comme des atomes dans l'air, ce qui fait la merveilleuse méchanique de cette fleur.

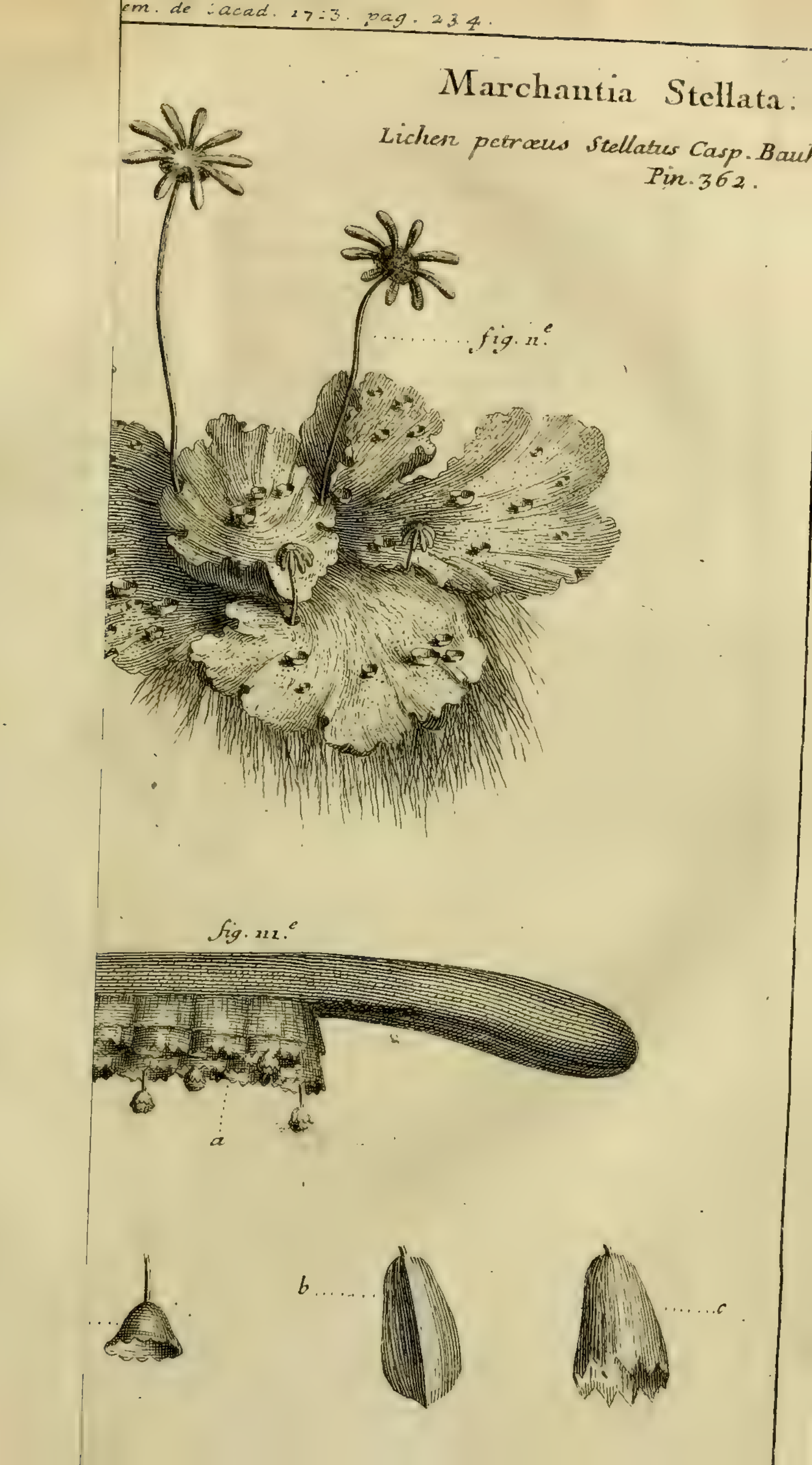
Le caractere générique de cette Plante étant donc de porter une fleur en coupe ou tasse antique remplie d'une houppe composée de filets soyeux d'où sortent par bouffées quantité de très-menuës semences, & ainsi la structure de cette fleur ne convenant point au caractere du Lichen ci-devant rapporté, & extrait des plus célébres Botanistes modernes, nous établirons pour cette Plante un nouveau genre, que nous appellerons *Marchantia*, du nom de feu M. Marchant mon pere, qui le premier eut l'honneur d'occuper une place de Botaniste dans cette Académie, lorsque le Roy en 1666 créa cette Compagnie.

Nous avertissons ceux qui voudront se donner le plaisir de voir la fleur de la *Marchantia stellata*, de la chercher après un temps d'orage ou de pluye chaude, car quoique cette Plante fleurisse presque pendant tout l'Eté, toutefois ses fleurs ne s'épanouissent bien que dans un temps chaud & humide, & l'on a remarqué que le mois d'Aoust est souvent le plus convenable pour observer ce phénomene, dont la découverte a si long-temps été cachée aux Botanistes, puisque M. Tournefort même, qui a défini le caractere générique du Lichen, ainsi qu'il a été dit, n'a fait nulle mention

de cette Plante dans aucun de ses ouvrages; ce qui a augmenté l'envie que j'avois toûjours eûe de m'assûrer parfaitement de la structure de cette fleur, que j'avouë n'avoir pû découvrir qu'après une suite d'observations faites pendant plusieurs années, à cause de la difficulté qu'il y a de trouver le moment où cette fleur s'épanouit, de son peu de durée, & de l'extrême délicatesse des parties qui la composent.

Quant à ce qui regarde les vertus de cette Plante, nous dirons qu'on l'employe dans le sirop de Chicorée, si excellent contre les maladies du foye & de la rate, dont il dégage puissamment les obstructions, & qu'on le donne contre la jaunisse & pour ramollir les duretés du ventre. On se sert aussi avec succès, de la décoction simple de la *Marchantia stellata*, ou de son eau distillée dans les maladies de la peau, ainsi que plusieurs Auteurs le confirment.




em. de l'acad. 1713. pag. 234.
Marchantia Stellata:
Lichen petræus Stellatus Casp. Baul
Pin. 362.
fig. II.e
fig. III.e
a
b
c

Marchantia Stellata.

Lichen petræus Stellatus Casp. Bauh. Pin. 362.

fig. II.

fig. I.

fig. III.

a

a

b

c

d

e

d

f

P. Simonneau ...

SUR L'HYDROPISIE
Appellée TYMPANITE.

Par M. LITTRE.

L'Air que nous reſpirons, ſi neceſſaire à notre conſervation, nous cauſe ſouvent des maladies & quelquefois la mort. Nous avons déja vû dans mon dernier Memoire, comment il produit une eſpece d'enflûre nommée *Emphyſeme ;* nous allons voir dans celui-ci, qu'il eſt la véritable cauſe d'une autre eſpece d'enflûre qui eſt beaucoup plus à craindre. 19. Juillet 1713.

L'eſpece d'enflûre dont je veux parler, eſt nommée par les Auteurs *Hydropiſie Tympanite,* & cela, parce que dans cette maladie le ventre extrémement enflé & tendu, lorſqu'on le frappe, raiſonne à peu-près comme un tambour.

Les Auteurs qui ont traité de l'Hydropiſie Tympanite, ne conviennent entr'eux ni de la cauſe qui la produit, ni du lieu où cette cauſe a ſon véritable ſiége. Les uns prétendent que cette maladie eſt l'effet d'une convulſion, d'autres veulent que l'air ſeul la produit; & d'autres aſſûrent que de l'air & de l'eau en ſont enſemble la cauſe.

Les premiers croyent que dans l'Hydropiſie Tympanite les muſcles du ventre ſont en convulſion, & que ces muſcles étant en convulſion, ſoûlevent & tendent les tegumens du ventre : Opinion tout-à-fait inſoûtenable, puiſque les muſcles du ventre, ſuivant leurs attaches & leurs diſpoſitions naturelles, né peuvent abſolument, en ſe contractant, que reſſerrer & abbaiſſer le ventre.

Les Auteurs qui regardent l'air comme la cauſe totale; ou comme la cauſe partiale de l'Hydropiſie tympanite, different entr'eux lorſqu'il s'agit de déterminer l'endroit que

cet air occupe. Les uns le placent uniquement dans la capacité du ventre, & les autres le logent partie dans la poitrine, partie dans le mesentere, & partie dans l'épiploon. Quant à ceux qui prennent l'eau pour cause partiale de cette maladie, ils veulent unanimement qu'elle soit contenuë dans la capacité du ventre.

J'ai eu occasion de faire un grand nombre d'observations sur des hommes morts d'Hydropisie tympanite. Je m'en vais rapporter celles qui me paroissent les plus considérables; les premiéres feront voir qu'on a peu connu la cause de cette maladie, & les derniéres nous en donneront une parfaite connoissance.

PREMIÉRE OBSERVATION.

Le ventre de ces sortes d'Hydropiques est aussi dur, aussi tendu & aussi sonore, ou rend les mêmes sons après la ponction, que devant.

SECONDE OBSERVATION.

Pour découvrir si dans l'Hydropisie tympanite il y avoit de l'air renfermé dans la capacité du ventre, j'ai porté un Troiquarts jusques dans cette capacité, en plusieurs corps qui étoient morts de cette maladie. Ayant retiré le poinçon du Troiquarts & laissé sa canule, j'ai presenté une bougie allumée à son embouchûre pendant qu'on pressoit le ventre tout autour, & la flamme n'en a été nullement agitée. Cette observation renverse entierement l'opinion de ceux qui prétendent que la cause de l'Hydropisie tympanite est de l'air contenu dans la capacité du ventre.

TROISIÉME OBSERVATION.

Lorsque les Hydropisies étoient recentes, je n'ai trouvé que quelque humidité dans la capacité du ventre de ces Hydropiques, & qu'environ trois chopines d'eau dans les inveterées, quantité peu considérable par rapport à la vaste

cavité du ventre & à la grosseur excessive où il parvient dans ces maladies. On ne doit donc regarder cette quantité d'eau, que comme une chose accidentelle à la maladie, & non comme une chose essentielle.

QUATRIÉME OBSERVATION.

J'ai examiné avec soin le peritoine, l'épiploon & le mesentere, dans ces sortes d'Hydropiques, & je n'ai point apperçu d'air dans aucune de ces parties : ce n'est donc point encore là qu'il faut chercher la cause de l'Hydropisie tympanite.

CINQUIÉME OBSERVATION.

J'ai toûjours trouvé dans les cadavres des Tympanites, l'estomac & les intestins fort gros & fort tendus, & sur-tout les gros intestins. J'ai souvent vû le cæcum & le colon gros comme la cuisse d'un homme; je n'ai jamais remarqué de grosseur extraordinaire dans les autres parties qui sont contenuës dans la même capacité. C'est donc uniquement l'enflûre de l'estomac, & principalement des gros intestins des Tympanites, qui produit l'enflûre extraordinaire de leur ventre.

SIXIÉME OBSERVATION.

Les membranes qui composent l'estomac & les intestins des Tympanites, sont toûjours fort minces; leur tissu cependant est encore assés resserré pour ne pas laisser échapper à travers leurs pores, l'air qu'elles renferment, & assés ferme pour résister aux efforts que ce même air fait pour s'échapper en déchirant ces membranes. L'estomac & les intestins, quoique fort gros, sont fort legers, aussi contiennent-ils beaucoup d'air; le reste qu'on y trouve, est peu de chose, & pour l'ordinaire glaireux. De cette observation on peut conclurre, que c'est de l'air, & de l'air contenu dans la cavité de l'estomac & dans celle des intestins, qui produit l'Hydropisie tympanite.

Essayons à present d'expliquer comment de l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins, peut produire une enflûre aussi considérable que celle qu'on observe dans les Hydropisies appellées tympanites.

Le même canal qui conduit les alimens, la boisson & la salive dans l'estomac, je veux dire l'œsophage, y porte aussi de l'air avec eux. L'œsophage est toûjours plein d'air, parce qu'il est toûjours ouvert par en haut & qu'il y communique avec le nés & la bouche, & par conséquent avec l'air extérieur, & quoique ce canal ne soit vraisemblablement ouvert par embas, que lorsque les alimens passent de sa cavité dans celle de l'estomac, il en passe alors assés dans ce viscere pour qu'il n'en manque point.

L'air reçû dans la cavité de l'estomac, peut y avoir trois usages.

Le premier est de contribuer à la digestion des alimens, soit par son ressort, soit par des sels & des soufres volatils qu'il contient entre ses parties.

Le deuxiéme est de donner prise aux membranes de l'estomac sur les alimens, lorsqu'ils sont en très-petite quantité, parce que ces membranes par leur contraction ordinaire ne s'approchent pas d'assés près entr'elles pour presser, écraser, &c. immédiatement ce peu d'alimens, & pour les pousser dans la cavité des intestins après qu'ils sont digerés. *Actio enim non datur in distans.* Il faut donc qu'il y ait un autre corps entre les alimens & ces membranes, qui en occupe l'intervalle; or ce corps est l'air contenu dans la cavité de l'estomac.

Le troisiéme usage est de soûtenir les parois de l'estomac, & d'empêcher par ce moyen, que par leur poids & par leur contraction elles ne s'approchent entr'elles, de sorte que la cavité en devienne si petite, qu'elle ne puisse contenir la quantité d'alimens qui est nécessaire pour la nourriture du corps.

Il y a lieu de présumer que l'air qu'on trouve aussi dans les

inteſtins, vient de l'eſtomac, & qu'il a à peu-près les mêmes uſages dans les inteſtins que dans l'eſtomac.

L'eſtomac & les inteſtins ſont de vrais muſcles creux, dont l'air, qui eſt enfermé dans leur cavité, eſt l'antagoniſte. On peut regarder cet air & les parois de ces viſceres, comme deux reſſorts qui agiſſent ſans ceſſe l'un contre l'autre. L'action de l'air tend toûjours du dedans en dehors, & l'action principale des parois muſculeuſes tend toûjours au contraire du dehors en dedans.

Tant que ces deux reſſorts ſe contrebalancent alternativement l'un l'autre, l'eſtomac & les inteſtins ſe contractent & ſe relâchent alternativement, & leur cavité ne devient ni trop grande ni trop petite. Dans cet état ces viſceres peuvent accomplir les fonctions auſquelles ils ſont deſtinés. Mais ſi le reſſort des parois du canal l'emporte abſolument ſur celui de l'air qui y eſt contenu, il reſſerrera ce canal, en chaſſera l'air par la bouche ou par le fondement, & empêchera le cours des matiéres qui y doivent couler. Si au contraire le reſſort de l'air l'emporte abſolument ſur celui des parois du même canal, il les dilatera & augmentera la cavité; cependant les matiéres n'y couleront pas facilement, parce qu'elles ne ſeront preſque point pouſſées par les parois, quoique muſculeuſes, à cauſe de leur relâchement.

Or pendant le cours des grandes & longues maladies, auſquelles ſuccéde ordinairement l'Hydropiſie tympanite, le ſang ſe gâte & perd ce qu'il a de fin & de ſubtil, & il s'amaſſe dans la cavité de l'eſtomac & des inteſtins, des ſucs, qui venant à s'y aigrir par leur ſéjour, y excitent des fermentations extraordinaires.

D'où il ſuit, que le reſſort des parois de ces viſceres, qui dépend d'une abondance d'eſprits, & d'eſprits bien conditionnés, doit être foible & énervé; & que le reſſort de l'air au contraire, dont la force conſiſte dans ſa grande raréfaction, doit être fort & vigoureux; car d'un côté cet air doit être fort échauffé à l'occaſion des fermentations extraordinaires

qui ſe font dans le canal ; & de l'autre ſon antagoniſte eſt preſque ſans réſiſtance. L'air doit donc l'emporter de beaucoup ſur les parois de l'eſtomac & des inteſtins, ſe raréfier extraordinairement, dilater à proportion le canal, étendre à meſure les tégumens du ventre, qui pour lors ſont auſſi minces & lâches, & produire enfin une enflûre qu'on appelle Hydropiſie tympanite.

On pourra objecter, que le reſſort de l'air extérieur devroit contrebalancer celui de l'air intérieur, s'oppoſer à la dilatation extraordinaire de l'eſtomac & des inteſtins, auſſi bien qu'à celle des tégumens du ventre, & par conſéquent empêcher la production de l'Hydropiſie tympanite. A quoi je réponds, que l'air extérieur eſt condenſé, & que l'intérieur eſt raréfié par la chaleur des viſceres où il eſt contenu, & qu'un air raréfié a incomparablement plus de force qu'un air qui ne l'eſt point.

Les obſervations & les reflexions précédentes étant ſuppoſées, il n'eſt pas bien difficile de rendre raiſon des accidens qui accompagnent l'Hydropiſie tympanite, & dont voici les principaux.

Dans l'Hydropiſie tympanite, les malades jettent peu & difficilement des vents par la bouche, & encore moins & plus difficilement par le fondement. Ils jettent peu & difficilement des vents par la bouche, parce que la dilatation exceſſive des membranes de l'eſtomac, auſſi bien que des tégumens du ventre, & même du diaphragme, met ces parties hors d'état de ſe contracter aſſés pour chaſſer par la bouche l'air qui eſt enfermé dans la cavité de ce viſcere, & qui étant d'ailleurs très-raréfié, réſiſte beaucoup à leur effort. Outre cela, le diaphragme peut s'oppoſer à la ſortie de cet air, principalement lorſqu'il ſe contracte, parce qu'alors il ſerre la partie inférieure de l'œſophage qui le traverſe pour ſe rendre à l'eſtomac.

Les Tympanites rendent encore moins & plus difficilement des vents par le fondement, parce qu'outre que les organes

qui les doivent chaſſer par cette voye, ſont très-foibles, il y a un muſcle ſitué à l'extrémité de l'inteſtin *rectum* qui la ferme conſtamment, & qu'il faut forcer pour que cette iſſuë ſoit libre.

On ne ſent point de fluctuation en frappant le ventre des Tympanites, de même qu'on en ſent une en frappant celui des Aſcitiques: la raiſon en eſt aiſée. Le ventre des Aſcitiques eſt une eſpéce de vaſe qui contient de l'eau; mais qui n'en eſt pas entiérement rempli; au lieu que l'eſtomac & les inteſtins des Tympanites, ſont comme un vaſe tout-à-fait plein d'air. En agitant un vaſe que l'eau ne remplit qu'en partie, on oblige cette eau à aller choquer les parois du vaſe en pluſieurs endroits, & à y faire une impreſſion ſenſible; mais l'air incomparablement plus rare, & qui, outre cela, remplit tout le vaſe où il eſt contenu, ne ſçauroit exciter une fluctuation dans l'eſtomac ni dans les inteſtins, comme l'eau fait dans le ventre des Aſcitiques.

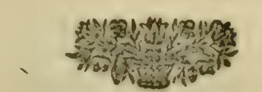
Il eſt facile de comprendre pourquoi dans l'Hydropiſie tympanite, le ventre frappé rend un ſon à peu-près ſemblable à celui d'un tambour; les parois de l'eſtomac & celles des inteſtins ſont devenuës extrémement minces, & elles ſont fort tenduës par l'air qu'elles renferment. Ces viſceres ſont donc ſemblables alors à une eſpéce de tambour, ou plûtôt à ces veſſies de porc que les enfans rempliſſent d'air. Or ces veſſies frappées rendent un ſon, l'eſtomac & les inteſtins frappés doivent donc auſſi en rendre un.

Dans l'Hydropiſie tympanite les malades ne reſſentent point de douleur dans le ventre, comme ceux qui ont une colique venteuſe; c'eſt que dans l'Hydropiſie tympanite, les membranes de l'eſtomac & des inteſtins ſont étenduës au point que le cours des eſprits y doit être intercepté; de ſorte que les impreſſions des objets ſur ces membranes ne peuvent être tranſmiſes juſqu'au cerveau, pour que l'ame s'en apperçoive. Il n'en eſt pas de même dans la colique venteuſe, où les membranes de l'eſtomac & des inteſtins ſont incomparablement moins étenduës; par conſéquent, le cours des eſprits

y peut être encore assés libre pour que les impressions des objets soient portées jusqu'au cerveau, & qu'elles y excitent le sentiment de douleur.

De ce que l'air enfermé dans la cavité de l'estomac & des intestins est la cause de l'Hydropisie tympanite, il est clair que pour la guérir, on ne doit point avoir recours à l'opération de la paracentese; car par la ponction, on pourroit percer les intestins, d'où il pourroit resulter dans la capacité du ventre, un épanchement de matiéres, soit nourriciéres, soit excrémenteuses, ou bien de l'air, qui sont contenus dans leur cavité. Or les matiéres épanchées dans cette capacité y séjournant, se corromproient & ne manqueroient pas de causer la gangrene, & par conséquent la mort du malade; & quand il n'y auroit que l'air qui s'échappât dans la même capacité, ne pourroit-il pas s'y en accumuler assés pour comprimer les parties, principalement l'intestin percé, empêcher leurs fonctions, & conséquemment causer aussi la mort dans la suite?

Enfin l'Hydropisie tympanite est pour l'ordinaire mortelle, parce que cette maladie consistant dans une dilatation démesurée des membranes de l'estomac & des intestins, ces visceres ont perdu la plus grande partie de leur ressort. Ils ne peuvent donc se contracter que fort foiblement, ni par conséquent exercer leurs fonctions que fort imparfaitement, d'autant que c'est par leur contraction qu'ils les accomplissent. Or ces fonctions sont absolument nécessaires à la vie.



REMARQUES SUR UN PARADOXE DES EFFECTIONS GEOMETRIQUES.

Par M. ROLLE.

LA Regle que j'ai donnée dans les Memoires de 1711, pag. 88 & 89, n'eſt pas exempte de paradoxe. Il ſuit de cette regle qu'une portion de Courbe auſſi petite qu'on voudra, & par-tout cave vers ſon axe générateur, ſe peut couper ou être touchée par autant de Courbes qu'on voudra, & en autant de points qu'on voudra : de maniere que toutes ces Courbes ſoient caves vers ce même axe dans l'étenduë qui renferme tous ces points; & que toutes leurs appliquées ſoient de celles qui vont toûjours en augmentant ou toûjours en diminuant dans une ſuite non interrompuë, le long de cette étenduë. En cela il n'y a rien qui révolte la raiſon, mais quand on compare les Lunules qui ſe forment des rencontres de toutes ces Courbes, aux portions de ces mêmes Courbes, qui ſont compriſes entre le premier & le dernier point de rencontre, on ne laiſſe pas de trouver une eſpéce de paradoxe dans un changement de cavités relatives qui arrive à ces Lunules. 12 Juillet 1713.

Pour mieux marquer en quoi conſiſte ce paradoxe, & pour en donner les premiers éclairciſſemens, j'ai fait deux ſortes de Remarques. Les unes ne regardent que des Courbes du premier genre, & les autres ſont priſes des Courbes de tout genre. On peut les voir ces remarques, dans le Memoire de 1711 pag. 92 *& ſuivantes;* mais l'on y peut voir auſſi qu'elles demandent des explications, & c'eſt pour ce premier beſoin que j'ai fait d'autres Remarques que l'on va voir ici. Enſuite viendront les preuves.

Sur les Courbes du premier Genre.

REMARQUE I. Lorſque les racines d'une égalité du 4.ᵉ degré ſont toutes réelles & poſitives, elle eſt toûjours un cas de celle qui eſt ici en *A*.

$$A \ldots x^4 - ax^3 + bxx - cx + d = 0.$$

Et ſi dans le deſſein de la conſtruire, on prend pour le premier lieu $xx = hy$; on a d'abord pour le ſecond lieu, ou une Ellipſe ou une Hyperbole.

Quand on ne fait la ſubſtitution que dans les deux premiers termes de *A*, on a le lieu à l'Ellipſe marqué *B*.

$$B \ldots hhyy - ahyx + bxx - cx + d = 0.$$

Et quand on ſubſtitue dans les trois premiers termes, on a le lieu à l'hyperbole marqué *C*.

$$C \ldots hhyy - ahyx + bhy - cx + d = 0.$$

En conſtruiſant l'Ellipſe de *B*, l'hyperbole de *C* & la parabole de $xx = hy$, ſur un même axe & une même origine, les trois Courbes ſe rencontreront en autant de points qu'il y aura de différentes racines dans *A*. Mais ſi ces racines ſont toutes réelles, toutes poſitives ou toutes négatives, & ſi avec cela elles ſont toutes inégales entr'elles; alors on verra que les trois Courbes ſeront caves vers l'axe des *y* dans l'intervalle des quatre points d'interſection. C'eſt ce qu'il faut expliquer pour préparer & conduire à l'intelligence du paradoxe en queſtion.

Eclairciſſemens & Preuves.

Si l'on prend *1, 2, 3, 4,* & ſi l'on en fait les racines d'une égalité du 4.ᵉ degré, cette égalité ſera comme on le voit en *D*.

$$D . x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

Et comparant cette égalité *D* à l'égalité *A*, on aura

$$a = 10,\ b = 35,\ c = 50,\ \&\ d = 24.$$

Subſtituant ces valeurs dans *B* & dans *C*, on aura les lieux particuliers *E*, *G*.

$$E \ldots yy - 10yx + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

$$G \ldots yy - 10yx + 35y - 50x + 24 = 0.$$

En cela je prens $h = 1$ pour déterminer $xx = hy$, alors on aura $xx = y$.

Conſtruiſant le lieu $xx = y$ avec le lieu E ſur un même axe & une même origine, la parabole coupera l'Ellipſe en quatre points dans le ſens marqué par Fig. 1. où l'on peut voir que cette parabole entre dans cette Ellipſe au point A: qu'elle en ſort au point B: qu'elle y rentre au point D, & qu'elle en ſort de nouveau au point E pour continuer ſon chemin vers L.

Conſtruiſant auſſi le lieu $xx = y$ avec le lieu G ſur un même axe & une même origine, on verra que l'hyperbole coupe la parabole en quatre points comme en Fig. 2. que cette hyperbole entre dans l'eſpace parabolique au point A: qu'elle en ſort pour la premiere fois au point B: que ſa ſeconde immerſion ſe fait au point D: que ſa ſeconde ſortie ſe fait en E, & qu'elle continue ſon chemin vers δ.

Comme ces Courbes ont été fort examinées, & ſont auſſi fort connuës, on verra d'abord que les quatre interſections forment trois Lunules : que la premiere eſt terminée par le point A & par le point B; la ſeconde par les points B & D, & la troiſiéme par D & par E.

On verra auſſi que dans la Fig. 2. par exemple, la parabole eſt plus cave que l'hyperbole dans la premiere Lunule : qu'elle eſt moins cave que l'hyperbole dans la ſeconde Lunule, & qu'elle ſe trouve plus cave que l'hyperbole dans la troiſiéme Lunule. Et comparant la parabole à l'Ellipſe dans Fig. 1. on verra une ſemblable ſuite alternative du plus & du moins cave. En cela il ne paroît point de difficulté. Car menant une droite par les deux points qui terminent une Lunule, il paroît évident que le ſegment de Courbe le plus cave, eſt celui qui s'éloigne le plus de cette droite. Mais les portions entiéres de la parabole, de l'Ellipſe & de l'hyperbole compriſes entre le point A & le point E, ſont

par-tout caves vers l'axe des y. Et comme ces portions renferment les Lunules où le cave reçoit le plus & le moins, il est bon de s'assûrer de la cavité de ces mêmes portions vers cet axe.

Pour cela il me paroît qu'il faut donner ici une partie du calcul qui sert à la génération des trois Courbes.

Axe.	Parabole.	Hyperbole.	Ellipse.
$y=0$. donne	$x=0$. . . . :	$x=\frac{12}{25}$:	x. imaginaire.
$y=1$.	$x=1$. . . . :	$x=1$.	$x=1$.
$y=4$.	$x=2$.	$x=2$.	$x=2$.
$y=9$	$x=3$.	$x=3$.	$x=3$
$y=16$. . . .	$x=4$.	$x=4$.	$x=4$.
$y=100$. . .	$x=10$. . . .	$x=12\frac{154}{275}$. .	x. imaginaire.

Ainsi l'on voit que l'intervalle où les Courbes se rencontrent, est terminé d'un côté par $x=1$ & de l'autre par $x=4$. Et comme l'on a des regles fort précises pour s'assûrer que dans cet intervalle il n'y a aucun *Maximum*, on peut déja voir que les appliquées vont en augmentant, & dans une suite non interrompuë le long de cet intervalle.

REMARQUE II. On sçait aussi que dans les Courbes du premier genre, il n'y a jamais de points d'inflexion, ni aucun de ceux qu'on appelle de rebroussement & recourbement; ainsi l'on pourra s'assûrer de la cavité des portions totales AE, vers l'axe des y, par le moyen de la petite regle qui prescrit de prendre des abscisses en progression arithmétique, & de les comparer à leurs appliquées. Nous avons ici $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, qui sont quatre abscisses de l'axe des x, & qui sont aussi en progression arithmétique. Si l'on prend les trois premiéres $x=1$, $x=2$, $x=3$; on a vû que leurs appliquées sont $y=1$, $y=4$, & $y=9$. On voit aussi que la somme des extrêmes $1+9$ surpasse 8 double de la moyenne, ainsi l'on peut conclurre, suivant la regle, que la portion AE de chaque Courbe est convexe vers l'axe des x, & que

par conſequent elle eſt cave vers l'axe des y.

En prenant les trois derniéres $y=2$. $x=3$. $x=4$. leurs appliquées ſeront $y=4$. $y=9$. $y=16$ dont la ſomme des extrêmes ſurpaſſe le double de la moyenne. Donc ſelon la regle, la Courbe eſt convexe vers l'axe des x & cave vers l'axe des y.

D'où il ſuit, par la même regle, que les trois Courbes ſont caves vers l'axe des y, depuis $x=1$. juſqu'à $x=4$, c'eſt-à-dire, dans toute l'étenduë de l'intervalle dans lequel ſe font les quatre interſections de ces Courbes, fig. 1 & 2. On a vû auſſi que les appliquées vont toûjours en augmentant le long de cet intervalle, & que leur ſuite n'eſt point rompuë.

Mais l'on a encore pû voir par les portioncules qui forment les Lunules, que chacune des trois Courbes eſt tantôt plus cave & tantôt moins cave que les deux autres Courbes dans ce même intervalle; & rappellant ici la premiére idée que j'ai donnée du paradoxe dont il s'agit, on voit en quel ſens deux Courbes qui ſe couperoient en mille en un point avec les trois conditions ci-deſſus marquées, formeroient mille Lunules où chacune de ces Courbes ſeroit alternativement plus & moins cave que l'autre Courbe dans l'intervalle qui renferme tous ces points, quoique chacune de ces Courbes priſe à part, ſoit par-tout cave vers l'axe générateur commun à l'une & à l'autre, quoique leurs appliquées ſoient de celles qui vont toûjours en augmentant, quoique ces appliquées ſoient d'une ſuite continuë. Ainſi cette eſpéce d'uniformité du cave dans les portions entiéres, & le changement du cave dans les Lunules, contribuent de quelque choſe à fixer l'idée du paradoxe, & ſerviroient en quelque maniére à l'expliquer, mais avant que d'en venir là, il eſt bon de marquer d'autres faits.

Que les trois Courbes ſe coupent ici ſans ſe toucher, cela eſt ſi facile à voir par les tangentes, qu'il ſeroit inutile de s'y arrêter.

En pouſſant le calcul un peu davantage que je ne l'ai fait

ici, on verroit comment le côté de l'Ellipſe marqué $tVNI$, Fig. 1, ſe trouve entre l'axe des y & le côté de la parabole qui eſt coupé par cette Ellipſe, & l'on verroit auſſi la détermination de ſon grand diametre de r vers S par les formules de la tranſpoſition des axes. On peut trouver par les mêmes formules, le ſommet de l'hyperbole, Fig. 2, & celui de ſon oppoſée, & il eſt d'ailleurs facile de voir comment cette hyperbole coupe l'axe des y au point C, pour s'approcher de ſon aſymptote λM. &c. Je laiſſe de ſemblables recherches, parce qu'il m'a paru qu'elles ſeroient inutiles au deſſein de ce Memoire, après le détail que l'on vient de voir ici.

En prenant les trois Courbes deux à deux, on peut faire trois conſtructions pour éviter la confuſion des ſegmens curvilignes dans les Lunules, mais j'ai cru qu'il ſuffiſoit d'en donner deux pour marquer les cavités relatives de ces ſegmens, & que cela déſigne aſſés celles qui ſe forment en conſtruiſant l'Hyperbole & l'Ellipſe ſur un même axe & une même origine.

REMARQUE III. De tout ce que je viens de dire, & de la théorie des Effections Géométriques, on peut voir que ſi l'on conſtruit ſur un même axe & une même origine, le lieu $xx = y$ avec les lieux E, G, leurs trois Courbes ſe couperont en quatre points; qu'elles ſeront caves vers l'axe des y dans l'intervalle de ces points, & que leurs appliquées augmenteront toûjours ſans interruption le long de cet intervalle.

En combinant les lieux $xx = y$, E, G, on aura autant d'autres Ellipſes & d'autres hyperboles qu'on voudra, qui étant conſtruites ſur l'origine O & ſur l'axe des y, couperont les précédentes & la parabole auſſi, dans les quatre points A, B, D, E, & chacune y coupera auſſi toutes les autres: de maniere que toutes ces Courbes ſe trouveront caves vers l'axe des y dans l'intervalle de tous ces points. Quelques-unes des combinaiſons ne donneront que des lignes droites; mais il y en a peu de cette ſorte, & il eſt facile de les reconnoître. Il eſt facile auſſi d'éviter celles qui ne donnent que des lieux imaginaires.

Cette

Cette infinité de Courbes résulte de $h = 1$, & des quatre racines $1, 2, 3, 4$: ainsi, un changement si grand ou si petit qu'on voudra dans la valeur de h ou dans les racines, donnera une autre infinité de Courbes; de maniére qu'en prenant successivement tous les nombres pour h sans changer les racines, on concevra une infinité d'infinités de Courbes du premier genre qui s'entrecouperont aux mêmes points *A, B, D, E,* & seront toutes caves vers l'axe des y.

Si l'on fait du changement aux racines, il est évident que les Courbes se rencontreront en d'autres points. De-là d'autres exemples, d'ailleurs semblables aux précédents, & dont la multiplicité me paroît inexprimable. Entre tous ces exemples, les plus simples seroient ceux qui donneroient les quatre racines $0, 1, 2, 3$, mais alors le sommet de la parabole seroit un des points de rencontre.

Comme l'on peut prendre une portion de parabole aussi petite qu'on voudra, & prendre aussi quatre appliquées de cette portion, pour les introduire dans une égalité du 4.e degré, on peut par conséquent trouver autant de Courbes du premier genre que l'on voudra, qui couperont cette portion en quatre points; & si elle est par-tout cave vers son axe générateur, toutes ces Courbes se trouveront caves vers ce même axe dans l'intervalle de tous ces points. Cela me paroît évident après ce qui a été dit ici, & d'ailleurs, il faut ménager l'étenduë qui m'est donnée pour les Remarques qui regardent les Courbes de tous les genres, & qui doivent servir à l'éclaircissement du paradoxe en question.

Sur les Courbes de tout genre.

Entre les Courbes qui sont au-delà du premier genre, je n'en vois pas de plus simples que la parabole $x^3 = y$. Elle est commode pour quantité de constructions, & convient à mon sujet. Car si l'on prend cette parabole pour le premier lieu d'une égalité dont toutes les racines sont positives, alors toutes ces racines se trouveront dans un de ses rameaux, &

les Courbes seront caves d'un même côté dans l'intervalle des points de rencontre. Mais en cela, il n'y a pas beaucoup d'exemples où l'on puisse faire que le second lieu soit du premier genre. On aura un indice de la difficulté, en rappellant ici l'égalité marquée *D*.

$D.\ x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$

Le premier lieu étant $x^3 = y$, on aura le second lieu *F*.

$F.\ yx - 10y + 35xx - 50x + 24 = 0.$

Construisant l'hyperbole que donne ce lieu avec la parabole $x^3 = y$, sur un même axe & une même origine, une des branches de cette parabole sera coupée en 4 points par un rameau de l'hyperbole, & ce rameau avec cette branche se trouveront par-tout caves vers l'axe des y dans l'intervalle de ces quatre points. On verra aussi que les appliquées vont en augmentant dans une suite non interrompuë le long de cet intervalle.

En prenant $x^3 = fy$ pour le premier lieu de *D*, l'hyperbole du second lieu changera à mesure qu'on changera la valeur de f. De-là une infinité d'hyperboles telles que chacune coupe toutes les autres, & coupe aussi la parabole dans les quatre mêmes points aux mêmes conditions que dessus.

Multipliant *D* par $xx + 10x - 75$, & prenant $x^3 = fy$ pour le premier lieu, la varieté de f fournira une autre suite infinie d'hyperboles, qui couperont une des branches de la parabole en cinq points, qui seront par-tout caves vers l'axe des y, & qui couperont encore cette parabole en un point au-dessus de l'inflexion, pour la racine -15.

Mais si l'on multiplie l'égalité *D* par $xx + 10x + 65$. Et si l'on prend $x^3 = fy$ pour le premier lieu pour avoir un cercle dans le second lieu, alors il faut faire $f = \sqrt[2]{1799}$, & le cercle ne coupera qu'en quatre points une des branches de la parabole.

Ainsi, dans le dessein qu'un des lieux soit toûjours du

premier genre pour la conſtruction d'une égalité quelconque, & pour avoir des points de rencontre autant qu'on en voudra, ce ne ſeroit que rarement un avantage de prendre les premiers lieux au-delà du ſecond degré. Si l'on prend la voye des indéterminées & des problemes auxiliaires, dont j'ai parlé dans les Mémoires de 1708 pag. 359, on trouvera des exemples du paradoxe, dont les lieux ſeront plus ſimples dans le degré, & plus composés dans les coefficiens, (le nombre des points étant le même) que par la voye ordinaire que j'ai entrepris de perfectionner dans les Mémoires de 1711. Mais je ſuis obligé de ſuivre ici cette voye ordinaire, & il me paroît qu'il vaut mieux pour ce deſſein, prendre les premiers lieux du premier genre, & c'eſt auſſi ce que j'ai fait pour former deux ſuites infinies d'exemples qui ſerviront à l'explication du paradoxe dont il s'agit, comme on l'a pû voir par les deux Projets inſerez dans les Mémoires de 1711 pag. 94. Je les répéterai ici, puiſqu'il faut les éclaircir, & prouver les véritez qu'ils renferment.

Premier Projet. Si l'on forme une égalité d'autant de racines qu'on voudra, toutes réelles & toutes poſitives, auſſi grandes & auſſi petites qu'on voudra, & ſi l'on prend la parabole $xx = ay$ pour le premier lieu de cette égalité; alors la Courbe du ſecond lieu rencontrera cette parabole en autant de points qu'il y a de différentes racines, & les deux Courbes ſe trouveront caves vers l'axe des y dans l'intervalle qui renferme tous ces points. Les appliquées de cet intervalle iront toûjours en augmentant, & leur ſuite ne ſera point rompuë.

Second Projet. L'égalité propoſée étant formée comme dans le premier Projet; ſi l'on prend $xx + yy = ff$ pour le premier lieu, & ſi l'on donne au rayon f une valeur qui ſurpaſſe la plus grande racine de la propoſée; alors le cercle rencontrera la Courbe du ſecond lieu en deux fois autant de points qu'on aura mis de différentes racines dans la

proposée, toutes les rencontres se feront dans un demi-cercle; & la Courbe du second lieu se trouvera cave le long de l'intervalle où se font ces rencontres, dans le sens que ce demi-cercle est cave vers le diametre qui le termine.

Dans ces deux Projets, les Courbes ne se rencontreront que de trois maniéres; elles se couperont & auront diverses tangentes dans chaque point que déterminent les racines inégales de la proposée; elles se couperont & auront une même tangente dans chaque point qui est déterminé par des racines égales, dont la multitude est exprimée par un nombre impair. Elles se toucheront & auront une même tangente dans chaque point que déterminent les racines égales, dont la multiplicité est de nombre pair.

Si l'on fait dans le second Projet, que le rayon *f* soit plus petit qu'une des racines; alors cette racine ni toutes celles qui surpassent, ne se trouveront pas dans la construction.

Et si l'on fait que le rayon soit égal à une des racines laquelle on voudra, cette racine se trouvera dans la construction; mais les Courbes se toucheront, & auront même tangente au point qu'elles déterminent; soit que cette racine ait son égale ou non dans la proposée.

Je suppose dans ces deux Projets, qu'en formant le second lieu, on ait soin de pousser les substitutions jusqu'à ce que l'inconnuë de la proposée ne se trouve qu'au premier degré dans le second lieu.

On peut démontrer l'un & l'autre Projet en deux maniéres. La premiére suppose que l'on ait l'image des Courbes, ainsi elle demande que les exemples soient pris un à un: la seconde maniére détermine tout ce qui est nécessaire de cette image des Courbes, pour la démonstration générale des deux Projets, sans obliger de tracer ces Courbes, si ce n'est en deux ou trois exemples pour soûtenir l'esprit dans ses abstractions. Je ne me propose dans ce premier Mémoire, que la premiére maniére de démontrer, & comme il ne peut pas avoir l'étenduë qui seroit nécessaire en cela, pour ces deux Projets, je me suis

déterminé au ſecond; parce que les preuves qu'il demande portent avec elles preſque tout ce qui doit ſervir à la démonſtration du premier Projet.

On a encore un avantage dans le ſecond Projet. Car l'on ſçait que la courbûre d'un cercle eſt par-tout très-uniforme. D'où il ſuit, que les changemens de courbûre qui ſont néceſſaires pour former les Lunules, ne peuvent être attribués qu'à la Courbe du ſecond lieu dans chaque Exemple. Ce qui facilite l'explication du paradoxe dans ce Projet.

Les propoſées qui ſe préſentent les premieres ici, ſont des égalitez du ſecond degré, mais elles ſont trop ſimples pour s'y arrêter: Ce qui m'a déterminé à prendre pour mon premier Exemple, une égalité du troiſiéme degré.

PREMIER EXEMPLE.

La Propoſée eſt celle qu'on voit ici en *A*.

$$A \ldots x^3 - 6xx + 11x - 6 = 0,$$

dont les racines ſont *1, 2, 3*.

Le premier lieu ſoit $D.\ xx + yy = 10$. alors on aura le ſecond lieu *E*, dont la courbe eſt celle de Fig. 3.

$$E \ldots x = \frac{6yy - 66}{yy - 21}.$$

Conſtruiſant ce lieu *E* avec le lieu au cercle marqué *D* ſur un même axe & une même origine, les Courbes ſe couperont en ſix points, & ſeront caves vers l'axe des *y* dans l'intervalle de tous ces points; mais des ſix appliquées à cet axe, il n'y en a que trois qui vont en augmentant, & les trois autres vont en diminuant.

Pour expliquer, & pour démontrer les cavités dans cet Exemple, d'une maniére qui puiſſe ſervir à tous les Exemples du ſecond Projet, il faut deux ſortes de calcul: l'un regarde les deux Courbes, & l'autre le ſecond lieu ſeulement.

Il ſuffira pour le premier calcul, de donner ici les valeurs qui ſuivent.

Abſciſſes	Appliq. de D . . .	Appliq. de E.
$y = 0$	$x = \pm \sqrt[2]{10}$ . .	$x = 3\frac{1}{7}$.
$y = \pm 1$	$x = \pm 3$	$x = 3$.
$y = \pm \sqrt{6}$ . . .	$x = \pm 2$	$x = 2$.
$y = \pm 3$	$x = \pm 1$	$x = 1$.
$y = \pm \sqrt[2]{10}$ . .	$x = 0$	$x = \frac{6}{10}$.

Comme le ſecond calcul doit fournir les principales déterminations de la Courbe du ſecond lieu, deſignée par Fig. 3, & comme il ſuffit d'avoir celles qui contribuent à la démonſtration des cavités pour le paradoxe; on peut ſe contenter des valeurs que l'on va voir ici, ſçachant que l'axe des y eſt BOL, & que l'origine eſt au point O.

$y = \pm \sqrt{11}$ donne les points A & I, où la Courbe coupe cet axe.

$y = \sqrt{21}$ donne les points K & V, & pour chacun on a x infini, c'eſt-à-dire, l'aſymptote MKH, & l'aſymptote GVP.

$y = \pm 4$ donne $x = -6$ qui marque l'uſage de ces deux aſymptotes & leur direction, l'un de K vers H, & l'autre de V vers P.

$y = \pm \sqrt{22}$ donne $x = 66$. ainſi l'un de ces aſymptotes paſſe encore de K vers M, & l'autre de V vers G. On voit par ces derniéres déterminations que chacun eſt pour deux rameaux infinis.

$x = 6$ donne $y = \pm \sqrt[2]{\infty}$ pour l'aſymptote MG parallele à BL, & commun aux rameaux NR, $\delta\lambda$.

La Courbe n'a aucun *Minimum*, & n'a que le ſeul *Maximum* OF que donne $x = 3\frac{1}{7}$.

La tangente au point F eſt parallele à l'axe BL, & dans cet exemple, comme dans tous les autres du ſecond Projet, toutes les appliquées font un angle droit avec leur axe générateur.

Le premier Calcul avec le ſecond fourniſſent une image de la Courbe, qui ſuffira avec des raiſons pour prouver que la portion *AFI* eſt coupée en ſix points par le demi-Cercle, & qu'elle eſt par-tout cave vers l'axe des *y* dans l'intervalle de ces ſix points. Pour les interſections, il ne faut pour s'en aſſûrer que le premier Calcul & quelque connoiſſance des tangentes; mais pour démontrer les cavités, je me ſers des propoſitions ſuivantes.

PROPOSITION I.

Si une portion de Courbe *AFI* terminée par une droite *AI* qui fait partie de ſon axe générateur *BL*, Fig. 3. ſi les appliquées à cet axe vont toûjours en diminuant depuis le point *O* juſqu'au point *A*, & depuis le même *O* juſqu'en *I*; & ſi une ligne droite placée en tout ſens ſur cette portion *AFI*, ne peut la couper en plus de deux points: alors je ſuppoſe que cette même portion *AFI* eſt par-tout cave vers la droite *AI*; que le circuit *AF* eſt par-tout cave vers la droite *AO* & vers *OF*, & que le circuit *FI* l'eſt auſſi partout vers les droites *AI*, *OF*.

Ainſi je ne donne pour premiere propoſition qu'une hypotheſe, mais cette hypotheſe eſt très-conforme à la notion ordinaire des cavités. A cela je pourrois adjoûter que les appliquées de l'axe des *x*, *OF*, vont toûjours en augmentant depuis le point *F* juſqu'au point *A*, & depuis *F* juſqu'en *I*; puiſqu'il n'y a ni *Maximum* ni *Minimum* ſur cet axe.

PROPOSITION II.

Il eſt impoſſible qu'une ligne courbe ſoit coupée ni touchée par une ligne droite, en plus de points qu'il n'y a de dimenſions dans le lieu qui renferme cette courbe.

Cette Propoſition eſt reçûë par de ſçavants Géometres, & même ils en ont parlé comme d'un axiome; ainſi il n'eſt pas néceſſaire de donner ici le détail des preuves. Je dirai ſeulement que l'on peut la démontrer par les formules

générales de la transposition des axes. On peut aussi en donner la démonstration par le moyen du lieu indéterminé $rx = ay + mr$ qui exprime toutes les positions d'une ligne droite dans le plan d'une courbe quelconque. Car en le comparant au lieu de cette courbe pour faire évanoüir x ou y, il est évident que le nombre des dimensions de la réduite, ne surpassera jamais le nombre des dimensions du lieu de cette même courbe; & comme les racines de cette réduite, déterminent tous les points où la droite rencontre la courbe à chaque fois que l'on prend arbitrairement des valeurs connuës pour $a, m, r,$ on voit que le nombre de ces points ne surpassera jamais le nombre des dimensions du lieu qui exprime la courbe, puisque le nombre de ces racines ne surpasse jamais le nombre de ces dimensions.

PROPOSITION III.

Il n'est pas possible qu'une ligne droite coupe la portion *AFI* en plus de deux points. Car la droite seroit parallele à l'axe *OE*, ou à l'axe *BL*, Fig. 3. ou se confondroit avec l'un des deux, ou bien elle seroit oblique à l'un & à l'autre.

Il est évident par la génération de la courbe, que l'axe *OE* & toute droite qui lui est parallele, ne peut couper la portion *AFI* qu'en un point. Il est encore clair par la même génération, que chaque droite parallele à l'axe *BL*, ne peut pas couper cette portion *AFI* en plus de deux points. Mais il faut démontrer qu'elle ne peut pas être coupée en plus de deux points par aucune droite oblique aux axes.

Pour cela, supposons qu'une droite coupant la portion *AFI*, Fig. 3. coupe aussi l'axe *BL*, & que ces deux lignes font des angles obliques au point de leur intersection. Alors cette droite coupera l'axe *EO* & l'asymptote *MG* qui lui est parallele : elle coupera aussi les deux asymptotes *MH*, *GP* paralleles à *BL*. Tout cela suit d'Euclide & du dernier calcul. Donc la même droite coupera un des quatre rameaux asymptotiques $\delta\varphi$, $\delta\lambda$; *NS*, *NR*. Donc une droite

oblique

oblique à l'axe *BL*, coupant la portion *AFI*, coupera encore la courbe en un point qui est hors de cette portion. Donc dans la supposition que cette droite coupe cette portion en plus de deux points, elle coupera la courbe entiere en plus de trois points. Mais le lieu *E* qui exprime cette courbe, n'a que trois dimensions; donc cette courbe ne peut pas être coupée par une droite en plus de trois points, par Prop. 2.

Donc il n'est pas possible qu'une droite coupe la portion *AFI* en plus de deux points.

COROLLAIRE. De-là il suit qu'une droite ne peut pas couper en plus de deux points la demi-portion *AF*, ni son égal & semblable *FI*.

PROPOSITION IV.

La portion *AFI*, (de la Courbe du second lieu *E*, Fig. 3.) est par-tout cave vers *AI*, qui fait partie de l'axe *BL*.

Car cette portion ne pouvant pas être coupée en plus de deux points par une droite, elle est alors par-tout cave vers *AI*, suivant la Propos. 1.

Or cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, selon la 3.e Proposition. Donc elle est par-tout cave vers *AI*. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE. Il suit de cette 4.e Proposition, & du Corollaire de la 3.e que chaque demi-portion *AF*, *FI*, prise séparément, est par-tout cave vers *OF* & vers *AI*.

REMARQUES. Pour aider la raison par les sens, j'ai réduit la portion *AFI* de Fig. 3. à celle qui est marquée *MEDBFZRδN* dans la Fig. 4. avec le demi-cercle *GEDBSZRδH* que fournit le premier lieu *D*. Où l'on peut voir que les six intersections de ces deux Courbes se font aux six points *E, D, B, Z, R, δ*, & que les racines de la Proposée sont *FE, CD, AB*, répétées en *VZ, SR, λδ*.

On y peut voir aussi que la Courbe entre dans le demi-cercle au point *E*, qu'elle en sort au point *D*, qu'elle y

rentre au point *B*. Ainſi de ſuite alternativement juſqu'au point *ẟ*, où elle en ſort pour n'y plus entrer & pour continuer ſon chemin vers *N*.

De la définition du Cercle, de ces entrées, de ces ſorties, & de la cavité déja prouvée, on peut conclurre que la Courbe du ſecond lieu eſt moins cave que le Cercle dans la Lunule que terminent les points *E, D;* qu'elle eſt plus cave que le Cercle dans la Lunule de *D B;* ainſi de ſuite du moins cave au plus cave juſqu'à la Lunule *R ẟ*.

Si l'on prend la voye des développées pour avoir une idée plus préciſe des curvités de la Courbe dans chaque Lunule & dans chaque point d'interſection, il ſuffira de faire quelque calcul pour les rayons de la développée de cette courbe; puiſque le rayon de la développée d'un cercle, eſt toûjours égal au rayon qui eſt propre à ce même cercle.

Comme la démonſtration précedente & ces remarques s'appliquent aiſément à tous les exemples du ſecond projet, quand on a l'image de la courbe du ſecond lieu; j'inſiſterai peu ſur les deux exemples ſuivants, & j'y ſuis encore obligé, parce que j'approche du terme où je dois finir ce Memoire.

SECOND EXEMPLE.

La Propoſée eſt l'égalité *G*.

$$G \ldots x^4 - 10x^3 + 35xx - 50x + 24 = 0.$$

C'eſt la même que l'égalité *D* des premiers exemples, mais le premier lieu eſt ici le lieu *L*. $xx + yy = 16$. Ainſi l'on aura le ſecond lieu *T*. $x = \frac{y^4 - 67yy + 840}{210 - 10yy}$ dont la Courbe eſt déſignée par la Fig. 5.

Conſtruiſant le Cercle que fournit le premier lieu ſur l'origine *O* & ſur l'axe *DC*, il rencontrera en ſept points la portion du ſecond lieu marquée *AFI*. Ce Cercle touchera cette portion au point *F* ſans la couper, & donnera en ce point *OF* pour la racine 4 de *G* qui eſt égale au rayon du même Cercle. Il coupera en trois points la demi-portion

AF pour les trois racines $1, 2, 3$ de *G*, & encore en trois points la demi-portion *FI* pour ces mêmes racines.

La démonſtration des Cavités s'abbrege lorſque la Propoſée eſt de degré pair, & c'en eſt ici un exemple. Auſſi peut-on voir par la génération même de la Courbe, que les quatre racines du Numerateur de *T*, donnent les quatre points où l'axe *DC* coupe la courbe ; c'eſt-à-dire, que cet axe la coupe en autant de points qu'il y a de dimenſions dans le lieu *T*. Ce qui fournit un abbregement. On peut encore voir que les deux racines du dénominateur donnent les deux aſymptotes *KH*, *VP*, &c.

Remarque. Si l'on réſout analytiquement le probleme des lieux, & ſi l'on ſe détermine à faire évanouir y, alors on ne trouvera point de racines égales dans la réduite. Mais en faiſant la ſubſtitution rétrograde, on verra que la réſultante de *L* renferme deux racines égales de y par $x = 4$. On trouvera auſſi des racines égales de y dans la réduite des lieux & ſans ſubſtitution rétrograde, ſi l'on fait évanouir x, & que la multitude de ces égales eſt de nombre pair ; ainſi l'on pourra ſe ſervir de l'analyſe pour expliquer l'attouchement des Courbes au point *F*, quoique la Propoſée n'ait que des racines inégales. Le ſemblable arrive dans tous les exemples du ſecond Projet, lorſque le rayon du cercle eſt égal à une des racines de la Propoſée.

Troisiéme Exemple.

La Propoſée eſt *B*.

$$B \ldots x^5 - 8x^4 + 24x^3 - 34xx + 23x - 6 = 0.$$

Le premier lieu eſt $S.\ xx + yy = 10$. Ainſi le ſecond lieu eſt celui qu'on voit en *D*.

$$D \ldots x = \frac{8y^4 - 194yy + 1146}{y^4 - 44yy + 363}.$$

Les quatre racines du Numerateur de *D*, donnent les quatre points *M*, *A*, *I*, *N*, où la Courbe coupe l'axe *TH*, Fig. 6.

Les quatre racines du Dénominateur donnent les quatre points *T, K, V, H,* pour les quatre aſymptotes perpendiculaires à cet axe *TH.*

$x = 8$ donne l'aſymptote *GP* parallele au même axe.

Ainſi l'on peut prouver, comme dans l'exemple du 3.e degré, que dans celui-ci la portion *AFI* eſt par-tout cave vers la droite *AI;* que chaque demi-portion *AF, FI* eſt par-tout cave auſſi, vers cette droite *AI,* & encore vers *OF.*

En conſtruiſant le lieu *D* avec le lieu *S* ſur un même axe & une même origine, la portion ne rencontrera le Cercle qu'en ſix points. Cette portion la coupe en deux points, un de chaque côté de *OF,* pour $x = 3$ racine de *B.* Elle le coupe en deux autres points pour la racine $x = 2$.

Mais elle coupe & touche ce Cercle en deux autres points pour $x = 1$ qui eſt une des trois racines égales de la propoſée *B.* Ainſi le Cercle & la portion *AFI* ſont d'égale courbûre dans ces deux points.

REMARQUE I. Il eſt clair par l'énoncé des deux Projets, que l'on peut avoir aiſément autant d'exemples qu'on voudra pour chacun de ces Projets, & faire auſſi que dans chaque exemple, il y ait des points autant qu'on voudra, où les deux Courbes ſe touchent en ſe coupant. Mais ſi l'on veut les exemples les plus ſimples de cette ſorte, pour l'un & pour l'autre Projet, on peut ſe ſervir d'une Remarque que j'ai donnée dans les Mémoires de 1709 pag. 334. C'eſt ſous l'indice de 1.° de cette Remarque, que ſe trouve la maniére de former ces Exemples: Ce qui ſuit au même endroit ſous l'indice de 2.° ne regarde pas les deux Projets dont il eſt ici queſtion. Et même l'on y peut voir qu'il y a des exemples où deux rameaux ſe touchent ſans ſe couper, quoique la Propoſée n'ait point de racines égales, & que les racines égales d'une des réduites ſoient en nombre impair (pag. 335.) Pour s'aſſurer de l'attouchement de ces rameaux, il eſt bon de rappeller la regle qui eſt dans la pag. 330 de ces Mémoires. Par exemple, ſi la Propoſée eſt $x^4 - 2a^3x + a^4 = 0$ &

le premier lieu $yxx + a^3 = aax$, alors le second lieu le plus simple est

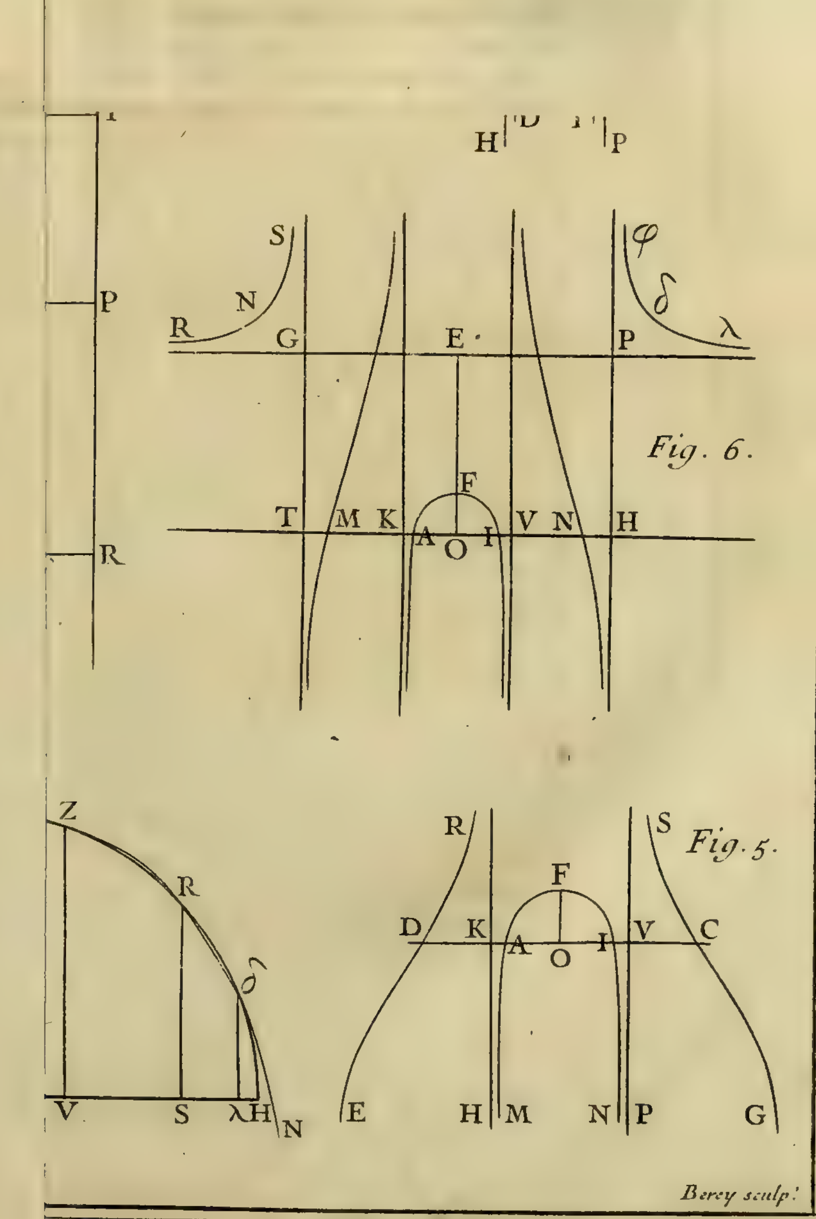


Fig. 1re

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 6.

Fig. 4

Fig. 5

Berey sculp.

le premier lieu $yxx + a^3 = aax$, alors le ſecond lieu le plus ſimple eſt $axx - 2aax + a^3 = 2yyx - ayy$. Conſtruiſant ces lieux ſur un même axe & une même origine, alors un des rameaux du ſecond lieu touche un des rameaux du premier lieu, au point que donnent $x = a$ & $y = 0$, quoique la Propoſée n'ait point de racines égales, & que $x = a$ ſoit une des trois racines égales de la réduite, dont l'inconnuë eſt x.

REMARQUE II. Une portion de Courbe peut ſe couper ou être touchée par autant d'autres Courbes qu'on voudra, & en autant de points qu'on voudra; mais ce n'eſt pas en cela que conſiſte le Paradoxe, il conſiſte principalement dans les cavités ſur leſquelles j'ai inſiſté. Mais comme il devient plus conſiderable à meſure que l'on augmente le nombre des points de rencontre, il faut des exemples plus compoſés que ceux que l'on a vûs ici, pour donner de plus forts indices de ce Paradoxe, & pour préparer à la ſeconde démonſtration. C'eſt ce qui ſera le ſujet d'un autre Mémoire.

SUR UNE OBSERVATION DE M. ROLLE,

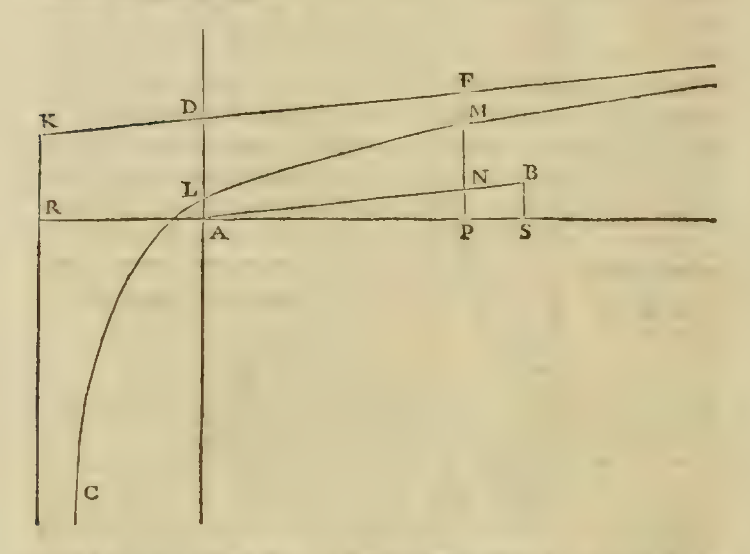
Par rapport aux Conſtructions Géométriques; propoſée à l'Academie comme un Paradoxe.

Par M. SAURIN.

J'AI examiné le Paradoxe que M. Rolle propoſa la ſemaine paſſée, & l'exemple qu'il apporta pour l'établir. J'ai trouvé l'exemple bon, & le Paradoxe vrai. Quand on répand ſur les choſes un air de myſtére, ſouvent ce qu'il y a de plus commun paroît ſurprenant; mais quoique le merveilleux que M. Rolle a jetté ſur ſa découverte, s'évanouiſſe en partie, lorſque le Paradoxe eſt bien entendu; ce qui reſte ne laiſſe pas d'être encore digne de remarque.

19 Juillet 1713.

On ſçait que deux Sections coniques peuvent ſe rencontrer en 4 points, & que ces 4 points peuvent varier à l'infini par la différente poſition des deux Courbes : mais je ne ſçai ſi l'on avoit encore obſervé que ces points peuvent ſe trouver tous quatre d'un même côté par rapport aux axes principaux : c'eſt ce qu'il y a de ſingulier dans l'Obſervation de M. Rolle, & ce qu'il démontre par l'exemple propoſé, dans lequel en effet une portion de la moitié d'une Hyperbole, rencontre en quatre points la moitié d'une Parabole. Le lieu à l'Hyperbole eſt $xx - 10xy - 50y + 35x + 24 = 0$; & en voici la conſtruction.



Ayant mené les lignes AD, AS qui font un angle droit; & pris ſur AS le point A pour l'origine des coordonnées; ſur la même ligne du côté oppoſé au point S, je prends $AR = 5$, & par le point R, je mene l'indéfinie KR parallele à DA. Je mene auſſi du point A la droite AB, faiſant avec AS un angle tel que $AS : SB :: 10 : 1$. je fais $AD = 3$; je mene par le point D la droite indéfinie KF parallele à AB; & ayant pris ſur DA, $DL = 3 - \frac{12}{25}$, je décris par

le point L, entre les droites KF, KR, comme asymptotes, l'Hyperbole CLM, & je dis que cette Hyperbole est le lieu requis.

Car nommant AP, x; PM, y; & KD, qui est connuë, e; l'analogie $AR\ (5) : KD\ (e) :: AP\ (x) : DF$, donnera $DF = \frac{ex}{5}$; & l'on aura KF, ou $KD + DF = e + \frac{ex}{5}$. On a d'ailleurs $FM = FN + NP - PM = \overline{3 + \frac{1}{10}x - y}$; Donc $KF \times FM = e + \frac{ex}{5} \times \overline{3 + \frac{1}{10}x - y} = 3e + \frac{3ex}{5} + \frac{1}{10}ex + \frac{1}{10} \times \frac{exx}{5} - ey - \frac{exy}{5} = KD \times DL$ (par la propriétéde l'Hyperbole) $= e \times \overline{3 - \frac{12}{25}}$; ou multipliant par 5, & divisant par e; $15 + 3x + \frac{5}{10}x + \frac{1}{10}xx - 5y - xy = 15 - \frac{12}{5}$; & enfin multipliant par 10, & mettant tout d'un côté, $xx - 10xy - 50y + 35x + 24 = 0$: ce qu'il falloit démontrer.

Cette construction posée, il est évident, ainsi que M. Rolle l'a montré, que dans l'Equation construite x étant pris $= 1$, $= 4$, $= 9$, $= 16$, donne $y = 1$, $= 2$, $= 3$, $= 4$; que ces quatre points sont de même dans la moitié d'une Parabole qui auroit pour axe la droite AS, pour sommet le point A, & pour parametre l'unité; & par conséquent, qu'elle seroit rencontrée dans ces quatre points par la portion de cette moitié d'Hyperbole, où se trouvent les mêmes points.

Si la Parabole étant donnée avec les quatre points déja marqués, on vouloit trouver le lieu à l'Hyperbole qui passe par ces quatre points, il n'y auroit qu'à prendre l'Equation du lieu cherché en exprimant les quantités qui doivent être constantes, par des indéterminées; elles se détermineroient par la substitution des valeurs données de x & de y dans les quatre points, & il viendroit le même lieu que nous avons construit.

Car la moindre attention fait d'abord connoître que l'Hyperbole que l'on cherche, ne peut avoir d'autre position que celle qu'on voit dans la Figure; c'est-à-dire, que le sommet de cette Hyperbole, ne sçauroit être au point A qui est le sommet

de la Parabole, qu'il en doit être éloigné du côté opposé à S; qu'il ne sçauroit être sur la ligne AS prolongée, ni au-dessus; qu'il ne peut être qu'au dessous. La supposant donc dans la position qu'elle a dans la Figure, prenant les droites KF, KR pour ses asymptotes; & menant la droite AB parallele à l'asymptote KF; on nommera les constantes, mais indéterminées, AR, r; AD, d; DL, c; AS, n; SB, L; & les variables AP, x; PM, y; on aura $KD = \frac{1}{n} r\sqrt{n^2+1}$, & $DF = \frac{1}{n} x\sqrt{n^2+1}$; $FM = d + \frac{1}{n}x - y$; & $\overline{KD + DF} \times FM = \overline{\frac{1}{n} r\sqrt{n^2+1} + \frac{1}{n} x\sqrt{n^2+1}} \times \overline{d + \frac{1}{n}x - y} = \frac{1}{n} dr\sqrt{n^2+1} + \frac{1}{n} dx\sqrt{n^2+1} + \frac{rx}{n^2}\sqrt{n^2+1} + \frac{xx}{n^2}\sqrt{n^2+1} - \frac{1}{n} ry\sqrt{n^2+1} - \frac{1}{n} xy\sqrt{n^2+1} = KD \times DL = \frac{1}{n} r\sqrt{n^2+1} \times c$; ce qui étant divisé par $\sqrt{n^2+1}$, & multiplié par n^2, donne cette Equation, $ndr + ndx + rx + xx - nry - nxy = cnr$; ou $1xx - nxy - nry + ndx + 1rx + ndr - cnr = 0$.

Comme il n'y a dans cette Equation que quatre indéterminées, r, d, c, n; il est évident qu'elles seront déterminées par les quatre égalités que fournira la substitution des valeurs de x & de y données dans les quatre points; d'où naîtra le même lieu que l'on a déja construit.

L'observation de M. Rolle peut s'étendre, & il l'étend en effet à tous les lieux plus élevés. Le fondement de toute cette recherche est connu; mais il y a un détail où M. Rolle est entré & où nous pourrions entrer ici, s'il ne nous paroissoit injuste de le prévenir, & de ne lui pas laisser tout l'honneur de ce qu'il a trouvé.



OBSERVATION

OBSERVATION
SUR
UNE SUBLIMATION DE MERCURE.

Par M. HOMBERG.

PARMI les matiéres minérales, le Mercure eſt une des plus volatiles, qui ſe lie facilement avec toutes ſortes de ſels, & ſe ſublime avec eux. Tous ces ſublimés paroiſſent en forme ſeche quand ils ſont hors du feu ; mais quelques-unes d'entr'eux ſe tiennent long-temps fondus dans une médiocre chaleur, ce qui fait qu'en les ſublimant on a de la peine de les ſéparer entiérement de leurs têtes-mortes, parce que la voute du matras ſublimatoire, n'étant pas par-tout aſſés froide pour que le ſublimé s'y puiſſe figer, il recoule continuellement dans le fond du vaiſſeau, qui par là ſe caſſe fort aiſément; & la ſublimation ne s'y fait qu'à demi dans le ſommet ſeulement du matras, ce qui demande une opération fort longue, & encore faut-il la réiterer dans d'autres vaiſſeaux, ſi l'on veut ſéparer de la tête-morte tout ce qu'elle peut contenir de ſublimé corroſif. Cet inconvenient m'eſt arrivé depuis peu dans un mélange de parties égales de ſublimé corroſif & de ſel décrepité, que j'ai voulu ſublimer pluſieurs fois enſemble ; j'ai cru y remedier parfaitement en mettant ce mélange dans une cornuë, pour faire couler le ſublimé dans un recipient par le moyen de la diſtillation, comme je l'avois vû couler le long des parois du matras ſans ſe figer, pendant les ſublimations ; mais je me ſuis apperçû que la plûpart du ſublimé ſortoit en vapeurs par les jointures, parce que n'y ayant point d'autres ouvertures, le recipient ſeroit crevé ou la cornuë. J'ai donc éteint le feu, & j'ai percé le ballon d'un petit trou près de ſon fond ; j'ai radapté 6 Septembre 1713.

ce ballon, en le plaçant de maniére, que le petit trou se trouvoit dans sa partie supérieure. J'ai remis le feu sous la cornuë sans luter les jointures, & ma sublimation a passé dans le ballon, sans qu'il se soit perdu la moindre fumée par la jointure ni par le petit trou. Tout le sublimé s'est trouvé dans le fond du ballon, en partie congelé comme du beurre d'antimoine sec, & en partie comme de la neige, & rien ne s'est sublimé au haut du ballon.

Il y a beaucoup d'apparence que le sublimé est sorti en fumée par les jointures dans la premiére opération, plûtôt que d'entrer dans le ballon, parce que l'air froid dont le ballon estoit rempli, se raréfiant peu à peu par la chaleur de la cornuë, en est sorti par ces jointures à mesure qu'il s'est échauffé; & a entraîné avec lui le sublimé qui estoit encore en vapeurs: mais ce même air froid contenu dans le ballon, ayant trouvé une issuë par le petit trou au haut du ballon dans la seconde opération, il en est sorti seul, & la vapeur mercurielle est entrée dans le ballon sans aucun obstacle; & comme elle y a trouvé un lieu assés froid pour se condenser promptement, elle ne s'est pas élevée jusqu'à la hauteur du trou dont j'avois percé le ballon; & par conséquent, il ne s'y est point fait de sublimation, mais elle s'est déposée au fond du ballon en forme de floccons comme de la neige, & a rempli plus de la moitié du ballon, en sorte que ces ouvertures n'en ont causé aucune perte.

La raison pourquoi dans cette opération le sublimé est plus fusible, & se tient plus long-temps en liqueur que dans les sublimations du sublimé corrosif ordinaire, & encore moins dans celle du Mercure doux, est apparemment, parce que le Mercure y est plus chargé de sels que ne le sont ces autres sublimés; & comme ce surplus de sel, qui s'éleve dans cette opération, ne trouve pas assés de Mercure pour s'y loger, & pour en être absorbé dans la grande chaleur, il s'y joint un esprit acide, qui l'entretient liquide pendant qu'il est encore chaud: cet esprit acide n'est pas en trop grande

quantité dans les premiéres de ces opérations, ce qui fait qu'il se condense aisément avec le Mercure dans un lieu froid, mais en réiterant sept ou huit fois cette même opération, sur du nouveau sel décrepité, comme j'avois fait ici, il s'en sépare à la fin une si grande quantité d'esprit acide, que le Mercure n'est plus capable de l'absorber même dans le froid; & il paroît alors en huile épaisse, ou comme du beurre d'antimoine fondu.

Toute cette opération s'est achevée en deux heures de temps sur six livres de sublimé, au lieu que par la maniére ordinaire je n'avois pas achevé la sublimation en douze heures sur trois livres de sublimé. La raison en est que dans cette derniére opération le sublimé a pû sortir de la cornuë à mesure qu'il s'est élevé en vapeurs; au lieu que dans l'opération ordinaire, ne trouvant pas de lieu assés froid dans le vaisseau sublimatoire pour se figer, il retombe dans le fond de son vaisseau à mesure qu'il s'éleve, & y circule pendant long-temps.

REFLEXIONS SUR LES OBSERVATIONS DES MARE'ES.

Par M. CASSINI.

LES Philosophes n'ont point été jusqu'à présent d'accord ensemble touchant la cause & les effets du Flux & du Reflux de la Mer. 2 Août 1713.

Possidonius, au rapport de Strabon, dit que le mouvement de l'Océan imite la révolution des corps celestes, & qu'il y a dans le flux de la Mer un mouvement journalier, un mouvement qui suit la révolution des mois lunaires, & un mouvement annuel.

Que le mouvement diurne est celui que la Mer fait en

montant & descendant deux fois le jour ; que celui des mois se remarque par les différentes hauteurs des Marées qui sont grandes vers les nouvelles Lunes, diminuent jusqu'au premier quartier, & augmentent ensuite jusqu'aux pleines Lunes, après quoi elles redescendent. Qu'à l'égard du mouvement annuel, il a appris des habitants de Cadis, que vers les solstices d'été, les flux & reflux de la Mer étoient les plus grands, ce qui lui faisoit conjecturer qu'ils diminuoient jusqu'à l'équinoxe d'automne ; qu'ils augmentoient ensuite jusqu'au solstice d'hyver, après quoi ils diminuoient, & ainsi successivement.

Pline prétend que le Soleil & la Lune sont la cause du flux & du reflux ; il paroît être du même sentiment que Possidonius en ce qui regarde le mouvement journalier du flux & du reflux de la Mer, & en celui qu'on observe dans chaque révolution de la Lune ; mais il assûre au contraire que les plus grandes Marées arrivent dans les équinoxes, & les plus petites dans les solstices, & qu'elles sont encore plus grandes dans l'équinoxe d'automne, que dans celui du printemps. Il adjoûte que les Marées sont plus petites lorsque la Lune est septentrionale & qu'elle s'éloigne de la Terre, que lorsqu'elle est méridionale & que sa force agit de plus près, & que dans l'espace de huit années, après cent révolutions de la Lune, on observe les mêmes principes du mouvement des Marées, & les mêmes augmentations. Il remarque enfin que tous ces changements n'arrivent point précisément dans les temps marqués ci-dessus, mais quelques jours après, l'effet des choses qui se passent dans le Ciel, ne se faisant pas sentir sur la terre aussi-tôt qu'on les apperçoit à la vûë.

Divers Philosophes modernes, ont aussi reconnu dans le flux & le reflux de la Mer, trois sortes de mouvements, l'un qui se fait deux fois tous les jours, l'autre qui suit les periodes de la Lune, & le troisiéme dont on s'apperçoit tous les ans au temps des équinoxes & des solstices.

Ils s'accordent avec Pline, en ce qu'ils supposent tous que les Marées sont plus grandes dans les équinoxes que dans les

ſolſtices, mais ils ſont différents entr'eux en ce qui concerne la cauſe de ces phénomenes.

Galilée prétend que la cauſe principale du flux & du reflux de la Mer, vient du mouvement de la Terre autour de ſon axe, qui ſe fait en 24 heures, pendant qu'elle eſt entraînée en même temps par ſon mouvement annuel qu'elle fait autour du Soleil dans l'eſpace d'une année. Quoique ces deux mouvements ſe faſſent de l'occident vers l'orient, chaque point de la ſurface de la Terre doit avoir des degrés différents de vîteſſe par rapport à un point fixe pris dans le Ciel. Car par la révolution journaliére de la Terre, les parties expoſées au Soleil, ſont emportées d'un ſens différent à celui dont la Terre eſt mûë par ſon mouvement propre, & tout au contraire les parties de la ſurface de la Terre, qui ſont dans l'hémiſphére oppoſé au Soleil, ſont emportées par la révolution journaliére du même ſens dont elles ſont entraînées par ſon mouvement propre; d'où il réſulte un mouvement compoſé dont la vîteſſe eſt plus grande que dans le cas précédent, & qui varie ſuivant les différentes directions de ces deux mouvemens. Les parties de la ſurface de la Terre étant donc mûës, tantôt plus lentement, tantôt plus vîte dans l'eſpace de 24 heures, il ſuit que les eaux contenuës dans la Mer, qui ne peuvent pas ſuivre exactement le mouvement de la ſurface de la Terre, ſont obligées de fluer & de refluer dans l'eſpace d'un jour, de même que feroit l'eau contenuë dans un vaiſſeau, qui étant emportée avec un certain degré de viteſſe d'un certain côté, reflueroit du côté oppoſé, & retourneroit enſuite vers l'autre bord lorſque cette vîteſſe viendroit à ſe rallentir conſiderablement. Il conclut delà, qu'il doit y avoir un flux & un reflux dans l'eſpace de 24 heures; mais qu'à cauſe de l'eau qui tend toûjours à ſe mettre en équilibre, & de divers accidents qui peuvent ſurvenir, comme des différentes profondeurs de la Mer, & de la direction des côtes de la Mer, qui interrompent ſon mouvement, le flux peut accelerer de 2, 3, 4, 5 à 6 heures, ce qui fait qu'on obſerve ordinairement dans la Méditerranée le flux de la Mer

de 6 heures en 6 heures, quoiqu'en d'autres endroits on puiſſe le trouver différent.

A l'égard du mouvement des Marées qui ſuivent les periodes des mois lunaires, il prétend qu'elles ſont produites par l'inégalité du mouvement de la terre, qui acquiert un plus grand degré de vîteſſe lorſque la Lune eſt en conjonction, que lorſqu'elle eſt en oppoſition. Il ſuppoſe pour cela que la force émanée du Soleil agit de même à égale diſtance de cet aſtre, & meut avec plus de vîteſſe les corps qui ſont plus proches du centre de leur mouvement, que ceux qui en ſont plus éloignés; d'où il ſuit que la Lune doit avoir un plus grand degré de vîteſſe dans ſa conjonction, où elle eſt plus près du Soleil, que dans ſon oppoſition, où elle en eſt plus éloignée, ce qui contribuë auſſi à accelerer ou retarder le mouvement de la terre; ſemblable à un pendule qui fait des vibrations plus promptes ou plus lentes, ſuivant que l'on place un plomb plus proche ou plus loin du centre de ſon mouvement. Cette inégalité du mouvement de la terre dans les conjonctions & oppoſitions, dont la periode eſt la même que celle de la révolution de la Lune, eſt la cauſe, à ce qu'il prétend, des inégalités que l'on obſerve dans les Marées dans le cours d'un mois.

Pour ce qui regarde les inégalités que l'on obſerve dans les Marées dans le cours de l'année; Galilée juge qu'elles proviennent de la différence qui reſulte de la compoſition du mouvement annuel & du mouvement journalier, ſuivant les différentes ſituations de la terre ſur l'Ecliptique. Car la révolution journaliére ſe faiſant autour des Poles de l'équateur, & la révolution annuelle autour des Poles de l'Ecliptique, qui en eſt éloigné de $23^d \frac{1}{2}$, il ſuit que lorſque la terre eſt dans les Tropiques, le cercle de déclinaiſon concourt avec le cercle de latitude qu'on appelle *Colure*, & ces deux révolutions ſe font ſuivant la même direction; au lieu que lorſque la terre eſt dans les Equinoxes, les directions de ces deux mouvements ſont inclinées l'une à l'autre de $23^d \frac{1}{2}$:

d'où il ſuit une compoſition de mouvements différente de celle qui arrive lorſque la Terre eſt dans les tropiques. Il réſulte, ſuivant cet Auteur, de la différence de ces deux mouvements compoſés, des inégalités qui ſont la cauſe de celles que l'ôn obſerve dans les ſolſtices & dans les équinoxes.

Il conclut de-là, que les periodes des marées qui ſont reglées ſuivant les jours, les mois & les années, ont toutes pour cauſe premiére & principale, le mouvement de la Terre annuel, & ſon mouvement journalier, & que le Soleil & la Lune n'y entrent que par accident.

Deſcartes qui paroiſſoit mieux informé que Galilée des phénomenes que l'on obſerve dans les Marées ſur les côtes de l'Océan, & qui ſçavoit qu'on y obſerve reguliérement le flux & le reflux de la Mer deux fois le jour dans l'eſpace de 24 heures 48 minutes ou environ, de ſorte que la Mer employe aſſés exactement 6^h & $12'$ à monter, & autant à deſcendre, attribua les principales cauſes de ce phénomene au mouvement de la Lune.

Il jugea que la matiére celeſte qui environne la Terre, étant mûë par le mouvement journalier avec plus de vîteſſe que la Terre, ſe trouvoit reſſerrée entre la Terre & la Lune, ce qui obligeoit la Terre à céder un peu du côté oppoſé: Que ſes eaux étoient par cet effet comprimées de côté & d'autre ſuivant la direction de la Lune à la Terre, ce qui les faiſoit refluer de côté & d'autre à la diſtance de 90 degrés, où étoit la plus grande hauteur de la Mer. Que la Lune étant arrivée 6^h & $12'$ après à la diſtance de 90 degrés du lieu où elle étoit auparavant, les eaux qui y avoient été élevées, s'y trouvoient comprimées par l'interpoſition de la Lune, & la Mer y étoit par conſéquent plus baſſe qu'en aucun autre endroit. Qu'ainſi il devoit y avoir dans un même lieu, une viciſſitude de haute & de baſſe Mer dans l'eſpace de 12^h $24'$ ſemblable à celle que l'on y obſerve.

A l'égard des Marées, qui, dans chaque lunaiſon, ſont les plus hautes dans les nouvelles & pleines Lunes, & les plus

baſſes dans les quadratures, il prétend que cela provient de la direction du tourbillon de la Terre, qui, ſuivant ſon ſyſtême, eſt elliptique, & a ſon petit axe toûjours dirigé vers le Soleil. Que dans les conjonctions & oppoſitions la Lune ſe trouve dans cette direction; & que par conſequent, le flux & le reflux de la Mer doit être plus grand que dans les quadratures, où la Lune eſt ſituée dans la direction du plus grand axe de l'ellipſe.

Il adjoûte enfin que la Lune étant toûjours dans un plan qui eſt près de l'Ecliptique, & la Terre faiſant ſa revolution journaliére, ſuivant le plan de l'Equateur, ces deux plans ſe coupent dans les équinoxes, au lieu que dans les ſolſtices ils ſont fort éloignez les uns des autres, d'où il ſuit que les plus grandes Marées doivent arriver vers le commencement du printemps & de l'automne.

Képler dans ſon Aſtronomie Lunaire (pag. 70.) attribuë la cauſe du flux & du reflux de la Mer aux corps du Soleil & de la Lune, qui attirent les eaux de la Mer par une vertu à peu-près ſemblable à celle de l'Aimant. Il avouë qu'il eſt difficile d'expliquer par ce moyen comment le flux de la Mer eſt auſſi grand à minuit lorſque le Soleil & la Lune ſont abſents, qu'à midi lorſqu'ils ſont preſents. Il conjecture cependant que le flux de la nuit peut être produit par la réflexion qui ſe fait contre la côte de l'Amerique, des eaux que la Lune a entraînées avec elle, & réciproquement par la réflexion qui ſe fait contre les côtes de l'Europe & de l'Afrique, des eaux que la Lune amene à ſon retour.

M. Newton dans ſes Principes mathématiques, adopte le ſentiment de Képler, en attribuant la cauſe des Marées à l'attraction produite par le Soleil & par la Lune. Il trouve, ſuivant ſes principes, que la Mer doit s'élever deux fois tous les jours, tant Solaires que Lunaires, & que la plus grande hauteur de la Marée doit arriver moins de ſix heures après le paſſage du Soleil & de la Lune par le Méridien, comme on l'obſerve dans la partie Orientale de la Mer Atlantique & Ethiopique,

Ethiopique, entre la France & le Cap de Bonne-Espérance, & sur les côtes du Chilly & du Perou de la Mer Pacifique, où le flux de la Mer arrive environ sur la troisiéme heure.

Ces deux mouvements que le Soleil & la Lune produisent, ne s'apperçoivent point distinctement, mais font un mouvement mixte. Dans les conjonctions & oppositions ces deux effets sont joints ensemble & forment le plus grand Flux & Reflux. Dans les quadratures le Soleil éleve l'eau dans l'endroit où la Lune l'abaisse, & les flux & reflux de la Mer qui résultent de cette différence, sont les plus petits qui puissent arriver dans le cours d'un mois; & parce que, suivant les expériences, l'effet de la Lune est plus grand que celui du Soleil, la plus grande hauteur de la Mer doit arriver à la troisiéme heure Lunaire. Il appelle heure Lunaire la vingt-quatriéme partie du temps que la Lune employe à retourner au Méridien du même lieu.

M. Newton juge aussi que les effets du Soleil & de la Lune sont plus grands dans leurs plus petites distances à la Terre, que dans leurs plus grandes, & cela en raison triplée des diametres apparents : que par conséquent, toutes choses égales, le Soleil étant l'Hyver dans son Périgée, les Marées doivent être un peu plus grandes que dans l'Eté; & que la Lune étant dans son Périgée, les Marées doivent être plus grandes que quinze jours avant ou après, où elle est dans son Apogée.

Il adjoûte que l'effet du Soleil & de la Lune dépend de sa déclinaison ou distance à l'Equateur : que si ces deux Planetes étoient dans la direction du Pole, elles attireroient toutes les eaux uniformement ; de sorte qu'il n'y auroit aucun mouvement réciproque, & qu'ainsi le Soleil & la Lune en s'éloignant de l'Equateur vers les Poles, perdent peu à peu leur effort, & causent des Marées plus petites dans les sizygies des Solstices que dans celles des Equinoxes ; mais dans les quadratures des Solstices, les Marées doivent être plus grandes que dans les quadratures des Equinoxes, parce que l'effet de la Lune qui est alors dans l'Equateur, surpasse celui du Soleil.

Les plus grandes Marées arrivent donc dans les ſizygies, & les plus petites dans les quadratures qui ſont vers le temps des Equinoxes, & la plus grande Marée d'une ſizygie eſt ſuivie de la plus petite d'une quadrature, ce qu'il dit s'accorder à l'expérience. Il réſulte auſſi de la diſtance du Soleil à la Terre, qui eſt plus petite dans l'Hyver que dans l'Eté, que les plus grandes & les plus petites Marées précedent plus ſouvent l'Equinoxe du Printemps qu'elles ne le ſuivent, & ſuivent plus ſouvent l'Equinoxe d'Automne qu'elles ne le précedent.

M. Newton trouve enſuite que les effets du Soleil & de la Lune dépendent auſſi de la latitude des lieux; qu'on peut conſidérer la Mer comme partagée par le flux de la Mer en deux hémiſpheroïdes, dont l'un eſt vers le Nord, & l'autre vers le Midy; que les Marées de ces deux hémiſpheroïdes oppoſés paſſent ſucceſſivement par le Méridien de chaque lieu dans l'eſpace de douze heures; que les Pays ſeptentrionaux participent davantage de la Marée Boréale, & les Méridionaux de la Marée Auſtrale, & qu'ainſi hors de l'Equateur les Marées de chaque jour ſont alternativement plus grandes & plus petites. La plus grande Marée arrive trois heures après le paſſage de la Lune par le Méridien lorſque cette Planete décline de l'Equinoctial vers le Zénit, & la Lune changeant de déclinaiſon la Marée ſera plus petite.

La plus grande différence entre les Marées d'un même jour, doit arriver dans les temps des Solſtices, principalement lorſque le Nœud aſcendant de la Lune eſt au commencement d'Ariés. Auſſi on a trouvé par expérience que dans l'Hyver la Marée du matin eſt plus grande que celle du ſoir, & dans l'Eté celle du ſoir plus grande que celle du matin, à Plymouth d'environ un pied, & à Briſtol de quinze pouces.

Les autres ſentiments des Philoſophes touchant la cauſe & les effets du flux & du reflux de la Mer, ſe réduiſent preſque tous à ceux que je viens de rapporter; c'eſt pourquoi l'on a cru devoir examiner quels ſont ceux qui s'accordent aux expériences, & quels ſont ceux qui leur ſont contraires.

A l'égard de ce qui nous eſt rapporté de Poſſidonius, il a fort bien diſtingué les trois mouvements des Marées qui ſuivent les périodes des jours, des mois & des années; mais il ſuppoſe que les Marées ſont plus grandes vers les Solſtices que vers les Equinoxes, ce qui n'eſt pas conforme aux expériences. Il ſe pourroit faire qu'on eût obſervé dans le ſolſtice d'Eté la Marée dans le temps que la Lune étoit fort près de la terre, auquel cas la Mer auroit dû s'élever à une grande hauteur, ce qui auroit donné lieu de conjecturer que les plus grandes Marées arrivent toujours dans les ſolſtices, & les plus petites dans les équinoxes. En effet, Strabon qui rapporte le ſentiment de Poſſidonius, dit que cet Auteur ayant été à Cadis dans le Temple d'Hercule vers le ſolſtice d'Eté, n'avoit point remarqué de Marées extraordinaires dans la pleine Lune, mais que vers la nouvelle Lune il étoit arrivé dans le Fleuve Bœtis ou Quadalquivir un ſi grand débordement d'eaux, que le rez-de-chauſſée du Fanal d'Hercule & le rempart du Port de Cadis avoient été couverts juſqu'à la hauteur de dix coudées.

Le ſentiment de Pline touchant les Marées des équinoxes & des ſolſtices, paroît plus conforme aux obſervations, puiſqu'il aſſûre que les plus grandes Marées arrivent dans les équinoxes, & les plus petites dans les ſolſtices; mais il avance que les Marées ſont encore plus grandes dans l'équinoxe d'Automne que dans celui du Printemps, ce que nous n'avons pas pû reconnoître par les obſervations. Ce qu'il y a de ſingulier eſt qu'il a reconnu que les Marées ſont plus petites lorſque la Lune s'éloigne de la terre, que lorſqu'elle s'en approche, & que ſa force agit de plus près : ce qui eſt conforme à nos obſervations. Il remarque auſſi que dans l'eſpace de huit années après cent révolutions de la Lune, on y obſerve les mêmes principes du mouvement des Marées, & les mêmes augmentations ; ce qui a beaucoup de rapport au mouvement de l'Apogée de la Lune, qui dans l'eſpace de huit à neuf années revient au même point du Zodiaque après 118 révolutions de la Lune, que l'on peut prendre par con-

ſéquent pour la période des principales inégalités que l'on obſerve dans les Marées. Il adjoûte enfin que les effets produits par les mouvements des corps celeſtes ne ſe font point ſentir ſur la terre auſſi-tôt qu'on les apperçoit à la vûë: ce qui s'accorde parfaitement avec nos obſervations.

A l'égard de Galilée, qui prétend que la cauſe principale des Phénomenes que l'on obſerve dans le flux & le reflux de la Mer, doit être attribuée au mouvement de la terre, il ſeroit difficile de concilier ſon ſentiment avec les obſervations. Il convient lui-même que, ſuivant ſes principes, il ne doit y avoir dans l'eſpace de 24 heures qu'un flux & un reflux, & que s'il arrive quelquefois plutôt, cela provient de divers accidents, comme de la profondeur de l'eau, de la direction des côtes de la Mer, &c. Mais ſi cela étoit ainſi, comment pourroit-on ſe perſuader que ces cauſes accidentelles & qui varient en tant de manieres différentes, ſuivant les différents lieux, cauſaſſent un effet aſſez régulier pour faire en ſorte qu'au lieu d'un flux & d'un reflux dans l'eſpace de 24 heures, il y eût deux flux & deux reflux dans ce même intervalle plus 48 minutes? effet qui eſt connu de tout le monde, & que nous avons remarqué dans tous les Ports de la France qui ſont ſur l'Océan, où, nonobſtant la diverſe profondeur de l'eau & la différente direction des côtes, la Marée employe aſſez réguliérement ſix heures & environ un quart à monter, & autant à deſcendre.

Outre les périodes du flux & du reflux de la Mer qu'on obſerve tous les jours, & dont Galilée attribuë la cauſe au mouvement de la terre, il trouve que, ſuivant ſon ſyſtême, il doit y avoir dans les Marées une période réglée ſuivant la révolution de la Lune à l'égard du Soleil, la terre ayant, à ce qu'il conjecture, un plus grand degré de vîteſſe dans les conjonctions que dans les oppoſitions. On peut répondre à cela que ces divers degrés de vîteſſe qu'il attribuë à la terre dans les nouvelles & pleines Lunes, n'ont point été connus juſqu'à préſent aux Aſtronomes. Mais quand même cet effet

qui n'eſt peut-être pas aſſez ſenſible pour être apperçû par les obſervations Aſtronomiques, le ſeroit aſſez pour faire quelque impreſſion ſur la Mer, comme le conjecture Galilée, il ſuivroit de-là que les Marées qui arrivent dans les conjonctions ſeroient différentes de celles que l'on obſerve dans les oppoſitions, & que celles des quadratures ſeroient les plus uniformes: ce qui ne ſatisfait point aux expériences par leſquelles on a trouvé que les plus grandes Marées arrivent également dans les conjonctions & oppoſitions, où elles ſont aſſez uniformes; & que les plus petites s'obſervent dans les quadratures, où elles ſont ſujettes à plus d'irrégularités. La raiſon que Galilée rapporte de la période annuelle des Marées, ne paroît pas non plus s'accorder aux expériences, car dans les ſolſtices le mouvement journalier de la terre ſe faiſant dans la même direction que le mouvement annuel, il ſemble qu'alors la compoſition de ces deux mouvemens devroit cauſer des Marées plus grandes que dans les équinoxes, où les directions de ces deux mouvemens ſont inclinées l'une à l'autre, & cependant on obſerve tout au contraire que les Marées ſont plus grandes dans les équinoxes que dans les ſolſtices.

Les différents degrés de vîteſſe du mouvement annuel de la terre, lorſqu'elle eſt dans ſon périhelie ou dans ſon aphélie, devroient auſſi cauſer, ſuivant ce ſentiment, une très-grande altération dans les Marées, on n'obſerve pas néantmoins de variations conſidérables dans les Marées du ſolſtice d'Hyver où la terre ſe meut avec plus de vîteſſe, au ſolſtice d'Eté où elle ſe meut plus lentement.

Le ſentiment de Deſcartes touchant la cauſe du flux & du reflux de la Mer paroît plus conforme aux obſervations; car il eſt aiſé de concevoir que tous les corps céleſtes faiſant par leur mouvement, quelques impreſſions les uns ſur les autres, la terre eſt obligée de céder du côté oppoſé à la Lune; de ſorte que les eaux de la Mer ſe trouvent comprimées ſuivant la direction de la Lune à la terre, & forcées de refluer de côté & d'autre à la diſtance de 90 degrés où ſe fait la haute Mer.

La raiſon qu'il apporte de ce que les Marées ſont plus grandes dans les ſizygies que dans les quadratures, eſt une ſuite de ſon ſyſteme, dans lequel il ſuppoſe que le petit Axe du Tourbillon de la terre, lequel eſt elliptique, eſt toujours dirigé vers le Soleil; de ſorte que la Lune eſt plus près de la terre dans les ſizygies, que dans les quadratures. Mais cela ne s'accorde pas toujours avec les obſervations aſtronomiques; car il eſt vrai que la Lune étant dans les ſizygies & en même-temps dans ſon périgée, eſt plus près de la terre que dans toute autre phaſe; mais on ne peut pas conclurre de-là que le petit Axe du Tourbillon de la terre, lequel emporte la Lune, ſoit toujours dirigé vers le Soleil: car il arrive ſouvent que la Lune eſt plus près de la terre dans les quadratures, que dans les ſizygies, & cependant on obſerve toujours que dans les quadratures les Marées ſont plus petites que dans les ſizygies.

On ne peut donc point attribuer la cauſe des grandes Marées dans les nouvelles & pleines Lunes, à la proximité de la Lune à la terre, & celle des petites Marées dans les quadratures, à ſon éloignement; & c'eſt ce qui nous donna lieu de conjecturer que le Soleil auſſi-bien que la Lune concouroit à produire la hauteur des Marées, quoique ſon effet fût moins conſidérable que celui de la Lune; que dans les ſizygies ces deux cauſes agiſſant ſuivant la même direction, les Marées devoient être plus grandes que vers les quadratures, où le Soleil agiſſoit dans une direction perpendiculaire à celle de la Lune.

Nous avons trouvé que Képler & enſuite M. Newton avoient jugé que le Soleil auſſi-bien que la Lune contribuoient à la hauteur des Marées, avec la différence qu'au lieu que nous ſuppoſons que les Marées ſont produites par la preſſion du Soleil & de la Lune ſur la matiére celeſte qui environne la terre, ils ont attribué cet effet aux corps du Soleil & de la Lune qui attirent les eaux de la Mer par une vertu à peu près ſemblable à celle de l'aimant. Ces deux hypotheſes, quoique fort différentes dans leur principe, ſemblent

pouvoir rendre également raison de tous les Phénomenes qu'on observe dans les Marées. Il est vrai que, suivant le systeme de la pression, la Mer doit être basse dans les endroits où elle devroit être haute suivant le systême de l'attraction ; mais comme dans les nouvelles & pleines Lunes la haute Mer arrive en divers lieux, à différentes heures du jour, avant & après midi, il n'est pas aisé de discerner à quelle des deux causes on doit attribuer le flux & le reflux de la Mer. Il est donc plus à propos, avant que d'embrasser aucun systeme, de s'assûrer d'un grand nombre d'observations ; ce que nous avons fait jusqu'à présent, & que nous avons eu occasion de continuer par un nouveau Journal d'Observations sur les Marées, faites à Brest pendant les années 1712 & 1713.

Ce Journal commence au 13 Juillet de l'année 1712 où le précédent avoit fini, & a été continué jusqu'au dernier Mars de l'année 1713.

Dans cet intervalle, qui est d'environ neuf mois, on a observé les Marées de dix-huit, tant nouvelles que pleines Lunes, entre lesquelles il se rencontre celle de l'équinoxe d'automne, du solstice d'hyver & de l'équinoxe du printemps.

La Marée qui est arrivée le plutôt, a été observée le 24 Février 1713, à $3^h\ 6'$ du matin, la nouvelle Lune étant marquée ce jour-là dans la Connoissance des Temps, à $10^h\ 50'$ du soir. Celle qui est arrivée le plus tard, a été observée le 13 Decembre à $4^h\ 27'\frac{1}{2}$, la pleine Lune étant marquée ce jour-là à $1^h\ 3'$ du matin. La différence entre ces deux observations, qui est de $1^h\ 21'\frac{1}{2}$. peut se corriger en partie, en supposant, de même que dans les Mémoires précédens, le temps moyen de la pleine Mer à Brest à $3^h\ 45'$, & y employant l'équation ordinaire de deux minutes par heure, qu'il faut adjouter au temps moyen, ou l'en retrancher, selon qu'il retarde ou anticipe à l'égard du temps de la nouvelle ou pleine Lune. Car on trouvera que le 24 Février 1713, jour de la nouvelle Lune & de la plus grande accélération de la

Marée, la haute Mer a dû arriver à 3^h $7'$, à une minute près de celle qui a été obſervée, & que le 13 Decembre, jour de la pleine Lune & du plus grand retardement, la haute Mer a dû arriver à 4^h $14' \frac{1}{2}$, à $13'$ près de celle qui a été obſervée.

L'obſervation du 24 Février 1713 eſt celle où l'on a remarqué la plus grande accélération dans l'eſpace de près de deux années, & eſt éloignée du temps moyen de la haute Mer, de 39 minutes, qui par l'équation preſcrite, ſe réduiſent à une minute; & l'obſervation du 13 Decembre eſt celle où l'on a trouvé le plus grand retardement dans le même eſpace de temps, & eſt éloignée du temps moyen de 42 minutes, qui par notre équation ſe réduiſent à $12' \frac{1}{2}$, ce qui fait voir la néceſſité qu'il y a d'employer cette équation, & l'utilité qu'on en peut retirer pour connoître plus ſûrement le temps de la haute Mer le jour des nouvelles & pleines Lunes.

A l'égard du temps de la haute Mer dans les quadratures, il eſt ſujet à de grandes inégalités, qu'on corrigera cependant en partie, en ſuppoſant le temps moyen de la haute Mer à Breſt le jour des quadratures à 8^h $57'$, comme on l'a fait ci-devant, & employant l'équation ordinaire de deux minutes & demie par heure, au lieu de celle de deux minutes que l'on ſuppoſe dans les nouvelles & pleines Lunes.

On a été obligé d'employer dans les quadratures cette équation horaire de deux minutes & demie, parce que l'on a obſervé que d'un jour à l'autre les Marées retardent beaucoup plus vers les quadratures que vers les nouvelles & pleines Lunes, dont voici la raiſon.

Dans les nouvelles & pleines Lunes la preſſion eſt plus grande que vers les quadratures, & par conſéquent l'effort produit ſur les eaux de l'Océan qui ſont en pleine Mer, employe moins de temps à ſe communiquer vers les côtes que dans les quadratures où la preſſion de la Lune étant beaucoup plus petite, ſon effort employe beaucoup plus de temps à ſe communiquer vers les côtes, & cauſe un retardement dans

dans les Marées, ce qui fait un effet semblable aux flots de la Mer, qui sont plus grands, & acquiérent une plus grande vîtesse, plus la force qui les agite est grande.

Nous avions déja remarqué que la Mer employe plus de temps à descendre qu'à monter. Cela se confirme par ces nouvelles observations, & il paroît qu'on peut en attribuer la cause à ce que l'effort qui oblige les eaux à s'élever, les pousse avec violence, & par conséquent avec beaucoup de vîtesse vers les Côtes, d'où elles se retirent ensuite par leur propre poids avec moins de vîtesse qu'elles n'étoient montées.

A l'égard des Marées qui arrivent deux fois dans le même jour, de douze en douze heures, elles doivent changer continuellement de hauteur, puisque dans chaque mois elles sont les plus grandes un ou deux jours après les nouvelles & pleines Lunes; qu'elles diminuent ensuite continuellement jusqu'à un jour ou deux après les quadratures; qu'elles remontent ensuite, & ainsi successivement; mais outre cette inégalité de hauteur qu'on a remarquée de tout temps, il s'en rencontre encore d'autres. Car on observe souvent que depuis les quadratures jusqu'aux nouvelles & pleines Lunes, la Marée du soir devant être plus grande que celle du matin, à cause que les Marées d'un jour à l'autre vont en augmentant, elle ne laisse pas de se trouver quelquefois plus petite le matin que le soir, de la hauteur de plusieurs pouces; & tout au contraire en d'autres circonstances depuis les nouvelles & pleines Lunes jusqu'aux quadratures, on trouve la Marée du soir plus grande que celle du matin, quoiqu'elle eût dû être plus petite, à cause que les Marées d'un jour à l'autre vont en diminuant.

Cette inégalité de hauteur dans les Marées a été, au rapport de M. Newton, observée à Plymouth & à Bristol par M.rs Collepressius & Sturmius, qui ont remarqué que dans l'Hyver la Marée du matin étoit plus grande que celle du soir, & que dans l'Eté celle du matin étoit plus petite que celle du soir.

Ils avoient apparemment fait ces obſervations vers les nouvelles & pleines Lunes qui arrivent près les ſolſtices, où l'on obſerve en effet preſque toujours cette variété de hauteur dans les Marées qui ſe ſuccedent les unes aux autres, de douze en douze heures.

Par exemple, le 19 Juin 1712, jour de la pleine Lune, la Marée du matin fut obſervée à Breſt de 17 pieds 1 pouce, plus petite d'un pied un pouce que celle du ſoir, qui fut trouvée de 18 pieds 2 pouces.

Le 2 Juillet ſuivant, jour de la nouvelle Lune, la Marée du matin fut obſervée de 14 pieds 10 pouces 6 lignes, plus petite de 9 pouces 2 lignes que celle du ſoir, qui fut trouvée de 15 pieds 7 pouces 8 lignes.

Tout au contraire, le 13 Decembre 1712, jour de la pleine Lune, la Marée du matin fut obſervée de 16 pieds 7 pouces, plus grande de quatre pouces 4 lignes que celle du ſoir, qui fut trouvée de 16 pieds 2 pouces 8 lignes. Le 29 Decembre ſuivant, jour de la nouvelle Lune, la Marée du matin fut obſervée de 18 pieds 10 pouces, plus grande de 7 pouces que celle du ſoir, qui étoit de 18 pieds 3 pouces.

Il paroît donc par ces obſervations, de même que par pluſieurs autres qu'il ſeroit trop long de rapporter, que vers les nouvelles & pleines Lunes, les Marées de l'Eté ſont plus petites le matin que le ſoir, & les Marées de l'Hyver plus petites le ſoir que le matin, dont on peut rendre aiſément raiſon, pourvû que l'on ſuppoſe, conformément à notre hypotheſe, que les Marées ſont à peu-près d'égale hauteur dans les lieux de la terre directement oppoſés les uns aux autres.

En Eté dans les nouvelles Lunes, cette Planete paſſe vers le Midi avec le Soleil par notre Méridien avec une déclinaiſon ſeptentrionale, & par conſéquent ſon plus grand effort doit ſe faire ſentir dans les pays Septentrionaux de notre Hémiſphere & dans les pays Méridionaux

de l'autre Hémiſphere qui nous ſont directement oppoſés. Douze heures ou environ après vers la minuit, la Lune paſſe par le Méridien dans l'Hémiſphere oppoſé avec une déclinaiſon ſemblable, & par conſéquent ſon plus grand effort doit s'appercevoir dans les pays Septentrionaux de l'autre Hémiſphere, & dans les pays Méridionaux de notre Hémiſphere qui lui ſont directement oppoſés. L'effort ou la preſſion de la Lune dans les nouvelles Lunes d'Eté, eſt donc plus grand à midi dans les pays Septentrionaux où nous habitons, que dans les pays Méridionaux; & tout au contraire cette preſſion eſt plus grande à minuit dans les pays Méridionaux, que dans les pays Septentrionaux; d'où il ſuit que les hauteurs des Marées étant proportionnées aux différens efforts ou preſſions de la Lune, la Marée du ſoir immédiatement après midi doit être plus grande dans les nouvelles Lunes d'Eté, que la Marée qui arrive le matin après minuit.

Dans les pleines Lunes qui arrivent auſſi dans la même ſaiſon, la Lune paſſe à minuit par notre Méridien avec une déclinaiſon Méridionale, & par conſéquent la Marée du matin qui ſuit immédiatement, doit être plus petite que celle d'après midi, la Lune paſſant à midi par le Méridien d'un lieu dont l'oppoſite eſt dans la partie Septentrionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du ſoir.

Tout au contraire dans les nouvelles Lunes d'Hyver cette Planete paſſe avec le Soleil par le Meridien avec une déclinaiſon Méridionale, & par conſéquent la preſſion qu'elle cauſe dans les pays Septentrionaux, doit être alors moins grande que celle qu'elle produit dans les pays Méridionaux, & la Marée du ſoir qui ſuit immédiatement doit être plus petite que celle du matin, la Lune paſſant à minuit par le Méridien d'un lieu dont l'oppoſite eſt dans la partie Septentrionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du matin. Dans les pleines Lunes d'Hyver, la Lune paſſe à minuit par le Méridien avec une déclinaiſon Septentrionale,

& par conséquent la Marée du matin qui suit immédiatement, doit être plus grande que celle du soir, la Lune passant à midi par le Méridien d'un lieu dont l'opposite est dans la partie Méridionale de la Terre où doit arriver la plus grande Marée du soir.

Il paroît donc par ce raisonnement, que dans les nouvelles & pleines Lunes, les Marées de l'Eté doivent être plus petites le matin que le soir, & que la plus grande Marée doit arriver le soir. Que tout au contraire dans l'Hyver les Marées sont plus petites le soir que le matin, & que la plus grande Marée doit arriver le matin.

On observe seulement que la différence de hauteur entre les Marées du matin & celles du soir, est plus grande l'Eté que l'Hyver, ce qui doit arriver en effet, parce que la Marée du soir qui dans l'Eté est plus grande que celle du matin, par les raisons que nous venons de rapporter, se trouve encore augmentée de hauteur par l'augmentation qui se fait dans les Marées de douze heures en douze heures depuis un ou deux jours après les quadratures jusqu'à un ou deux jours après la nouvelle ou pleine Lune; au lieu que dans l'Hyver la Marée du soir, qui est plus petite que celle du matin, se trouve augmentée de hauteur, parce que les Marées qui croissent dans les nouvelles & pleines Lunes, sont plus grandes le soir que le matin, ce qui cause en Hyver une différence moins grande dans la hauteur des Marées du même jour, que dans l'Eté.

Il y a donc deux causes qui concourent ensemble à la variation de hauteur que l'on observe dans les Marées qui arrivent dans un même jour de douze heures en douze heures; l'une qui est produite par l'augmentation ou diminution continuelle qui arrive entre les nouvelles & pleines Lunes, & les quadratures, & l'autre que l'on doit attribuer à la différente hauteur de la Lune sur l'horizon, suivant que sa déclinaison est plus Septentrionale ou Méridionale. Cette derniére cause l'emporte ordinairement sur l'autre, lorsque la

Lune est dans les signes Septentrionaux ou Méridionaux, mais elle est peu sensible dans les nouvelles ou pleines Lunes de l'Equinoxe, où la Lune passe par le Méridien avec fort peu de déclinaison.

Cette augmentation ou diminution dans les Marées de douze en douze heures, que nous venons de remarquer dans les nouvelles & pleines Lunes qui arrivent vers les solstices, doit s'observer aussi dans les quadratures qui arrivent vers les Equinoxes.

Dans l'Equinoxe du Printemps, la Lune est dans son premier quartier dans les Signes Septentrionaux, & passe par le Méridien sur les six heures du soir, avec une déclinaison Septentrionale, & par conséquent la Marée du soir qui suit son passage par le Méridien, doit être plus grande que celle du matin. Dans le 3.e quartier la Lune passe par le Méridien sur les six heures du matin avec une déclinaison Méridionale, & par conséquent la Marée du matin doit être plus petite que celle du soir. Ainsi dans les quadratures qui arrivent vers l'Equinoxe du Printemps, les Marées sont plus petites le matin que le soir, & les plus petites Marées doivent arriver le matin.

Tout au contraire vers l'équinoxe d'Automne, la Lune dans son premier quartier est dans les Signes Méridionaux, & passe par le Méridien sur les six heures du soir avec une déclinaison Méridionale, & par conséquent la Marée du soir qui suit son passage par le Méridien, doit être plus petite que celle du matin. Dans le 3.e quartier la Lune passe par le Méridien sur les six heures du matin avec une déclinaison Septentrionale, & par conséquent la Marée du matin qui suit son passage par le Méridien, doit être plus grande que celle du soir.

Ainsi dans les quadratures qui arrivent vers l'Equinoxe d'Automne, les Marées du matin sont plus grandes que celles du soir, & les plus petites Marées doivent arriver le soir.

Ce raiſonnement s'accorde aſſez bien aux expériences, car le 6 Septembre 1711, jour de la plus petite Marée de l'équinoxe d'Automne, la Marée du ſoir fut obſervée de 10 pieds 3 pouces, plus petite de 7 pouces que la Marée du matin, qui fut trouvée de 10 pieds 10 pouces. Le 23 Septembre 1712, jour de la plus petite Marée de l'équinoxe d'Automne, la Marée du ſoir fut auſſi obſervée de 10 pieds 8 pouces 4 lignes, plus petite de 9 pouces 8 lignes que la Marée du matin, qui fut trouvée de 11 pieds 6 pouces.

Tout au contraire le 16 Mars 1712, jour de la plus petite Marée de l'équinoxe du Printemps, la Marée du matin fut obſervée de 10 pieds 10 pouces, plus petite de 3 pouces que celle du ſoir, & le 20 Mars 1713, jour de la plus petite Marée du dernier quartier, la Marée du matin fut obſervée de 11 pieds 7 pouces, plus petite de 9 pouces que celle du ſoir.

Nous avons remarqué dans les Mémoires précédents, que les diverſes diſtances de la Lune à la Terre cauſent une très-grande variété dans la hauteur des Marées. Cela ſe confirme par ces derniéres obſervations, car le 28 Decembre 1712, jour de la pleine Lune, la diſtance de cette Planete à la Terre, étant de 936 parties, dont le rayon eſt 1000, c'eſt-à-dire, la Lune étant fort près de ſon Perigée, on obſerva le 30 Decembre au matin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la pleine Mer de 19 pieds 2 pouces au-deſſus du point fixe, & celle de la baſſe Mer de 1 pied 8 pouces, au-deſſous de ce point, de ſorte que la Mer avoit monté ce jour-là de la hauteur de 20 pieds 10 pouces.

Le 11 Janvier ſuivant, jour de la pleine Lune, la diſtance de cette Planete à la Terre étant de 1064. c'eſt-à-dire, la Lune étant fort près de ſon Apogée, on obſerva le 15 Janvier au matin, jour de la plus grande Marée, la hauteur de la pleine Mer, de 17 pieds 5 pouces, & celle de la baſſe Mer ſuivante, de 1 pied 0 pouce, de ſorte

que la Mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 16 pieds 5 pouces, & de 4 pieds 5 pouces moins que dans l'Obſervation précédente, où la Lune étoit près de ſon Perigée.

Il faut remarquer que dans la nouvelle Lune Perigée du 28 Decembre 1712, ſa déclinaiſon étoit de 23^d $0'$ Méridionale, fort éloignée de l'Equinoctial, & par conſéquent ſa preſſion ſur la Terre devoit être moins grande que lorſque la Lune étant à peu-près à égale diſtance de la Terre, elle ſe trouve en même-temps plus près de l'Equateur.

En effet, nous trouvons que le 24 Février 1713, jour de la nouvelle Lune, ſa diſtance à la terre étant de 953, c'eſt-à-dire, près de ſon Perigée, & ſa déclinaiſon de 5^d Méridionale, près de l'équateur, la hauteur de la pleine Mer fut obſervée le 26 Février au matin de 21 pieds 2 pouces, qui eſt la plus haute Marée que l'on ait obſervé à Breſt dans l'eſpace de près de deux années. La baſſe Mer ſuivante fut obſervée de 1 pied 3 pouces au-deſſous du point fixe, de ſorte que la Mer monta ce jour-là de la hauteur de 22 pieds 5 pouces.

Le 12 Mars ſuivant, jour de la pleine Lune, ſa diſtance à la Terre étant de 1032, aſſés près de ſon Apogée, & ſa déclinaiſon Méridionale d'un degré, c'eſt-à-dire, près de l'Equateur, on obſerva le 13 Mars ſuivant, jour de ſa plus grande Marée, la hauteur de la pleine Mer de 18 pieds 2 pouces, & celle de la baſſe Mer de 0 pied 0 pouce, de ſorte que l'élévation de la Mer n'a été ce jour-là, que de 18 pieds 2 pouces, moindre de 4 pieds 3 pouces que dans l'obſervation précédente où la Lune étoit près de ſon Perigée, mais plus grande de 1 pied 9 pouces que dans l'obſervation du 11 Janvier 1713, rapportée ci-devant, où la Lune étant près de ſon Apogée, ſa déclinaiſon Septentrionale étoit de 20 degrés.

A l'égard des petites Marées, qui ſuivent les quadratures, nous trouvons auſſi par ces derniéres obſervations, que leurs

hauteurs ſont proportionnées aux diverſes diſtances de la Lune à la Terre. Par exemple, le 23 Septembre 1712, jour de la plus petite Marée qui a ſuivi le 3.e quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1063, fort près de ſon Apogée, la hauteur de la pleine Mer fut obſervée le ſoir, de 10 pieds 8 pouces 8 lignes, & celle de la baſſe Mer de 5 pieds 10 pouces, de ſorte que la Mer n'a monté ce jour-là que de la hauteur de 4 pieds 10 pouces 8 lignes. Le 7 Octobre ſuivant, jour de la plus petite Marée qui a ſuivi le premier quartier, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 976, près de ſon Perigée, la hauteur de la pleine Mer fut obſervée le ſoir de 12 pieds 10 pouces, & celle du matin de 3 pieds 6 pouces, de ſorte que l'élévation de la Marée a été ce jour-là de 9 pieds 4 pouces, plus grande de 4 pieds 5 pouces 4 lignes, que dans l'obſervation précédente, où la Lune étoit près de ſon Apogée.

La déclinaiſon Septentrionale de la Lune étoit le 22 Septembre 1712, jour du dernier quartier de $24^{d}\frac{1}{2}$, & par conſéquent la plus petite Marée ſuivante devoit être fort baſſe, comme on l'obſerva en effet, ayant été trouvée le 23 au ſoir de 10 pieds 8 pouces 8 lignes, plus baſſe de 2 pieds 0 pouce que le 26 Decembre, où la diſtance de la Lune à la Terre étant de 1036, près de l'Apogée, & ſa déclinaiſon Méridionale de 5 degrés, la hauteur de la Marée fut trouvée de 12 pieds 8 pouces 8 lignes.

Outre les variations dans la hauteur des Marées, qui réſultent des diverſes diſtances de la Lune à la Terre, & de ſa différente déclinaiſon à l'égard de l'Equinoctial, il doit y en avoir auſſi, ſuivant nos hypotheſes, quelques-unes cauſées par la différente diſtance du Soleil à la Terre, & par ſa différente déclinaiſon. Nous avons déja remarqué que les Marées des nouvelles & pleines Lunes étoient plus grandes vers les Equinoxes, où le Soleil n'a point de déclinaiſon, que vers les Solſtices où il en a une de $23^{d}\ 29'$, & il y a apparence que le Soleil qui ſe trouve alors en conjonction

& en

& en oppoſition avec la Lune, concourt avec elle aux différentes hauteurs qu'on y obſerve.

A l'égard de la diſtance du Soleil à la Terre, comme elle eſt plus petite vers le Solſtice d'Hyver où le Soleil eſt préſentement près de ſon Perigée, qu'au Solſtice d'Eté, où il eſt près de ſon Apogée, les Marées doivent être plus grandes en Hyver qu'en Eté, toutes choſes égales, comme on l'obſerve en effet. Car le 30 Juillet 1711, jour de la pleine Lune, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 960, & ſa déclinaiſon de 25^d 29′, le Soleil étant auſſi dans ſon Apogée, on obſerva le premier Juillet au ſoir la hauteur de la plus grande Marée de 17 pieds 10 pouces. Le 8 Janvier ſuivant, jour de la nouvelle Lune, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 951, & ſa déclinaiſon de 23^d 0′ à peu près de même que le 30 Juin; le Soleil étant alors près de ſon Perigée, on obſerva le 10 Janvier au matin, la hauteur de la plus grande Marée de 19 pieds 10 pouces, plus haute de 2 pieds que dans l'obſervation précédente, où le Soleil étoit dans ſon Apogée. Le 19 Juin ſuivant la diſtance de la Lune à la Terre étant de 936, & ſa déclinaiſon Méridionale de 24^d 50′, le Soleil étant alors près de ſon Apogée, la hauteur de la plus grande Marée fut obſervée le 21 Juin au ſoir, de 18 pieds 4 pouces, plus petite d'un pied 6 pouces que dans l'obſervation précédente. Enfin le 28 Decembre 1712, le Soleil étant dans ſon Perigée, la diſtance de la Lune à la Terre étant de 936, & ſa déclinaiſon méridionale de 23 degrés, la hauteur de la plus grande Marée fut obſervée le 30 Decembre de 19 pieds 2 pouces, plus grande de 10 pouces que le 19 Juin où le Soleil étoit près de ſon Apogée, & la Lune à peu près à égale diſtance de la Terre.

Il reſulte donc de ces Obſervations, qu'il y a quatre cauſes qui contribuent aux différentes hauteurs qu'on obſerve dans les Marées. La premiére dépend des diverſes ſituations de la Lune à l'égard du Soleil, & produit les variations que l'on

observe dans la hauteur des Marées depuis les nouvelles & pleines Lunes jusqu'aux quadratures. La seconde est produite par les diverses distances de la Lune à la Terre, les Marées étant plus grandes, lorsque la Lune est près de son Perigée que lorsqu'elle est près de son Apogée. La troisiéme est produite aussi par les diverses distances du Soleil à la Terre, les Marées étant plus grandes lorsque le Soleil est dans son Apogée, que lorsqu'il est dans son Perigée. Enfin la quatriéme dépend de la distance de la Lune à l'Equinoxial, les Marées étant plus petites lorsque la Lune a une grande déclinaison, que lorsqu'elle est près de l'Equateur. Cette derniére cause produit aussi les variations que l'on observe dans les Marées qui arrivent dans un même jour. Ces variations se doivent appercevoir diversement en différents lieux de la Terre. Elles doivent être nulles dans les pays qui sont sous la Ligne Equinoxiale; mais elles sont très-sensibles dans les pays Septentrionaux & Méridionaux, suivant que la déclinaison de la Lune est plus ou moins Septentrionale ou Méridionale.



HISTOIRE DU CAFÉ.

Par M. DE JUSSIEU.

J'AI lû en 1713 une Relation ſur le Café, qui m'avoit été envoyée par M. Gaudron Maître Apothicaire de Saint-Malo, qui la tenoit de M. Deſnoyers Chirurgien François, nouvellement arrivé pour lors de Zedia, lieu où cette Plante ſe cultive, éloigné de quelques journées de la rade de Moka; mais comme depuis ce temps-là, j'ai eû occaſion de mieux examiner l'Arbre du Café, par le tranſport qui en a été fait en 1714 d'Hollande à Paris au Jardin du Roy, j'ai cru devoir ſupprimer cette Relation, qui n'auroit été que fort imparfaite, & qu'il étoit à propos de ſubſtituer à ſa place le Mémoire ſuivant, dont j'ai fait la lecture cette année 1715. 4 May 1715.

Depuis environ ſoixante ans que le Café eſt connu en Europe, tant de gens en ont écrit ſans connoître ſon origine, que ſi j'entreprenois d'en donner une hiſtoire ſur les relations qu'ils nous en ont laiſſées, je ne ferois que confirmer un nombre d'erreurs ſi grand, qu'un ſeul Mémoire ne ſeroit pas ſuffiſant pour les rapporter toutes.

Incertain comme eux, de la nature de la Plante qui le porte, ou j'adopterois les deſcriptions qu'ils nous en ont données, ou je laiſſerois encore le public dans le doute de ſçavoir ſi elle conſtituë un genre particulier de plante, comme M.rs Rai & Dale l'ont voulu; ſi c'eſt un Arbre qui ait beaucoup de rapport avec le Fuſain, comme l'ont prétendu ceux qui en ont parlé après Rauvolf, Proſper Alpin & les Bauhins; ſi c'eſt une plante rempante & ſemblable au Liſeron, comme l'a ſoupçonné Bernier, ou une plante legumineuſe telle que la petite Féve, ſuivant l'opinion la plus commune.

Mais comme l'autorité des Auteurs qui n'ont pas vû les choſes, n'eſt pas déciſive en fait d'Hiſtoire Naturelle, & que

l'Académie eſt en poſſeſſion de n'établir ſes progrès que ſur un examen ſcrupuleux de la Nature même, ſur des faits averés & ſur des expériences exactes, nous pouvons regarder comme imparfaites les deſcriptions du Café qui ont paru juſqu'ici, depuis qu'il nous a été permis d'en faire une d'après l'Arbre même que nous poſſedons aujourd'hui dans le Jardin Royal.

L'Europe a l'obligation de la culture de cet Arbre aux ſoins des Hollandois, qui de Moka l'ont porté à Batavia, & de Batavia au Jardin d'Amſterdam; & la France en eſt redevable au zele de M. de Reſſon Lieutenant-General de l'Artillerie, & amateur de la Botanique, qui ſe priva en faveur du Jardin Royal, d'un jeune pied de cet Arbre qu'il avoit fait venir d'Hollande. Mais M. Pancras Bourguemeſtre regent de la ville d'Amſterdam, nous a fourni plus de lieu d'éclaircir cette matiére par le ſoin qu'il prit l'année derniére d'en faire tranſporter un autre à Marly, où il fut préſenté au Roy, & de-là envoyé à Paris au Jardin de Sa Majeſté, dans lequel nous lui avons vû donner ſucceſſivement des fleurs & des fruits.

Cet Arbre, auquel on peut donner le nom de *Jaſminum Arabicum, Lauri folio, cujus ſemen apud nos* Café *dicitur, Jaſmin d'Arabie, à feüilles de Laurier, & dont la ſemence nous eſt connuë ſous le nom de Café,* cet Arbre, dis-je, dans l'état auquel il eſt actuellement au Jardin Royal, y eſt de la hauteur de cinq pieds & de la groſſeur du pouce. Il donne des branches qui ſortent d'eſpace en eſpace de toute la longueur de ſon tronc, toûjours oppoſées deux à deux, & rangées de maniére qu'une paire croiſe l'autre. Elles ſont ſouples, arrondies, noüeuſes par intervalle, couvertes auſſi-bien que le tronc, d'une écorce blanchâtre, fort fine, qui ſe gerſe en ſe deſſéchant. Leur bois eſt un peu dur, & eſt douçâtre au goût. Les branches inférieures ſont ordinairement ſimples & s'étendent plus horizontalement que les ſupérieures qui terminent le tronc, leſquelles ſont diviſées en d'autres plus

menuës qui partent des aiſſelles des feüilles, & gardent le même ordre que celles du tronc. Les unes & les autres ſont chargées en tout temps, de feüilles entiéres, ſans dentelures ni crenelures dans leurs contours, aiguës par leurs deux bouts, oppoſées deux à deux, qui ſortent des nœuds des branches, & reſſemblent aux feüilles du Laurier ordinaire, avec cette différence qu'elles ſont moins séches & moins épaiſſes, ordinairement plus larges, plus pointuës par leur extrémité, qui ſouvent s'incline de côté; qu'elles ſont d'un beau verd-gai & luiſant en deſſus, verd-pâle en deſſous, & verd-jaunâtre dans celles qui ſont naiſſantes; qu'elles ſont ondées par les bords, ce qui vient peut-être de la culture, & qu'enfin leur goût n'eſt point aromatique, & ne tient rien que de l'herbe. Les plus grandes de ſes feüilles ont deux pouces environ dans le fort de leur largeur, ſur quatre ou cinq pouces de longueur. Leurs queuës ſont fort courtes. De l'aiſſelle de la plûpart des feüilles, naiſſent des fleurs *(1)* juſqu'au nombre de cinq, ſoûtenuës chacune par un pedicule court. Elles ſont toutes blanches, d'une ſeule piece à peu près du volume & de la figure de celles du Jaſmin d'Eſpagne, excepté que le tuyau en eſt plus court, & que les découpûres en ſont plus étroites, & ſont accompagnées de cinq étamines *(2)* blanches à ſommets jaunâtres, au lieu qu'il n'y en a que deux dans nos Jaſmins. Ces étamines débordent le tuyau de leurs fleurs, & entourent un ſtile *(3)* fourchu, qui ſurmonte l'embrion *(4)* ou piſtile placé dans le fond d'un calice *(5)* verd, à quatre pointes, deux grandes & deux petites, diſpoſées alternativement. Ces fleurs paſſent fort vîte, & ont une odeur douce & agréable. L'embrion *(4)* ou jeune fruit, qui devient *(6)* à peu près de la groſſeur & de la figure d'un Bigarreau, ſe termine en ombilic, & eſt verd-clair d'abord, puis rougeâtre, enſuite d'un beau rouge, & enfin rouge obſcur dans ſa parfaite maturité. Sa chair *(7)* eſt glaireuſe, d'un goût deſagréable, qui ſe change en celui de nos Pruneaux noirs ſecs lorſqu'elle eſt deſſechée, & la groſſeur de ce fruit ſe réduit alors en celle

d'une baie de Laurier. Cette chair sert d'enveloppe à deux coques *(8)* minces, ovales, étroitement unies, arrondies *(9)* sur leur dos, applaties *(10)* par l'endroit où elles se joignent ; de couleur d'un blanc-jaunâtre, & qui *(11)* contiennent chacune une semence calleuse, pour ainsi dire, ovale, voutée *(12)* sur son dos, & platte *(13)* du côté opposé, creusée dans le milieu, & dans toute la longueur de ce même côté, d'un sillon assés profond. Son goût est tout-à-fait pareil à celui du Café qu'on nous apporte d'Arabie. Une de ces deux semences venant à avorter, celle qui reste, acquiert ordinairement plus de volume, a ses deux côtés plus convexes, & occupe seule le milieu du fruit.

On appelle *Café en coque*, ce fruit entier & desseché, & *Café mondé*, ses semences dépouillées de leurs enveloppes propres & communes.

Par cette description faite d'après nature, il est aisé de juger que l'Arbre du Café, qu'on peut appeller le Cafier, ne peut être rangé sous un genre qui lui convienne mieux que celui des Jasmins, si l'on a égard à la figure de sa fleur, à la structure de son fruit, & à la disposition de ses feüilles ; ce qui est conforme au sentiment de M. Commelin, habile Professeur en Botanique à Amsterdam.

Par la vûë du fruit sur l'Arbre, l'idée que l'on s'étoit formée que ce fruit fût une Féve cruë dans une gousse, se trouve fausse, & nous sommes aussi desabusés de l'opinion de Rauvolf, qui nous a voulu persuader que ce qui est marqué dans Avicenne sous le nom de *Bunk*, & dans Rhasés sous le nom de *Bunca*, & que la plupart de leurs Interprétes disent être une racine provenant de l'Arabie heureuse, soit le Café.

Et par la figure que j'en donne ici, on s'appercevra d'abord combien celles des Auteurs qui en ont parlé, sont défectueuses, soit parce que les Fleurs y manquent, soit parce que les feüilles & les fruits y sont placés peu exactement.

Si après cette deſcription il reſtoit encore le moindre doute que cet Arbre fût véritablement celui qui porte le Café que nous tirons d'Arabie, on pourroit s'en éclaircir pleinement par la conformité qui ſe trouve à peu-près entre tout ce que je viens de rapporter, & les Relations de ceux qui ſont arrivés tout récemment de Zedia, lieu où il ſe cultive, éloigné de quelques journées de la rade de Moka.

Ces Relations quoiqu'imparfaites, nous apprenoient que cet Arbre croît dans ſon pays natal, & même à Batavia, jusqu'à la hauteur de quarante pieds, & que le diametre de ſon tronc n'excede pas quatre à cinq pouces, qu'on le cultive avec ſoin, qu'on y voit en toutes les ſaiſons, des fruits & preſque toûjours des fleurs, qu'il fournit deux à trois fois l'année une recolte très-abondante, & que les vieux pieds portent moins de fruits que les jeunes, leſquels commencent à en produire dès la troiſiéme & quatriéme année après leur germination : Circonſtances qui avoient déja été en partie obſervées dans le même pays, par M. Clyve Anglois, & citées par M. Sloane dans les Tranſactions Philoſophiques d'Angleterre de l'année 1694.

Si la variété des noms que les Voyageurs donnent à l'Arbre du Café, à ſon fruit, à ſa ſemence, pouvoit adjoûter quelque choſe à la connoiſſance parfaite que nous voulons en avoir, j'en ferois ici une mention exacte ; mais outre que la différence de ces noms & de la maniére de les écrire en rendroit l'énumération ennuyeuſe, c'eſt que les Auteurs qui les ont rapportés, ni les Interprétes des Arabes, ne conviennent point entr'eux de leur propre ſignification, ni de leur véritable étymologie, comme feu M. Galand l'a fait remarquer dans l'Extrait d'un Manuſcrit Arabe de la Bibliotheque du Roy, traitant de l'origine & du progrès du Café. Qu'il ſuffiſe donc de ſçavoir que le mot de Café en François, ou Coffé en Anglois & en Hollandois, tirent l'un & l'autre leur origine de celui de *Caouhe*, nom que les Turcs donnent à la boiſſon qu'on prépare avec cette ſemence.

Des obſervations ſur la culture d'une Plante, qui par ſon uſage eſt devenue auſſi neceſſaire, ſeroient plus intéreſſantes pour nous la rendre commune en ce pays, ſi le peu de temps qu'il y a que nous la poſſedons, pouvoit nous en avoir fourni un aſſés grand nombre. Je puis néantmoins établir celles-ci pour certaines; que ſi la ſemence du Café n'eſt pas miſe en terre toute recente, comme pluſieurs autres ſemences de Plantes, on ne doit pas eſperer de la voir germer. Les ſemences qu'en a recueillies M. Commelin, ſur les pieds cultivés dans le Jardin d'Amſterdam, & jettées preſque auſſi-tôt en terre, ont produit d'autres Arbres: celles tirées des fruits mêmes que ce ſçavant Profeſſeur m'a envoyées, ont eu peu de ſuccès au Jardin Royal, quoique plantées auſſi-tôt qu'elles ont été reçûës, au lieu que celles de l'Arbre cultivé depuis une année au Jardin Royal, pour avoir été miſes en terre auſſi-tôt après avoir été cueillies, ont preſque toutes levé ſix ſemaines après.

Ce fait juſtifie les habitans du pays où ſe cultive le Café, de la malice qu'on leur a imputée, de tremper dans l'eau boüillante ou de faire ſécher au feu tout celui qu'ils débitent aux Eſtrangers, dans la crainte que venant à élever comme eux cette Plante, ils ne perdiſſent un revenu des plus conſidérables.

La Germination de ces ſemences, n'a rien que de commun.

A l'égard du lieu où nous avons reconnu que cette Plante pouvoit ſe conſerver, comme il doit avoir du rapport avec le pays dans lequel elle naît naturellement, & où l'on ne reſſent point d'Hyver, nous avons été juſqu'ici obligés de ſuppléer au défaut de la temperature du climat, par une ſerre à la maniére de celles d'Hollande, ſous laquelle on fait un feu moderé pour y entretenir une chaleur douce, & nous avons obſervé que pour prévenir la ſécherеſſe de cette Plante, il lui falloit de temps en temps un arroſement proportionné.

Soit

Soit que ces précautions en rendent la culture difficile, soit que les Turcs naturellement paresseux, ayent négligé le soin de la multiplier dans les autres pays sujets à leur domination, nous n'avons pas encore appris qu'aucune contrée que celle du Royaume d'Yemen en Arabie, ait la satisfaction de la voir croître chez elle abondamment; ce qui paroît être la cause pour laquelle avant le seiziéme siécle son usage nous étoit presque inconnu.

Je laisse aux Historiens le soin de rapporter au vrai ce qui y a donné occasion, & d'examiner si l'on en doit la premiére expérience à la curiosité du Supérieur d'un Monastére d'Arabie, qui voulant tirer ses Moines du sommeil qui les tenoit assoupis dans la nuit aux Offices du choeur, leur en fit boire l'infusion sur la relation des effets que ce fruit causoit aux Chevres qui en avoient mangé; ou s'il faut en attribuer la découverte à la pieté d'un Mufti, qui pour faire de plus longues priéres & pousser les veilles plus loin que les Dervis les plus devots, a passé pour s'en être servi des premiers.

L'usage depuis ce temps, en est devenu si familier chés les Turcs, chés les Persans, chés les Armeniens, & même chés les différentes Nations de l'Europe, que je croirois inutile de m'étendre sur la préparation & sur la qualité des vaisseaux & instruments qu'on y emploie.

Je me contenterai de faire observer que des trois maniéres d'en prendre l'infusion, sçavoir, ou du *Café mondé*, & dans son état naturel, ou du *Café rôti*, ou seulement des enveloppes propres & communes de cette semence, auxquelles nos François de retour de Moka, ont improprement donné le nom de *Fleur de Café;* la seconde de ces maniéres est préférable à la premiére & à la troisiéme, aussi appellée *Café à la Sultane.*

Qu'entre le gros & le blanchâtre qui nous vient par Moka, & le petit verdâtre qui nous est apporté du Caire par les Caravannes de la Mecque, celui-ci doit être choisi comme le plus mûr, le meilleur au goût, & le moins sujet à se gâter.

Que de tous les vaiſſeaux pour le rôtir, les plus propres ſont ceux de terre verniſſée, afin d'éviter l'impreſſion que ceux de fer ou d'airain peuvent lui communiquer.

Que la marque du juſte degré de ſa torrefaction, eſt la couleur tirant ſur le violet, qu'on ne peut appercevoir qu'en ſe ſervant pour le rôtir, d'un vaiſſeau découvert.

Que l'on ne doit en pulveriſer qu'autant & qu'au moment que l'on veut l'infuſer.

Et qu'étant jetté dans l'eau boüillante, l'infuſion en eſt plus agréable, & ſouffre moins de diſſipation de ſes parties volatiles, que lorſqu'il eſt mis d'abord dans l'eau froide.

Il me reſte parmi ce grand nombre d'opinions ſi différentes touchant ſes qualités, de donner quelque choſe de certain ſur ſa maniére d'agir & ſur ſes vertus.

La matiére huileuſe qui ſe ſépare du Café, & paroît ſur ſa ſuperficie lorſqu'on le grille, & ſon odeur particuliére qui le fait diſtinguer du Seigle, de l'Orge, des Pois, des Fêves & autres ſemences que l'épargne fait ſubſtituer au Café, doivent être les vraies indications de ſes effets, ſi l'on en juge par leur rapport avec les huiles tirées par la cornuë, puiſqu'elle contient auſſi-bien que celles-là, des principes volatils, tant ſalins que ſulfureux.

C'eſt à la diſſolution de ſes ſels & au mêlange de ſes ſouffres dans le ſang, que l'on doit attribuer la vertu principale de tenir éveillé, que l'on a toûjours remarquée comme l'effet le plus conſidérable de ſon infuſion.

C'eſt de-là que viennent ſes propriétés de faciliter la digeſtion, de précipiter les aliments, d'empêcher les rapports des viandes, & d'éteindre les aigreurs, lorſqu'il eſt pris après le repas.

C'eſt par-là que la fermentation qu'il cauſe dans le ſang, utile aux perſonnes graſſes, repletes, pituiteuſes, & à celles qui ſont ſujettes aux migraines, devient nuiſible aux gens maigres, bilieux, & à ceux qui en uſent trop frequemment.

Et c'eſt auſſi ce qui chés certains ſujets, rend cette boiſſon diuretique.

L'expérience a introduit quelques précautions que je ne ſçaurois blâmer touchant la maniére de prendre cette infuſion,





L'expérience a introduit quelques précautions que je ne ſçaurois blâmer touchant la maniére de prendre cette infuſion, telles ſont celles de boire un verre d'eau auparavant la priſe du Café, afin de la rendre laxative; de corriger par le ſucre l'amertume qui pourroit la rendre deſagréable, & de la mêler ou de la faire quelquefois au lait ou à la crême, pour en étendre les ſoufres, en embarraſſer les principes ſalins, & la rendre nourriſſante.

Enfin l'on peut dire en faveur du Café, que quand il n'auroit pas des vertus auſſi certaines que celles que nous lui connoiſſons, il a toûjours l'avantage par-deſſus le Vin, de ne laiſſer dans la bouche aucune odeur deſagréable, ni d'exciter aucun trouble dans l'eſprit, & que cette boiſſon au contraire ſemble l'égaier, le rendre plus propre au travail, le recréer & en diſſiper les ennuis avec autant de facilité que ce fameux Nepenthes ſi vanté dans Homére.

DESCRIPTION D'UNE MACHINE PORTATIVE,

Propre à ſoutenir des Verres de très-grands Foyers,

Preſentée à l'Academie par M. BIANCHINI.

Par M. DE REAUMUR.

QUANTITÉ d'Obſervations, dont M. Bianchini a enrichi nos Mémoires, ont aſſés appris au public ſon habileté & ſon attention à obſerver le Ciel. Le zéle de M. Bianchini pour l'Aſtronomie, ne s'eſt pas borné là; inſtruit mieux que perſonne du point où cette Science a été portée depuis que l'on ſçait travailler les grands Verres, il a ſongé à en rendre l'uſage facile. M.rs Huguens & Caſſini avoient beaucoup fait, en nous montrant qu'on pouvoit ſe ſervir des

29 Juillet 1713.

Verres des plus grands Foyers ſans tuyaux; c'étoit avoir levé une difficulté conſidérable, que d'avoir appris qu'on pouvoit ſe paſſer d'inſtruments qu'il étoit preſque impoſſible de conſtruire, & dont il n'étoit guéres plus aiſé de ſe ſervir. Malgré cette belle découverte, il reſtoit pourtant encore bien des difficultés; pour placer ces Verres, il falloit conſtruire ou des tours de bois, telles qu'on en a vû une à l'Obſervatoire; ou élever ſolidement ſur terre diverſes poutres: il falloit avoir des terreins ſpacieux; & outre tous ces embarras, il étoit encore neceſſaire d'employer pluſieurs perſonnes & diverſes machines pour changer la direction de l'objectif, ſelon que l'Aſtre changeoit de place. Les dépenſes où cela engageoit, étoient au deſſus de la fortune & de l'ardeur de bien des particuliers.

C'eſt ce qui fit croire à M. Bianchini, que rien ne ſeroit plus propre à multiplier le nombre des Obſervations, ou, ce qui eſt la même choſe, à perfectionner l'Aſtronomie, qu'une Machine qui eût les qualités ſuivantes: 1.° Qu'elle ſoûtînt très-haut le Verre objectif, quoique legére. 2.° Qu'on pût facilement changer ſa hauteur, ſelon la différente élevation des Planetes au deſſus de l'horizon. 3.° Qu'elle fût ſolide & ferme, ſans qu'il fût neceſſaire d'employer des clous pour la fixer, ou d'enfoncer des poutres dans la terre. Des qualités précédentes, il étoit auſſi eſſentiel qu'il en reſultât deux autres, ſçavoir, que la Machine entiére pût être tranſportée aiſément, & coutât peu.

Il chercha cette Machine, qui ne paroiſſoit pas aiſée à trouver, & pria M. Chiarelli Prêtre de Vicenze, célébre en Italie pour les ouvrages d'Optique, de la chercher de concert avec lui. Galilée qui a tant fait pour les Sciences, leur fut encore utile dans cette occaſion. M. Bianchini, inſtruit de ce que ce célébre Auteur a démontré ſur la force d'un Cylindre creux, ne douta point qu'il ne pût donner au Verre objectif un ſupport élevé, ſolide & leger en même temps, en employant des Cylindres creux, c'eſt-à-dire, en faiſant faire des tuyaux de différents diametres, qui s'emboîtaſſent les uns dans les

autres comme ceux des Lunettes. L'uſage des Lunettes ſi familier à M. Bianchini, l'avoit encore conduit là. C'étoit déja avoir un ſupport haut, leger, & dont on pouvoit aiſément varier la hauteur; deux des qualités eſſentielles à la Machine cherchée. Il ne reſtoit plus qu'à trouver une maniére ſolide & commode d'élever perpendiculairement à la ſurface de la terre, ce haut ſupport. C'eſt ce que M. Chiarelli a executé très-ingénieuſement, & qui donne à la Machine tous les avantages ſouhaités, comme on le verra par la Deſcription que nous en allons donner.

Un tuyau exagone * d'environ quatre pieds & demi de haut, y ſert tantôt d'étui & tantôt de baſe ou de ſupport, à ſix autres tuyaux. La largeur de chacune des facês de ce gros tuyau, eſt d'à peu-près deux pouces & demi; il eſt compoſé de ſix petites planches collées enſemble, ou aſſemblées avec des pointes de clous. Il eſt de la perfection de la Machine, que ces planches ſoient minces & d'un bois leger. * *AB.*

Le ſecond tuyau n'eſt différent du premier, que par ſa groſſeur; * il doit entrer commodément dans l'autre, mais il n'y doit pas flotter; s'il a moins de diametre que celui qui le reçoit, il a un peu plus de longueur, afin qu'on l'en puiſſe retirer aiſément; ou pour le mieux encore, le bout ſupérieur de chaque tuyau a un petit rebord, une eſpéce de petit collet, qui ne ſçauroit entrer dans le tuyau qui lui ſert d'étui; dans le ſecond tuyau eſt renfermé un troiſiéme tuyau, * comme le ſecond eſt renfermé dans le premier, & ainſi de ſuite. * *BC.* * *CD.*

Pour ſoûtenir perpendiculairement à l'horizon le tuyau qui ſert tantôt de baſe & tantôt d'étui à tous les autres, on lui donne trois pieds, * qui comme trois arc-boutants, font un angle aigu avec l'horizon, & s'appuient contre trois des faces du tuyau. La maniére dont les pieds le ſoûtiennent, eſt ingénieuſe. Un petit tuyau exagone, * qui n'a que quelques pouces de hauteur, comme une eſpéce d'anneau, entoure quelque part le gros tuyau entre ſon ouverture & ſon milieu. Il peut * *HHH.* * *I.*

descendre & monter librement, mais il est toûjours à peu-près entre les limites que nous venons de lui donner. Pour nous exprimer commodément, nous le nommerons un anneau.

A cet anneau sont attachées avec des couplets trois tringles de bois. * Ces tringles sont égales entr'elles, & la longueur de chacune est la même que celle du gros tuyau, ou elle la surpasse peu. Leur largeur est aussi à peu-près égale à celle d'une des faces du même tuyau. Elles sont attachées chacune vis-à-vis une face différente. Ces trois tringles sont les trois pieds de la *Machine*; comme elles sont tenuës par des couplets, ou, ce qui revient au même, comme elles sont assemblées à charniére, on imagine assés qu'en plaçant l'anneau auquel elles sont jointes, entre le milieu & le bout supérieur du gros tuyau, & qu'en leur donnant de plus une inclinaison à peu-près égale, qu'elles arc-boutent le gros tuyau de trois côtés, & qu'elles le retiennent dans une position verticale.

* *HHH.*

Mais comme il y auroit eu à craindre que quelqu'un des pieds ne glissât, on y a remedié en assemblant à charniére avec l'extrémité inférieure de chaque pied une petite tringle * de même largeur que le pied, & aussi longue que les deux tiers ou environ du gros tuyau. Cette tringle est assemblée de même par son autre extrémité, avec un anneau * semblable à celui auquel les pieds sont attachés ; il est inutile de dire que ce second anneau entoure aussi le gros tuyau, qu'il peut monter & descendre librement, & qu'on le place proche de l'extrémité inférieure du tuyau, lorsqu'on veut élever la Machine perpendiculairement. Il est visible que dans cette derniére disposition les trois tringles inférieures empêchent les trois pieds de s'écarter.

* *K, K, K.*
* *L.*

La maniére dont ces pieds & les tringles qui les retiennent sont assemblés, fait encore voir que si l'on fait monter l'anneau supérieur & l'anneau inférieur le long du gros tuyau, qu'on oblige en même temps les pieds & les tringles à se coucher sur le tuyau. La Machine entiére occupe alors un petit volume, comme il paroît dans la Fig. *MILNN*, &

elle eſt ſi legére, qu'un homme la peut commodément porter ſous un bras.

Lorſqu'on veut s'en ſervir, on commence par la coucher par terre, ou par la mettre dans une poſition fort inclinée. On fait alors ſortir chaque tuyau dedans celui qui lui tient lieu de guaîne, autant qu'on le juge neceſſaire, & on l'arrête dans l'endroit où on veut qu'il reſte, d'une maniére également ſimple & commode. A cet uſage, M. Bianchini a imaginé d'employer des coins de bois extrêmement minces. On ôte aiſément ces coins, & on les remet avec la même facilité: l'avantage qu'on retire de-là, eſt de pouvoir donner plus ou moins de hauteur à la Machine lorſqu'elle eſt dreſſée, ſelon que l'élevation de l'Aſtre le demande. Legére comme elle eſt, il n'y a pas beaucoup de difficulté à la mettre dans une poſition verticale, & pour la retenir dans cette poſition, on voit qu'il n'y a qu'à déplier les pieds.

Peut-être craindra-t'on que ſa legéreté ne diminuë ſa ſtabilité, & ce ſeroit une crainte fondée, ſi on ne pouvoit pas remedier commodément à cet inconvenient. Dans tous les endroits où l'on trouve des pierres, on donne aiſément à la Machine la ſtabilité néceſſaire; on en met quelqu'une ſur les tringles ou traverſes qui retiennent les pieds. Ainſi on la charge avec des poids que l'on n'eſt point obligé de tranſporter.

Afin que le gros tuyau qui ſert de baſe à tous les autres, ne flotte point dans les deux anneaux qui le ſoûtiennent, la perfection de cette Machine demande que l'on perce trois écrouës dans l'épaiſſeur de l'anneau ſupérieur : mettant une vis dans chaque écrouë, il n'y aura qu'à ſerrer les vis pour aſſujettir le tuyau.

Si l'on appréhende que la pointe des vis ne perce avec le temps le bois du tuyau, on peut recouvrir ce tuyau d'une bande de fer ou de cuivre très-mince dans l'endroit que l'anneau entoure lorſque la Machine eſt montée. En faiſant une entaille peu profonde tout autour, on y logera la bande dont

nous parlons, & elle ne débordera pas au-dessus du reste du tuyau.

Il est à propos aussi de donner un rebord à l'extrémité inférieure de ce gros tuyau, ou d'y mettre quelques pointes de clous, pour empêcher l'anneau inférieur de sortir du tuyau lorsqu'on transporte la Machine toute montée d'une place à une autre.

Nous ne nous arrèterons point à expliquer au long comment on place le Verre objectif au haut de cette Machine, on le peut faire de différentes maniéres. Celle de M. Bianchini est commode. Cet objectif est logé à l'ordinaire dans
*O. un tuyau cylindrique * qui n'a que sept à huit pouces de longueur ; mais le même tuyau a une espece de queuë,
*P. longue d'un pied & plus. * Cette queuë n'est qu'une gou-
*Q. tiére de bois. Une espéce de petit tenon * de bois assés mince est collé contre la surface extérieure du tuyau ; vers le milieu de la longueur de ce tuyau, ce tenon est percé d'un trou ; un autre tenon de bois semblable au précédent, en est éloigné de sept à huit pouces, & est collé sous la queuë
*P. du tuyau. *

Dans le dernier des tuyaux exagones de la Machine, on fait entrer une petite piéce dans laquelle est creusée une entaille verticale; cette entaille reçoit le premier des deux tenons qui sont attachés au tuyau de l'objectif; on y retient ce tenon par le moyen d'une vis.

A la seconde des piéces qui est attachée au tuyau ou plûtôt à la queuë du tuyau de l'objectif, on arrête le bout d'une petite ficelle. Cette ficelle a du moins autant de longueur que les Verres ont de foyer ; elle sert à marquer la distance où l'oculaire doit être placé.

*V. Cet oculaire est dans un tuyau * semblable à celui de l'objectif, je veux dire, qui a de même une espece de goutiére
*X. qui lui fait une queuë *; sous cette queuë on attache le second
*Y. bout de la ficelle. *

Pour soûtenir le tuyau de l'oculaire, M. Bianchini employe aussi

aussi un support * composé de tuyaux qui s'emboisent les uns dans les autres. Il a fait faire ceux-ci quarrés; il leur auroit pû donner une autre figure: Cela est fort arbitraire; il ne paroît pas même de raison essentielle de donner aux tuyaux qui servent de support à l'objectif, une figure exagone plûtôt qu'une autre. * Za.

Il a composé de trois tuyaux le support de l'objectif; le dernier, c'est-à-dire l'inférieur, * est terminé par une entaille; * a. dans laquelle on fait entrer une petite planche, * & on * b. arrête cette planche dans l'entaille par le moyen d'une vis: l'épaisseur de la planche sert de pied au support de l'objectif; ce n'est pas là un pied bien solide, il l'est pourtant de reste, parce qu'on met ce support dans une position inclinée, de façon qu'il fait un angle obtus avec la partie de l'horizon, qui est entre lui & le support de l'objectif. La ficelle dont un des bouts est attaché au tuyau de l'objectif, & l'autre bout au tuyau de l'oculaire, retient le support de l'oculaire dans cette situation.

Au reste, il est aisé de juger de la hauteur que doivent avoir ensemble les tuyaux de ce dernier support: elle doit être telle qu'un homme débout ou assis puisse appliquer l'œil près du verre.

Tous les verres avec leurs tuyaux & le support de l'objectif, peuvent être renfermés dans une boiste assés petite & assés legére; de sorte que le même homme qui sous un bras porte le support de l'objectif, peut porter de l'autre bras la boiste qui contient le reste de l'atirail; ainsi un Observateur qui n'a pas chés lui assés de terrein, ou un terrein propre pour observer, transporte, quand il lui plaît, à la campagne tout ce qui lui est nécessaire; il est en état de choisir pour observatoire les terreins les plus commodes; il peut seul tout faire; il est pourtant bon qu'il ait une personne avec lui qui abbaisse ou éleve quelques-uns des tuyaux du grand support, selon que l'Astre monte ou descend, quoiqu'en cas de besoin il puisse tout faire lui seul.

Un grand vent ne ſeroit pas un temps favorable pour obſerver avec cette Machine, le vent y fait pourtant moins d'impreſſion qu'on ne croiroit.

OBSERVATIONS

Sur des Matiéres qui pénétrent & qui traverſent les Métaux ſans les fondre.

Par M. HOMBERG.

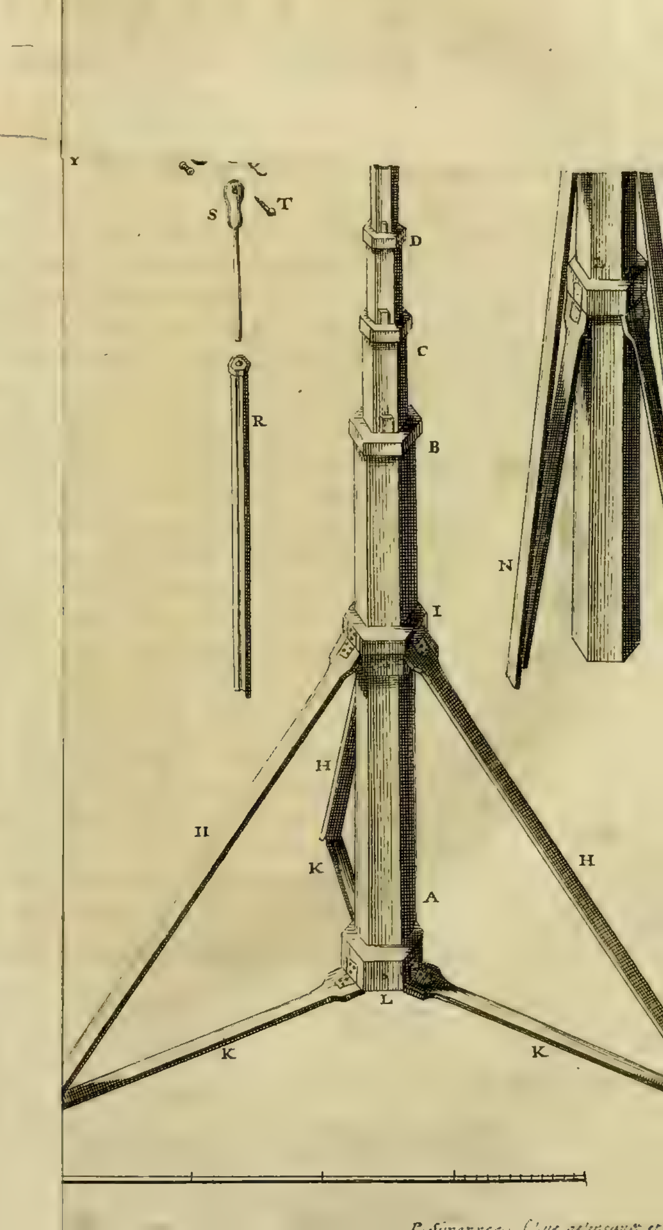
15 Novemb. 1713.

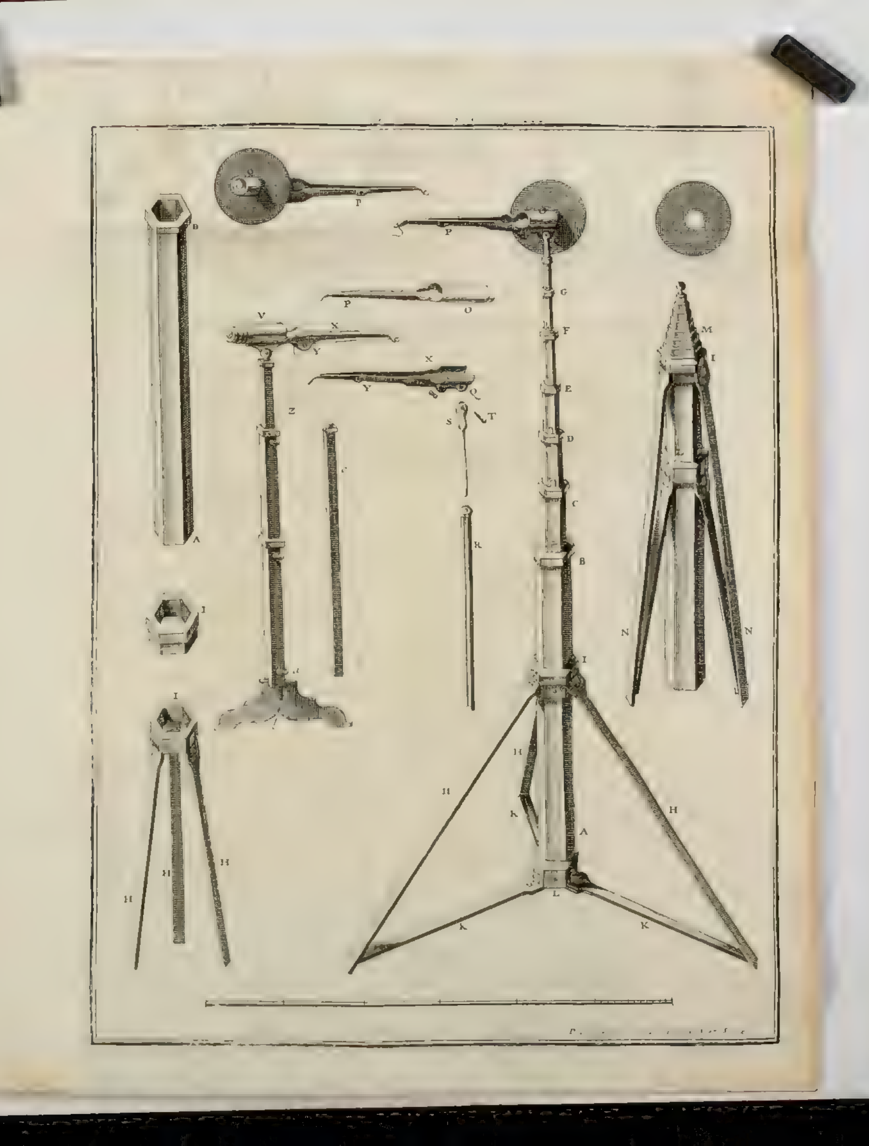
QUOIQUE la ſubſtance des métaux ſoit plus compacte & plus ſerrée qu'aucune autre que nous connoiſſions, & qu'elle ſoit ſi bien liée quand elle eſt pure & ſans mélange de matiéres étrangeres, qu'elle ſupporte mieux que toute autre les efforts les plus violents, il ſe trouve cependant des matiéres qui les traverſent auſſi facilement que ſi leur tiſſu étoit très-lâche & de nulle réſiſtance. Il y a de ces matiéres qui traverſent les métaux, ſans qu'il paroiſſe des ouvertures ſenſibles pour leur donner un paſſage libre, & ſans laiſſer aucune trace ou marque après y avoir paſſé, comme ſont, par exemple, la matiére Aimantine, de laquelle nous pouvons juger avec beaucoup de vraiſemblance, qu'elle paſſe très-librement au travers de tous les corps qu'elle rencontre en ſon chemin, pour atteindre le Fer ou l'Acier qui ſe preſente dans ſon tourbillon.

La vapeur de la fameuſe Encre de ſimpathie paroît traverſer auſſi à une certaine diſtance, quelque corps que ce ſoit, & même des plaques de métal qui couvrent l'Ecriture inviſible qui lui convient, pour la rendre viſible, & pour la teindre en Lettres noires.

L'exhalaiſon ſulfureuſe d'une Pierre de Boulogne nouvellement calcinée, traverſe tout ce qui eſt dans ſon voiſinage, & elle teint en même temps ſuperficiellement l'Argent en couleur

d'Or, & le Laton en couleur d'Argent, nonobſtant qu'ils ſoient exactement enfermés dans des boiſtes de Fer, ou de





O
P
O
P
P
O
V
X
Y
X
Y
Q
Z
S
T
B
A
I
I
H
H
H
H
G
F
E
D
C
B
R
I
H
H
K
A
H
L
K
K
M
I
N
N

d'Or, & le Laton en couleur d'Argent, nonobſtant qu'ils ſoient exactement enfermés dans des boiſtes de Fer, ou de quelqu'autre métal que ce ſoit. Je mis un jour une Pierre de Boulogne nouvellement calcinée, dans un tiroir où il y avoit une Montre à boiſte d'Argent; je cherchai environ huit ou dix jours après quelque choſe dans ce tiroir, je trouvai la boiſte de ma Montre dorée, & toutes les roues en dedans argentées, mais quinze jours après la boiſte d'Argent étoit devenuë tout-à-fait noire, auſſi-bien que les rouës de la Montre; qui étoient ſi fort corrodées, qu'on n'a jamais pû les nétoïer, ni les faire reſervir.

Il y a d'autres matiéres qui ſe font elles-mêmes un paſſage forcé, ou un trou au travers d'un morceau de métal, quand elles le peuvent atteindre d'une certaine façon; comme, par exemple, un morceau de ſoufre commun mis ſur une plaque de fer fort rouge, y fait un trou, & paſſe au travers; un morceau de ſublimé corroſif mis ſur une plaque d'argent rouge, y fait un trou avec bruit & paſſe au travers; & ſi l'Argent étoit trop épais, pour ne le pas pouvoir percer tout-à-fait, il le creuſe juſqu'à deux ou trois lignes de profondeur, en répouſſant les parties déplacées de l'Argent au bord du trou qu'il a fait.

Enfin il y a d'autres matiéres qui traverſent la ſubſtance des métaux plus ſenſiblement que celles de la premiere eſpéce que nous venons de rapporter, & moins violemment que celles de la derniere, c'eſt-à-dire, des matiéres que l'on voit paſſer très-clairement au travers des pores de métal, ſans en déranger les parties, & qui ne font point de trou pour y paſſer. Nous examinerons avec un peu d'attention quelques-unes de cette derniere eſpece, comme plus extraordinaires & moins connuës que les précédentes, ne ſçachant perſonne qui en ait écrit ou qui les ait obſervées avant moi.

Le premier exemple ſera un ſel fondu, qui paſſe au travers des pores du Fer, comme l'eau paſſe au travers du Papier gris.

J'ai cru autrefois que le Borax étoit une composition artificielle, sur le témoignage de quelques Auteurs qui le croyoient apparemment ainsi, ce qui m'a fait faire plusieurs differentes opérations tentatives pour découvrir cette composition; mais le Borax n'étant pas artificiel, mais un sel fosile naturel, comme est le Vitriol ou l'Alun, quoique mon travail n'aît pû réussir selon mon intention, il a été cépendant l'occasion de quelques découvertes, qui m'ont paru neuves, parmi lesquelles se trouve le sel dont il s'agit, & qui est peut-être le plus pénétrant, & en même temps le moins corrosif de tous les sels lixiviels que nous connoissions : voici comment je l'ai fait.

Prenés une livre environ de Chaux vive, versés dessus deux pintes de Vinaigre, laissés-les ensemble en une douce digestion, pendant deux fois vingt-quatre heures, en les remuant de temps en temps, laissés rasseoir, & versés-en la liqueur claire par inclination; puis prenés Soufre commun une partie, Salpètre raffiné deux parties, & Sel décrépité trois parties; pilés le tout, & après les avoir mêlés exactement, vous mettrés au feu un creuset qui puisse contenir toute la matiére; le creuset étant rouge, vous la mettrés dedans cueillerée à cueillerée, jusqu'à ce que le tout y soit entré; la matiére s'enflammera foiblement & sans détonation; elle se gonfle quand elle commence à se fondre, alors il la faut remuer avec une verge de Fer, & continuer le feu jusqu'à ce que le tout soit fondu comme de l'eau; ce qui arrive bien-tôt après que la flamme du Soufre a fini : vous verserés pour lors votre matiére fonduë dans un bassin de Cuivre, où elle se durcit sur le champ; versés ensuite six parties de votre premier Vinaigre préparé, sur une partie de cette matiére, chauffés-les un peu pour la fondre plus facilement; étant fonduë, filtrés & évaporés, puis laissés refroidir, & versés encore autant de ce Vinaigre dessus, & évaporés jusqu'à pellicule : mettés cette liqueur à la cave, il se formera des cristaux, lesquels étant fondus à grand feu dans un creuset de Fer, passent en très-peu de temps au travers de ce Fer sans le trouer, comme le plomb passe au

travers d'une coupelle, mais ils ne pénétréront pas si vîte un creuset de terre dans le grand feu, que le Salpêtre ordinaire.

Les matiéres qui entrent dans cette composition, sont la Chaux vive, le Vinaigre distillé, le Salpêtre, le Sel marin & le Soufre commun, lesquelles considérées séparément, ne sçauroient faire un effet approchant, si ce n'est le Soufre commun, qui pénétre à la verité le Fer promptement, mais en le fondant & en le détruisant, comme nous l'avons remarqué dans le commencement de ce Mémoire, au lieu que notre composition ne le met pas en fonte, ni ne le détruit; car le Fer après en avoir été pénétré, reste aussi malléable qu'il étoit auparavant, & il paroît couvert de moins de Machefer, que si on l'avoit rougi au feu sans cette matiére.

Il y a toute apparence que l'action violente du Soufre commun sur le Fer, ne provient que de ce que tout l'acide du Soufre y est joint à toute sa partie huileuse, car l'acide ayant été separé du composé du Soufre commun, sa partie huileuse seule n'est plus ni inflammable, ni le dissolvant d'aucun métal, comme je l'ai montré dans un Mémoire imprimé en 1703. & l'acide du Soufre seul & séparé de son huile, ne fait pas plus d'effet sur le Fer, que l'Esprit de Vitriol ou l'Esprit d'Alun, c'est-à-dire, le dissout lentement & foiblement; mais tant qu'ils sont joints ensemble, ils composent cette matiére inflammable qui pénétre aisément la substance du Fer, le dissout & le détruit dans le feu, en produisant dans toute la masse du Fer qu'elle peut atteindre, à peu-près le même effet que la flamme de la forge produit sur sa superficie seulement; sçavoir, qu'elle le brûle en Machefer: aussi voyons-nous que le Fer calciné par le Soufre commun, est très-semblable au Machefer.

Mais comme presque toute cette matiére grasse & inflammable du Soufre, a été évaporée dans l'opération qui a produit notre Sel ou nos cristaux, il n'y en est resté qu'une très-petite partie, dont l'activité a été affoiblie considérablement; & l'acide du Soufre, qui sans cette graisse est un foible

diſſolvant du Fer, ayant été diſſipé en partie dans le feu, & en partie abſorbé par les parties alkalines du Salpêtre, du Sel commun & de la Chaux, n'eſt plus capable de le corroder ou de le diſſoudre; au contraire la jonction de ces matiéres alkalines, avec ce reſte du Soufre commun, a produit le composé de nos criſtaux, qui pénétre à la verité aiſément le Fer, mais ce n'eſt qu'en paſſant au travers de ſes pores ſans les déranger ou en détruire la ſubſtance; & comme les parties du Fer, dans le grand feu, ſe dilatent & s'écartent les unes des autres, elles prêtent un paſſage fort libre à notre compoſition dans le grand feu, mais les parties du Fer ſe réjoignant étroitement, & ſe rapprochant lorſque le Fer ſe refroidit, elles preſſent & expriment cette matiére, & la chaſſent ſur la ſurface du Fer, ſans en garder dans ſon intérieur, ce qui fait que ce Fer eſt auſſi malléable en ſortant du feu, après cette pénétration, qu'il l'étoit auparavant, & même il ne périt pas ſitôt par la rouille, que s'il n'avoit pas touché à notre compoſition, ce qui pourra être de quelque uſage quand on le ſçaura bien emploïer.

Le ſecond exemple que nous allons examiner, ſera une matiére bitumineuſe métallique, laquelle ayant été fonduë ſur une lame d'Argent, de l'épaiſſeur environ d'une demi-ligne, paſſe au travers de cet Argent, ſans y faire de trou, & elle teint l'Argent de part en part en couleur de plomb, c'eſt-à-dire, qu'elle y ſera auſſi noire dans ſon intérieur que ſur ſes ſurfaces, & les autres endroits de la lame d'Argent, qui n'auront pas touché à notre compoſition, ne changeront point de couleur ni en dedans ni en dehors; les parties noires de cet Argent, ſeront auſſi malléables que les parties qui ſont reſtées blanches; de ſorte qu'en les battant enſemble ſur une enclume, elles s'étendront également ſous le marteau, ſans ſe crever & ſans ſe rompre: voici comment j'ai fait cette matiére bitumineuſe métallique.

Diſſolvés de l'Argent fin autant que vous voudrés dans de l'Eau forte à l'ordinaire, précipités-le enſuite en Chaux

d'Argent par le Sel commun, lavés & édulcorés cette Chaux dans plusieurs eaux chaudes, jusqu'à ce que l'eau en sorte insipide, séchés-la pour lors au Soleil ou sur une très-petite chaleur, & elle sera bien édulcorée ; puis prenés de cette Chaux d'Argent une partie, du sublimé corrosif deux parties, & de l'Antimoine crû trois parties ; mettés le tout bien en poudre, mêlés exactement, & distillés dans une cornuë de verre par degrés au feu de sable, il en sortira d'abord du beurre d'Antimoine, & ensuite du Mercure coulant : quand il ne sortira plus de Mercure, vous pousserés le feu violemment pendant une heure, puis laissés refroidir votre cornuë, cassés-là, vous trouverés à l'entrée de son col, un bourlet épais, d'une matiére noirâtre, que vous détacherés avec un couteau; c'est notre matiére bitumineuse métallique qui fond comme de la Cire à une chaleur modérée, qui est proprement un cinabre d'Argent & d'Antimoine.

Mais comme cette matiére ressemble en quelque façon au vrai cinabre d'Antimoine, il sera bon de voir ici en quoi ils différent, afin de ne se pas méprendre quand on voudra faire notre expérience. La premiére différence & la plus considérable que j'y trouve, est que notre composition contient du métal, c'est-à-dire, de l'Argent, & que dans l'autre il n'y en a point, puisque la notre est une matiére compacte & dure, qui a retenu fort peu de Soufre brûlant de l'Antimoine, & l'autre est une matiére très-tendre, qui contient beaucoup de Soufre brûlant de l'Antimoine, qui se fond aisément au feu, qui brûle & qui corrompt les métaux & même l'Argent, comme fait le Soufre commun ; aussi fait-il ordinairement un trou dans la piéce d'Argent, quand on en veut faire notre expérience, & il rend l'Argent qu'il a touché, dur & cassant, au lieu que notre composition en se fondant sur l'Argent, s'imbibe dans ce métal, le pénétre de part en part sans y faire de trou, & le teint en vraie couleur de Plomb, l'argent restant doux sous le marteau, comme il étoit auparavant, & même la goutte de cette matiére qui a passé au travers de la

lame d'Argent, eſt auſſi douce ſous le marteau, que du vrai Plomb, & ſe coupe de même; de ſorte que l'on connoît aiſément que notre matiére bitumineuſe métallique, & le cinabre d'Antimoine ſont deux compoſés fort différents, dont l'un ne conſiſte qu'en Mercure & en beaucoup de Soufre brûlant d'Antimoine, & l'autre en Mercure, en Argent & en fort peu de Soufre brûlant d'Antimoine.

Il ſe trouve dans cette compoſition deux des plus puiſſants diſſolvants que nous ayons; ſçavoir, le Soufre brûlant & le Mercure commun, qui diſſolvent chacun ſéparément tous les métaux depuis l'Or juſqu'au Plomb; mais ils le font en des maniéres fort différentes, le Soufre les diſſout avec une violence extrême & toûjours dans le grand feu, qui détruit même tous les moindres métaux; le Mercure pénétre & diſſout avec douceur, mais très-lentement, tous les métaux, & n'en détruit aucun; mais la violence de l'un & la lenteur de l'autre, ont été ſi bien corrigées dans l'opération qui a produit notre compoſition, qu'ils agiſſent paiſiblement & de concert ſur la lame d'Argent qu'on leur expoſe, ſans la déchirer ni la trouer, parce que dans cette opération ils ont été enlevés en vapeurs, en même temps avec une partie de la Chaux d'Argent; & en ſe ſublimant enſemble, le Soufre & le Mercure ont pénétré cette Chaux, ont employé ſur elle leurs plus grands efforts de diſſolvants, & ils ont compoſé tous trois une matiére paiſible, qui n'agit plus comme un diſſolvant violent, mais qui a ſimplement conſervé une diſpoſition de s'inſinuer dans les pores de l'Argent & de les traverſer, ſans les corrompre. Mais ce qu'il y a ici de fort extraordinaire, c'eſt que cette matiére, qui eſt friable & très-caſſante avant que d'avoir traverſé la lame d'Argent, eſt ſouple, ductile & malléable après y avoir paſſé, comme eſt l'Argent même.

Pour rendre raiſon de ce changement ſubit, je dirois qu'il y a toute apparence que dans la ſublimation de notre matiére, une trop grande quantité de la terre du Soufre

brûlant

brûlant de l'Antimoine, a été poussée en même temps avec les autres parties de notre composé, vers la voute de la cornuë, & s'y est sublimée avec elles ; cette matiére terreuse s'est insinuée de toutes parts parmi le Mercure & l'Argent, & les a empêchés de se toucher immédiatement, pendant que la partie pure bitumineuse du Soufre les a liées ensemble : tant que cette terre y est restée mêlée, le composé a été cassant & friable, mais en traversant les pores de la lame d'Argent, cette terre trop grossiére n'y a pas pû passer avec les autres parties, & elle est restée, pour ainsi dire, sur l'Argent, qui lui sert de filtre ; les autres parties qui ont passé au travers de la lame d'Argent étant débarrassées de cette terre inutile, se sont arrangées autrement & sont devenues un corps souple, ressemblant parfaitement à du métal, tant pour la couleur que pour la ductilité.

HISTOIRE

D'UN ASSOUPISSEMENT EXTRAORDINAIRE.

Par M. IMBERT.

LE Sommeil est l'état de l'homme le plus triste & le plus humiliant ; en santé il a des bornes que la Nature a l'art de prolonger souvent par habitude ou par tempérament. Parmi les Animaux, le Loire & la Marmotte dorment six mois de l'année sans s'éveiller. Un dormeur de cette espece est un exemple rare & dont l'histoire m'a parû digne de la recherche d'un Philosophe curieux observateur.

Un homme âgé de quarante-cinq ans environ, d'un tempérament sec & robuste, nommé Tally, Domestique des Coches de Roüen, Garçon Charpentier de son métier ;

tomba dans la maladie dont il s'agit, par l'accident que je vais décrire. Il eut querelle avec un Charpentier pour qui il avoit travaillé ; on les ſépara comme ils étoient prêts de ſe battre, chacun s'en alla de ſon côté. Peu de temps après notre malade apprit que ſon ennemi étoit tombé d'un bâtiment, & s'étoit tué ; cette funeſte nouvelle le ſaiſit, il ſe proſterna le viſage contre terre, ſon eſprit & ſes ſens s'aſſoupirent inſenſiblement. Le 26. Avril de l'année 1715. il fut tranſporté à la Charité, où il eſt demeuré juſqu'au 27. Août de la même année, c'eſt-à-dire l'eſpace de quatre mois entiers. Les deux premiers mois il ne donna aucune marque de mouvement ni de ſentiment volontaire ; ſes yeux jour & nuit furent fermés ; ſouvent il remuoit ſes paupieres ; ſa reſpiration toûjours libre, aiſée, ſon poux petit, lent, mais égal ; mettoit-on ſes bras dans une ſituation, ils y demeuroient (accident d'une maladie que l'on nomme Catalepſie.) Il n'en étoit pas de même du reſte de ſon corps, pour le ſoûtenir on lui faiſoit avaler quelques cueillerées de vin pur ; ce fut pendant ce temps-là ſa ſeule nourriture, auſſi devint-il maigre, ſec & décharné ; état bien different de celui dans lequel il étoit auparavant. M. Burette entre les mains de qui il tomba d'abord, mit en uſage les ſecours les plus puiſſants de l'art ; ſaignées du bras, du pied, de la gorge, émetique, purgatifs, veſicatoires, ſangſuës, volatiles, cela ſans lui pouvoir procurer d'autre ſoulagement que celui de parler un jour entier d'aſſés bon ſens à ſa famille & aux Religieux, enſuite de quoi il retomba dans ſon aſſoupiſſement. Les deux derniers mois de ſon ſéjour à la Charité, il donna par intervalles quelques marques de ſentiment, tantôt ſerrant les mains de ſa femme, tantôt ſe plaignant douloureuſement (cela arrivoit quand on avoit été pluſieurs jours ſans le purger) Dès-ce temps il commença à ne plus gâter ſous lui, ayant attention de s'avancer ſur le bord du lit où étoit une toile cirée miſe exprès, & de ne rien rendre qu'il ne ſe ſentît dans cet endroit ; pour lors il

se soulageoit de ses besoins & se remettoit à sa place; il commença aussi à se nourrir de bouillons, de potage, de viande conservant toûjours ses premiéres inclinations, c'est-à-dire, un grand goût pour le vin. Jamais il ne découvroit par aucun signe ses besoins. Aux heures marquées de ses repas, on lui passoit le doigt sur les levres; à ce signal il ouvroit la bouche sans ouvrir les yeux, & avaloit ce qu'on lui faisoit prendre; il se remettoit ensuite, attendant patiemment un second avertissement. Réguliérement on le rasoit, il étoit pendant ce temps comme un mort appuyé, sans remuer. Le levoit-on l'après-dîner, on le trouvoit dans sa chaise les yeux fermés, situé de la même maniére qu'on l'avoit mis. Huit jours avant de sortir de la Charité, on s'avisa de le jetter tout nud dans un bassin d'eau froide pour le surprendre; ce remede le surprit effectivement, il ouvrit les yeux, regarda fixement, ne parla point: dans cet état sa femme le fit transporter chés elle, où il est presentement: on ne lui a fait aucun remede, il parle d'assés bon sens, il se remet tous les jours.

C'est ici l'écueil d'un Philosophe raisonneur; toûjours impatient de se rendre maître de la Nature dans ses desseins les plus cachés, il voit, il admire, il cherche & ne découvre point. J'ose cependant proposer à la Compagnie comme des conjectures, quelques réflexions que j'ai faites sur une histoire aussi singuliere. Pour les représenter avec ordre, j'examine premierement comment un chagrin peut produire un sommeil de cette espece. J'explique en second lieu les differents changements qui lui sont arrivés. Je recherche enfin les exemples qui peuvent y avoir rapport. Dans la premiere proposition, deux choses à considérer; d'où dépend le sommeil, la maniére dont agit le chagrin. Plusieurs causes produisent le sommeil en general; du côté du cerveau, obstruction dans les glandes, compression ou relâchement: de-là pour l'ordinaire les apoplexies, les sommeils létargiques; du côté du sang, appauvrissement d'esprits: de-là la necessité indispensable à l'homme de dormir

pour les reparer ; eſprits trop embarraſſés par les parties groſ-ſiéres : de-là la diſpoſition toûjours prochaine aux maladies d'aſſoupiſſement. Tel étoit l'état de notre malade avant d'y tomber ; Charpentier de profeſſion, yvregne d'inclination, qualités qui fourniſſent communément un ſang épais, dont les principes actifs ſe développent difficilement ; la raiſon le prouve, l'expérience le confirme tous les jours. Cela poſé, reſte à examiner la maniére dont agit le chagrin. Le chagrin eſt une maladie de l'ame des plus affreuſes & des plus funeſtes ; la fureur, le deſeſpoir, la vengeance, la crainte, la mélancolie ſont ſes effets ordinaires. Quels deſordres ne produiſent pas ſur la machine, des paſſions de cette nature ! Les unes pré-cipitent ſans ordre le mouvement des eſprits, d'où prennent origine les égarements furieux, un nombre infini de maladies aiguës ; les autres en ralentiſſent le cours, d'où naiſſent les affections hipocondriaques, la plûpart des maladies chro-niques. Le chagrin du Dormeur en queſtion eſt de la der-niére eſpece ; à la nouvelle de ſon ennemi tué, ſaiſi de frayeur il ne s'occupe que d'idées triſtes ; la crainte & la triſ-teſſe retiennent ſes eſprits dans le cerveau ; ſon ſang naturelle-ment groſſier, dépourvû, pour ainſi dire, du premier mo-bile, s'épaiſſit de plus en plus, ſes parties ſe rapprochent, ſe lient les unes aux autres, enchaînent les eſprits ; il ne faut plus des heures de repos, il faut des mois entiers pour en ſéparer la quantité neceſſaire à la veille. Je ne crains point de le comparer ici à la Marmotte ; endormi de la ſorte il eſt ſa véritable image, cet animal peſant par ſa conſtitution na-turelle, engourdi, regorge de graiſſe dans le temps qu'il s'en-dort ; pendant les ſix mois de ſon ſommeil, il ne prend point de nourriture, les eſprits par les ſeuls mouvements de la circu-lation du ſang & de la reſpiration qu'il conſerve, ſe déga-gent inſenſiblement : au bout de ce temps il ſe reveille ſans aucun ſecours : pendant les ſix mois qu'il veille, il mange raiſonnablement, diſſipe peu, ſon ſang devient de la même eſpéce, il ſe rendort. Peut-être par les mêmes principes &

ſe même raiſonnement, pourroit-on expliquer d'une maniére vraiſemblable, les changements qui ſont arrivés à notre malade pendant ſon aſſoupiſſement : les deux premiers mois, ſon ſommeil a été profond, ſon ſang avoit acquis en apparence la qualité du ſang de la Marmotte ; les deux autres mois, ſans ouvrir les yeux ni parler, il ne laiſſoit pas de donner par intervalles quelques marques de ſentiment. Par la diette exacte qu'il obſerva, les eſprits ſe dégagérent, il s'en ſépara une plus grande quantité ; à la Marmotte il faut ſix mois, la Nature en a ainſi ordonné en la formant ; ici c'eſt un accident, il peut ſe réparer en moins de temps, nous en avons la preuve : notre malade ſe rétablit tous les jours ; il reſte à rechercher les exemples qui peuvent y avoir rapport. Les Auteurs, tant anciens que modernes, n'en fourniſſent aucun. M. Hombert lût en l'année 1707. à la Compagnie, l'extrait d'une Lettre Hollandoiſe imprimée à Gaude, contenant l'Hiſtoire d'une Létargie extraordinaire ; elle mérite d'entrer ici en parallele ; le chagrin y donna lieu, l'aſſoupiſſement fut précédé d'une affection mélancolique de trois mois. Pour la longueur du ſommeil, le Dormeur de Hollande l'emporte ſur celui de Paris, il dormit ſix mois de ſuite ſans interruption, ne donna pendant ce temps aucune marque de mouvement volontaire ni de ſentiment : au bout de ſix mois il ſe reveilla, s'entretint avec tout le monde, vingt-quatre heures après il ſe rendormit, peut-être dort-il encore ; nous n'avons pas la ſuite de cette hiſtoire. Le Charpentier en queſtion, de quatre mois de maladie n'en a que deux de vrai ſommeil ; mais l'accident cataleptique, les marques de l'homme endormi qu'il a conſervées, celles qu'il a données de l'homme éveillé, l'effet qui a ſuivi le bain d'eau froide, ſont autant de particularités rares qui rendent le fait digne de l'attention des Phyſiciens & des Médecins les plus éclairés ; mon deſſein étoit d'entrer dans l'explication de tous ces accidents particuliers, la crainte d'ennuïer me l'a fait remettre à une autre diſſertation.

OBSERVATIONS

De l'Eclipse de Lune qui est arrivé le 2. Decembre au matin de cette année 1713. à l'Observatoire.

Par Mrs. DE LA HIRE.

6 Decembre 1713. CETTE Eclipse a pû être très-bien observée, car le Ciel étoit serein, & comme il y avoit déja quelques jours que le vent de Nord-Est soufloit, l'air pouvoit être fort pur pour faire l'Ombre de la Terre aussi bien terminée qu'elle le puisse être, comme elle paroissoit en effet ; & cette Ombre étoit si forte, que le limbe de la Lune n'y paroissoit point ; ce qui confirme la pureté de l'air sur la surface de la Terre à l'endroit qui envoyoit son Ombre sur la Lune. Nous y avons apporté tous nos soins, & outre les Phases observées nous avons encore l'Immersion & l'Emersion de plusieurs taches, sur lesquelles l'ombre a passé.

Toutes les observations des Phases de cette Eclipse ont été faites avec le Micrometre appliqué à une Lunette de 7 pieds de foyer, & l'on a observé le diametre de la partie qui restoit éclairée du disque de la Lune, & par consequent ce diametre étant ôté du diametre entier de la Lune, il reste le diametre de la partie éclipsée, que l'on a trouvée d'abord en minutes & secondes de degré comme elles sont marquées par le Micrometre. Nous avons trouvé le diametre de la Lune vers la fin de l'Eclipse de 31′ 14″, & nous l'avons posé de 31′ 20″ vers le milieu de l'Eclipse où la Lune étoit plus haute que vers la fin, & par consequent plus proche du lieu de la surface de la Terre où nous observions.

On doit ici remarquer que cette observation du diametre de la Lune vers la fin de l'Eclipse, étoit plus juste que

celle que nous avions faite vers le commencement ; car vers la fin le Ciel étoit un peu brouillé & couvert de nuages legers, qui ôtoient le grand éclat de la lumiére de la Lune comme elle paroissoit au commencement ; ce qui fait qu'on juge les corps fort éclairés sur un fond noir, un peu plus grands qu'ils ne sont en effet, quoiqu'on se serve d'une Lunette.

Enfin nous avons converti les minutes & secondes de dégré, qui ont été observées en doigts & minutes de doigt éclipsés, comme on les rapporte ici.

On doit encore remarquer, que lorsque l'Ombre de la Terre se rencontre sur un endroit du disque de la Lune où il y a beaucoup de taches obscures, on ne voit pas si distinctement le terme de l'Ombre que lorsqu'elle passe sur les parties éclairées du disque.

Temps.			Phases.			
			Minutes & Secondes, de degré.		Doigts & Min.	
H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.
à 2	25	15	Commencement de l'Eclipse.			
2	29	10	0	44	0	17
2	34	25	3	17	1	16
2	42	55	5	50	2	15
2	47	15	7	6	2	44
2	50	35	8	23	3	14
3	4	15	10	56	4	12
3	13	10	12	2	4	38
au milieu de l'Eclipse.			12	50	4	56
3	47	20	12	2	4	38
4	2	50	10	56	4	12
4	10	35	9	39	3	43
4	16	45	8	23	3	14
4	23	5	7	6	2	44
4	28	30	5	50	2	15

Temps.			Phaſes.			
H.	M.	S.	M.	S.	D.	M.
4	33	15	4	34	1	49
4	39	5	3	17	1	16
4	43	25	2	1	0	49
4	46	35	0	44	0	17
4	49	20	Fin de l'Eclipſe.			

Par la comparaiſon des Obſervations du commencement & de la fin de l'Eclipſe & des correſpondantes qui n'en ſont pas beaucoup éloignées, on détermine le milieu à

$3^h\ 37'\ 17''$.
3 37 52
3 35 43

Et prenant un moïen, on peut eſtimer ce milieu à
$3^h\ 36'\ 40''$

Paſſage de l'Ombre par les Taches de la Lune.

A 2^h	$37'$	$5''$	Commencement de *Mare Humorum.*
2	37	35	Commencement de Tycho.
2	53	35	Fin de *Mare Humorum.*
3	24	25	Cyrillus.
3	34	5	Commencement de Langrenus.
3	41	21	Fin de Langrenus.
3	52	5	Emerſion de *Mare Humorum,*
3	54	35	Fin de Schichardus.
4	0	5	Milieu de Capuanus.
4	10	51	Commencement de *Mare Nectaris.*
4	15	25	Milieu de Tycho.
4	16	55	Theophilus.
4	24	5	Milieu de Langrenus.
4	27	5	Fin de *Mare Nectaris.*
4	40	15	Snelius.
4	49	21	Fin de l'Eclipſe.

OBSERVATION

OBSERVATION

De l'Eclipse de Lune du 2 Décembre 1713, faite à l'Observatoire Royal.

Par M.rs MARALDI & CASSINI.

IL y a eu cette année 1713 deux Eclipses de Lune partiales, dont la premiére est arrivée le 8 Juin, la Lune étant près de son Nœud ascendant, & la seconde a été observée le 2 Décembre, la Lune étant près de son Nœud descendant. Dans la premiére, la latitude de la Lune étoit Méridionale & son disque a été éclipsé dans sa partie Septentrionale; & dans la seconde, la latitude de la Lune étoit Septentrionale, & son disque a été éclipsé dans sa partie Méridionale. 6 Décembre 1713.

Nous n'avons pas pû observer ici à Paris l'Eclipse du 8 Juin, qui, suivant nos Tables, devoit être de quatre doigts & cinq minutes, & dont la fin devoit arriver de jour à 7^h $40' 36''$ du soir, un peu auparavant le coucher du Soleil; mais elle a été observée à Bologne par M. Manfredi, qui en a déterminé la fin à 8^h $16'$, & c'est la seule Observation que nous en ayons reçûë.

Le temps a été assés favorable pour l'Observation de l'Eclipse derniére. Nous prîmes dès le soir précédent, le passage de la Lune & de ses Taches par les fils de la Machine Parallactique, pour déterminer leur situation dans le disque apparent, qui est sujet à quelque variation à cause de la libration de la Lune.

L'observation de l'Eclipse a été faite en deux endroits differents de l'Observatoire, avec deux Lunettes de 8 pieds, dont l'une avoit un Micrometre à son foyer, & l'autre des Réticules placés à égale distance l'un de l'autre, & on

déterminoit en même temps l'entrée des Taches dans l'Ombre & leur sortie, de la maniére qu'on va le rapporter.

Observation faite avec les Réticules.

A 1h	57'		On commençoit déja à voir la Penombre.
2	25	53"	Commencement de l'Eclipse.
	30	19	La Lune étoit éclipsée d'un doigt.
	34	48	Un doigt & demi.
	36	58	L'ombre au bord de Tycho.
	38	38	L'ombre au milieu de Tycho, & au bord de *Mare Humorum.*
	40	8	Tycho est entiérement dans l'ombre.
	40	50	Deux doigts.
	49	38	L'ombre au bord de Gassendus.
	51	8	L'ombre au bord de Bulialdus.
	51	43	Trois doigts.
3	1	58	L'ombre éloignée de Grimaldus de deux de ses diametres, où elle reste pendant plusieurs minutes.
	3	0	Quatre doigts.
	5	45	L'ombre au bord de Snellius & Furnerius.
	8	28	Snellius & Furnerius entiérement dans l'ombre.
	9	0	Quatre doigts & demi.
	10	28	L'ombre au bord de Fracastorius.
	12	38	Fracastorius entiérement dans l'ombre.
	17	8	L'ombre au bord de Petavius.
	19	18	L'ombre au milieu de Petavius.
	22	43	Cinq doigts.
	33	28	Gassendus est sorti entiérement de l'ombre.
	34	8	L'ombre au bord de Langrenus.
	37	8	La Lune est éclipsée de 5 doigts & 9', qui est la plus grande Eclipse.

A 3h	41′	8″	Langrenus entiérement dans l'ombre.
	49	8	Bulialdus eſt entiérement ſorti de l'ombre.
	50	48	*Mare Humorum* eſt entiérement hors de l'ombre.
	51	19	Cinq doigts.
	58	10	Capuanus eſt ſorti de l'ombre.
	59	4	Quatre doigts & demi.
4	5	40	Pitatus eſt entiérement ſorti de l'ombre.
	7	15	Quatre doigts.
	13	30	Trois doigts & demi.
	14	40	Tycho commence à ſortir de l'ombre.
	17	10	Tycho eſt entiérement ſorti.
	20	25	Trois doigts.
	24	30	Langrenus eſt entiérement ſorti de l'ombre.
	30	40	Deux doigts.
	39	16	Petavius eſt entiérement ſorti de l'ombre.
	40	50	Un doigt.
4	48	16	Fin de l'Eclipſe.

Suivant ces Obſervations, le milieu de l'Eclipſe eſt arrivé à 3h 36′ 35″.

Sa durée a été de 2h 21′ 24″, & ſa grandeur de 5 doigts 9 minutes.

On a remarqué pendant la durée de l'Eclipſe, que le Ciel étant également ſerein, l'ombre paroiſſoit quelquefois mieux terminée dans des temps que dans d'autres.



RAPPORT DES SONS DES CORDES D'INSTRUMENTS DE MUSIQUE, AUX FLECHES DES CORDES;

Et nouvelle détermination des Sons fixes.

Par M. SAUVEUR.

I. *Remarques générales sur les Cordes sonores.*

APRÉS avoir établi les premiers fondements de l'Acoustique dans l'Histoire de l'Académie de 1700, & dans les Mémoires de 1701, 1702, 1707 & 1711, j'ai pris le parti d'examiner en particulier chaque corps sonore, en commençant par les cordes d'Instruments comme les plus simples. J'ai découvert des propriétés singuliéres, utiles non-seulement aux Méchaniques, mais encore à la Physique.

1. Pour entrer dans les propriétés des cordes sonores, il faut supposer la corde *AB* tenduë horizontalement par un poids *P* après avoir passé par-dessus une poulie *G*. Cette corde formera par sa pesanteur une courbe *ADB* convexe du côté du centre de la Terre. Si on imagine une ligne droite *ACB* coupée également en *C*, & la verticale *CD* entre ces deux lignes, nous l'appellerons la Fléche de cette corde *ADB*. On peut regarder *CD* comme l'axe de la courbe *DB*, & *CB* comme son appliquée, ou bien si cet arc étoit celui d'un cercle, *CB* sera le sinus de *BD*, & *CD* son sinus verse.

Figure 1. Figure 13.

2. L'expérience montre que cette corde *ADB* rend sensiblement le même son étant tenduë par un même poids *P* entre deux chevalets *A*, *B*, qui gardent la même distance,

ſoit que l'Inſtrument ſur lequel eſt tenduë cette corde ſoit poſé horizontalement ou incliné à l'horizon, ou enfin qu'il ſoit poſé verticalement. Figure 12. Figure 13.

3. La ſeule différence des ſons que cette corde rend lorſqu'elle eſt horizontale, avec ceux qu'elle rend étant verticale, vient du frottement de la poulie qu'on eſt obligé de mettre dans la premiére ſituation. Cette différence eſt petite, comme nous expliquerons ci-après *(art. 12.)* Figure 13.

4. Pour meſurer la longueur de cette corde, nous nous ſervirons des pouces aſtronomiques, dont les 36 ſont la longueur du Pendule ſimple à ſecondes, & cette longueur eſt de 36 pouces $8\frac{1}{2}$ lignes du pied de Paris reformé, en ſorte que leur rapport eſt de 52 à 51, & 40 pouces aſtronomiques ſont 40 pouces $9\frac{1}{2}$ lignes de Paris; à l'égard de l'ancien pied de Paris, la longueur du Pendule eſt de 36 pouces $6\frac{1}{2}$ lignes, en ſorte que leur rapport eſt de 68 à 67.

5. Nous diviſerons le pouce aſtronomique en 100 parties; ce n'eſt pas que la Fléche *CD* ſe trouvera dans la ſuite être une partie du pouce aſtronomique diviſé en plus de 1000000 parties; le calcul donnera cette préciſion, l'oreille la ſent, elle eſt 10000 fois hors de la portée de la vûë, & l'imagination s'y perd.

6. Il eſt indifférent de quel poids l'on ſe ſerve pour peſer une longueur déterminée de corde, que nous ſuppoſerons toûjours de 40 pouces, pourvû qu'on ſçache le rapport de ſon poids avec celui qui tend cette corde: Nous nous ſervirons de la livre du poids de Marc, qui contient 9216 ou $2^{10} \times 3^{2}$ grains, nous marquerons en grains le poids de 40 pouces de corde, & nous réduirons le poids qui tend cette corde auſſi en grains. *Voyés l'art. 61.*

7. Je préfére la connoiſſance du poids d'une longueur déterminée d'une corde à celle de ſon diametre; parce que 1.° le diametre de la plus groſſe corde de métal d'un Inſtrument de Muſique, n'eſt tout au plus que de $\frac{1}{3}$ de ligne, ainſi il eſt très-difficile, pour ne pas dire impoſſible, de connoître

les rapports des cordes par leurs diametres. 2.° Il est au contraire plus juste & plus commode de connoître le poids de 40 pouces d'une corde, ou, si l'on veut, de huit fois cette longueur; puisque les plus grosses cordes de cette derniére longueur pesent plus de 1000 grains, & les plus petites environ 40 grains. 3.° L'on peut connoître les rapports des diametres des cordes de même matiére par leur poids, puisque les diametres sont comme les racines des poids, & les poids comme les quarrés des diametres. 4.° Il est nécessaire de connoître le rapport du poids qui tend une corde, à celui de la corde; & non pas à son diametre.

8. En tendant une corde, que je suppose toûjours de métal, il ne faut pas appliquer un poids trop grand qui la casseroit; l'expérience montre qu'une corde d'acier cassé étant tenduë par un poids qui est environ 12000 fois plus grand que le poids de 40 pouces de cette corde, celle de cuivre jaune par un poids 9000 fois plus grand, & celle de cuivre rouge par un qui l'est 5000 fois: c'est pourquoi appellant c le nombre des grains que pese une corde de 40 pouces, le poids ne doit pas passer $\frac{4c}{3}$ livres de poids de marc pour bander la corde d'acier, ni (c) livres pour le cuivre jaune, ni $\frac{6c}{11}$ pour le cuivre rouge.

9. Dans les expériences, il est inutile d'aller à des précisions plus grandes que celles qui nous sont marquées par les sens; ainsi on peut se contenter dans ces expériences, de marquer les sons par des eptamérides, parce que l'erreur d'une demi-eptaméride est insensible; cette erreur fait une différence de 1 sur 870 pour les longueurs des cordes, ou de 1 sur 435 pour les poids *(art. 26.)*

10. Dans les calculs on peut regler un intervalle d'un son par décamérides, puisque une décaméride qui est $\frac{1}{54}$ d'un comma est absolument insensible, l'erreur d'une demi-décaméride est de 1 sur 8700 pour la longueur des cordes, & de 1 sur 4350 pour les poids.

11. Il eſt vrai que ſi l'on multiplie une erreur, elle peut devenir ſenſible; mais comme l'étenduë des ſons ſenſibles ne paſſe pas environ douze octaves, & que les expériences ſe font ſur les ſons qui ſont vers la quatriéme octave, à commencer par la plus grave, il s'enſuit que la plus aiguë n'eſt éloignée au plus que d'environ huit octaves, dont les vibrations ſont multipliées par $2^8 = 256$, de ſorte, que l'erreur de 1 ſur $4350 \times 256 = 1113600$ ne peut point devenir ſenſible par aucune multiplication dans l'Acouſtique; & pour nous ſervir de nombres ronds, nous dirons qu'une erreur de 1 ſur 2000000 ne peut point devenir ſenſible dans la longueur des cordes, ni de 1 ſur 1000000 dans les poids.

12. Pour trouver l'erreur que peut cauſer dans le ſon, le frottement de la poulie marqué dans l'article 3, j'ai remarqué Figure 2. qu'il falloit une puiſſance qui fût moins du quart d'un poids pour le faire gliſſer ſur un plan horizontal, les ſurfaces étant d'acier & de cuivre poli; ſuppoſant donc que le diametre de l'eſſieu d'une poulie ſoit 1, & le diametre de la poulie ſoit d, la puiſſance doit être $\frac{1}{4d}$ du poids qui la preſſe, comme la poulie eſt tirée horizontalement ſelon la direction GR, & verticalement ſelon GT. Tirant par le centre C de l'Eſſieu la ligne GS & les autres ST, SR, paralleles aux deux directions GR, GT, le poids P (p) ſera au preſſement de la corde contre la poulie, comme TG à GS, ou comme 5 à 7, ainſi la réſiſtance par le frottement ſera $\frac{7p}{5} \times \frac{1}{4d} = \frac{7p}{20d}$ qui eſt à p comme 7, eſt à 20 d, ce qui fait dans le ſon une erreur de 7 ſur 40 d. Comme le diametre de la poulie, dont je me ſers, eſt 57 fois celui de ſon eſſieu, ſuppoſant $d = 57$, l'erreur cauſée par le frottement ſera de 7 ſur 2280, ou de 1 ſur 326, & l'erreur dans le ſon ſera de 1 ſur 652, comme nous montrerons dans l'article 26. Cette erreur eſt moindre que les $\frac{2}{3}$ d'une eptaméride.

II. *Que les ſons des cordes d'Inſtruments, ſont en raiſon reciproque de leurs Fléches.*

Figure 3. 13. Suppoſons les mêmes choſes que dans l'article 1, & qu'enſuite l'on tire les tangentes AE, EB (t) à l'arc ADB (n) & les paralleles AF, BF aux deux tangentes, que l'on continuë la Fléche CD (f) juſqu'aux tangentes & à ſes paralleles, nous aurons la ſoûtangente CE (x) & la petite diagonale EF, $(2x)$ l'appliquée CB (y) ſoit pris une longueur (a) de cette corde, dont le poids ſoit appellé c; par conſéquent, le poids de la corde ADB (n) ſera $\frac{cn}{a}$.

14. Par les regles de méchanique, le poids $\frac{cn}{a}$ de la corde ADB (n) eſt au poids P (p) qui tend cette corde, comme la petite diagonale EF $(2x)$ eſt à la tangente EB (t) Donc $cnt = 2apx$.

Figure 4. 15. Si l'on veut connoître la nature de la Courbe ADB par l'extrémité D de la Fléche, tirés l'horizontale HDF qui coupe la tangente BE en F, tirés la verticale FG, & DG parallele à EB. Les méchaniques nous apprennent que le centre de gravité de la corde DB eſt dans la verticale FG. Suppoſons enſuite la verticale DK égale à l'arc DB, $(\frac{1}{2}n)$ tirés KH parallele à EB ou à DG, ſoit $DH = q$.

Suppoſons une puiſſance qui tire horizontalement la corde ſelon la ligne DH; par l'article précédent la puiſſance qui tire par DH eſt au poids de la corde DB ou $DK :: DF. FG :: BC\ (y). CE\ (x) :: HD\ (q). DK\ (\frac{1}{2}n)$ Donc $qx = \frac{1}{2}ny$, c'eſt-à-dire, que le produit de l'appliquée CB & de l'arc DB eſt égal au produit du demi parametre q, & de la ſoutangente x. Il ſuit 2.° que ſi l'arc $\frac{1}{2}n$ eſt infiniment petit, il devient égal à l'appliquée y, alors $qx = \frac{1}{2}yy$, & cet arc dégénére en celui d'une parabole $2qx = yy$. ou d'un cercle $2qx - xx = yy$, car $-xx$ eſt un infiniment petit du quatriéme degré.

16. D'où il ſuit, que ſi DB ou DK $(\frac{1}{2}n)$ marque la longueur

longueur & le poids de la corde, DH (q) marquera la longueur & le poids de la puissance qui sera constante, & HK marquera la longueur & le poids p d'une corde dont le poids sera égal au poids P qui tend la corde DB.

17. Remarqués, 1.° que dans toutes les Expériences que j'ai faites lorsque la corde ADB sonne le *sub-bis PA*, c'est-à-dire, le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin ou le son d'un tuyau d'Orgue de 8 pieds ouvert, le rapport de CE à CB est moindre que le rapport de $\frac{1}{160}$ pouce à 25 pouces, ou de 1 à 4000; & si du centre B & de l'intervalle BC l'on décrit l'arc CI, la partie EI sera moindre que $\frac{1}{8000}$ de CB qui est de 4000 parties; par conséquent, le rapport de la différence EI $(t-y)$ de BE (t) à CB (y) est moindre que de 1 à 32000000, ce qui est absolument insensible par l'art. 11, & à plus forte raison, la différence de l'arc DB à CB où $n-y$ est absolument insensible. Figure 3.

18. D'où il suit, que l'on peut prendre les trois lignes CB (y) DB $(\frac{1}{2}n)$ & EB (t) l'une pour l'autre, & réduire l'égalité de l'article 14, $cnt = 2apx$ à celle-ci $\frac{1}{2}cnn = 2apx$ ou $cnn = 4apx$.

19. Remarqués, 2.° que le centre de gravité de la demi-corde DB est dans la verticale FG. (*art.* 15.) Figures 4. 5.

20. Si l'on prend CM moitié de CB, la partie MG sera plus petite que le quart de EI. Figures 5. 6.

Car partageant CM & MB en parties égales, mais infiniment petites, & tirant des verticales par ces divisions qui couperont l'arc DB en parties inégales dans les points O, Q, V, S qui seront plus grandes à proportion qu'elles approchent de B; la premiére DO sera égale à CL, & la derniére BS sera partie de la tangente BE, ce qui est évident; divisés également EI en K. Figure 6.

21. Si l'on regarde CB comme un Levier dont M est le milieu, pour avoir le centre de gravité N des arcs DO, BS, il faut faire cette analogie $DO + BS . DO :: CB . BN$; mais $DO = CL = \frac{CB}{\infty}$, & $BS = \frac{BE}{\infty}$; il s'ensuit

que $CB + BE . CB :: CB . BN$; prenant la moitié des antécédens $BK . BI :: BM . BN$ en divisant $BK . IK :: BM . MN$. Mais BM est moindre que la moitié de BK; donc MN est moindre que $\frac{1}{2}$ IK ou que $\frac{1}{4}$ EI; & par conséquent, MN est moindre que $\frac{1}{64000000}$ de BK; & à plus forte raison de BC.

22. Puisque l'arc OQ est plus grand que DO, & VS plus petit que SB, ils approchent davantage de l'égalité; donc leur centre de gravité approche davantage de M que N. En prenant de même deux à deux les arcs également éloignés de la verticale qui passe par M, on trouvera que leurs centres de gravité approchent de plus en plus de M.

23. D'où il suit, que le centre commun de gravité G de toutes ces parties, ou de tout l'arc DB, est entre N & M, & par conséquent MG est beaucoup plus petit que MN ou que $\frac{1}{64000000}$ de MB; donc par l'art. 11. on peut à plus forte raison négliger cette différence.

24. A cause des paralleles, $BG . BC :: BF . BE :: CD . CE$. Mais BG est sensiblement moitié de BC; donc CD l'est aussi de CE, & la différence est beaucoup moindre que $\frac{1}{64000000}$ de CE; d'où il suit que $2CD\ (2f) = CE\ (x)$ & l'égalité de l'art. 18, $cnn = 4apx$ se change en celle-ci $cnn = 8apf$; donc $f = \frac{cnn}{8ap}$ & $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{\sqrt{8ap}}{n\sqrt{c}}$ d'où nous tirerons ces trois conséquences.

25. 1.° L'expérience nous montre que les sons (S) d'une corde tenduë par un même poids, sont en raison reciproque de ses longueurs, (n) c'est-à-dire, $S = \frac{1}{n}$. Supposant $\frac{\sqrt{8ap}}{\sqrt{c}} = 1$, il s'ensuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = \frac{1}{n} = S$.

26. 2.° Que les sons (S) d'une corde d'une même longueur, mais tenduë par des poids différens (p) sont en même raison que les racines quarrées de ces poids ou $S = 1\sqrt{p}$, supposant $\frac{\sqrt{8a}}{n\sqrt{c}} = 1$, il s'ensuit que $\sqrt{\frac{1}{f}} = 1\sqrt{p} = S$.

27. 3.° Que les ſons (S) des cordes de différens diametres mais de même matiére, de même longueur & tenduës par le même poids, ſont en raiſon reciproque des diametres de ces cordes ou *(par l'art. 7.)* des racines quarrées des poids d'une même longueur de ces cordes, c'eſt-à-dire, $S = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{c}}$.

28. Par les expériences que j'ai faites, lorſque les cordes qui ſont de différentes matiéres ne s'allongent point par les poids qui les tendent, les ſons (S) ſont auſſi en raiſon reciproque des racines des poids de ces cordes de même longueur. Suppoſant $\frac{\sqrt{8ap}}{n} = 1$, il s'enſuit que $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{f}} = \sqrt{\frac{1}{c}} = S$.

29. 4.° Qu'enfin les ſons des cordes ſont en raiſon compoſée directe des racines des poids qui les tendent, & renverſée des longueurs des cordes & des racines des poids d'une même longueur de ces cordes, c'eſt-à-dire, que $S = \frac{1\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$. Suppoſant $\sqrt{8a} = 1$, il s'enſuit que $\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{1\sqrt{p}}{n\sqrt{c}} = S$.

30. D'où il ſuit, que dans tous les cas précédens les ſons de toutes les cordes d'Inſtruments de muſique ſont en raiſon renverſée des racines quarrées de leurs fléches $S = \sqrt{\frac{1}{f}}$.

31. C'eſt pourquoi ſi les fléches de différentes cordes ſont égales, les ſons ſont les mêmes.

32. Et ſi les fléches ſont inégales, les ſons ſont en raiſon renverſée des racines de ces fléches, ce que l'expérience confirme dans toutes les cordes qui ne s'allongent point ou qui ne s'allongent que peu ſenſiblement.

III. *Que les Pendules ſimples Iſochrones avec les Vibrations d'une corde ſonore, ſont les $\frac{4}{5}$ de la fléche de cette corde.*

33. Nous avons démontré *(art. 24.)* que la fléche CD (f) étoit moindre que la moitié de la ſoutengente CE (x) d'une quantité plus petite que de $\frac{1}{64000000}$ de CE: mais ſuppoſant $f = \frac{1}{2}x = \frac{1}{8000}$ de CB, ſi $\frac{1}{2}x = 1$, alors CB Figure 6.

ſera de 8000 parties; & ſuppoſant que l'arc ADB ſoit celui d'un cercle, le rayon ſera $32000000 - \frac{1}{2}$ & la ſoutengente CE ſera $2 + \frac{1}{32000000}$ dont la moitié eſt $1 \frac{1}{64000000}$, ce qui donne la même différence inſenſible que celle que nous avons trouvée ci-deſſus. Donc *(art. 15.)* on peut prendre cet arc pour celui d'un cercle, dont il contient environ $\frac{1}{2}$ minute de degré.

Figure 7. 34. Il s'agit de trouver le centre d'oſcillation P d'un petit arc de cercle ADB qui ſe meut autour de la ſoutendente ACB, ou la longueur $CP\ (p)$ du Pendule ſimple iſochrone avec les vibrations de l'arc $ADB.\ (2a)$.

35. Sur l'abſciſſe $CH\ (x)$ ſoit appliqué perpendiculairement $HK\ (y)$ & IL infiniment près; ſoit la fléche $CD\ (f)$ le Pendule ſimple $CP\ (p)$ la moitié de l'arc $DB\ (a)$ la partie $DK\ (u)$ les différentielles de u, x, y ſoient du, dx & $-dy$.

36. Selon M. Huguens, dans ſa cinquiéme propoſition du centre d'oſcillation, le centre de gravité du double de l'arc $DK\ (u)$ eſt $\frac{\int y\,du}{u}$ & la diſtance $CP\ (p)$ du centre d'oſcillation du double de cet arc autour de la ligne CH, eſt $p = \frac{\int yy\,du}{\int y\,du}$, ce qui s'accorde avec M. de Bernoulli dans les Mémoires de l'Académie en 1703, *pag.* 282.

37. D'où il ſuit, que ſi AD & DB ſont deux lignes droites, dont le rapport à CD ſoit $\frac{m}{n}$, alors $du = \frac{m\,dy}{n}$ & $\frac{\int yy\,du}{\int y\,du} = \frac{\int yy\,dy}{\int y\,dy}$ dont l'intégrale eſt $p = \frac{2y}{3} = \frac{2}{3} f = \frac{66667}{100000} f$.

Figure 8. 38. Suppoſant $ADB\ (2a)$ un arc de cercle, dont N ſoit le centre, EF le diametre parallele à la ſoutendente $ACB\ (2c)$ ſoit prolongé la fléche DC & les appliquées KH, LI. (y) Soit tiré l'appliquée BT. Soit le rayon $KN\ (r)$ CN, HQ, IR, $BT\ (b)$ $KQ.\ (z)$ alors $y = z - b$, & $yy = zz - 2bz + bb$. $KM\ (dz = dy.)$

39. Nous avons dit (*art.* 36.) que $p = \frac{\int yydu}{\int ydu}$: au lieu de y & de yy ſubſtituant leurs valeurs (*art.* 38.) l'on aura $p = \frac{\int zzdu - 2b\int zdu + bb\int du}{\int zdu - b\int du}$.

40. Comparant enſemble les triangles ſemblables NQK. KML. l'on trouvera que $NK(r).QK(z)::KL(du)\,ML(dx)$ donc $zdu = rdx$, & alors $p = \frac{r\int zdx - 2br\int dx + bb\int du}{r\int dx - b\int du}$.

41. En intégrant, $\int dx = x$, $\int du = u$, & $\int zdx = NDKQ = NDK + QNK = \frac{1}{2}ru + \frac{1}{2}zx$; donc $p = \frac{\frac{1}{2}rru + \frac{1}{2}rxz - 2brx + bbu}{rx - bu} = \frac{rru + rxz - 4brx + 2bbu}{2rx - 2bu}$. Suppoſant $u = a$. $x = c$. $z = b$. $p = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cr - 2ab}$, & le rapport de p à f ſera $\frac{p}{f} = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cfr - 2abf}$.

42. Suppoſant que DB ſoit un quart de cercle, alors $f = r$, $b = 0$, $a = 157080$, & $\frac{p}{f} = \frac{78540}{100000}$. Si DB eſt un arc de $81\frac{92}{100}$ degrés par les tables de l'Arithmétique Britannique, on trouvera que $\frac{p}{f} = \frac{79563}{100000}$. Si DB eſt de $40\frac{96}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79921}{100000}$. Si DB eſt de $20\frac{48}{100}$ degrés, $\frac{p}{f} = \frac{79982}{100000}$, ce qui approche ſenſiblement de $\frac{p}{f} = \frac{80000}{100000} = \frac{4}{5}$, donc par approximation le Pendule ſimple (p) iſochrone avec les vibrations de l'arc ABD eſt les $\frac{4}{5}$ de la fléche f.

43. Mais pour démontrer ce même rapport par les Infiniment petits : Dans l'égalité $\frac{p}{f} = \frac{arr + 2abb - 3bcr}{2cfr + 2abf}$ ſuppoſant les quantités a, b, c, f. p. variables, & r conſtant, les différentielles ſeront da, $-db$, dc, db; & $db + dp$. Et comme la différentielle de $\frac{p}{f}$ eſt infiniment petite, puiſqu'elle ſe termine à une quantité Figure 9.

finie, il s'enſuit que la difference de l'égalité precedente ſera $\frac{p}{f} = \frac{rrda + 2bbda - 4abdb - 3brdc + 3crdb}{2crdb + 2frdc - 2abdb + 2afdb - 2bfda}$.

44. Puiſque les triangles NBC, BLM. ſont ſemblables, alors $BL\,(da) . BN\,(r) :: BM\,(db) . BC\,(c) :: LM\,(dc) . NC\,(b)$ de ſorte que ſi $da = \frac{r}{\infty}$, alors $db = \frac{c}{\infty}$. $dc = \frac{b}{\infty}$, ſubſtituant ces valeurs & multipliant par ∞, l'on aura, $\frac{p}{f} = \frac{r^3 + 2bbr - 4abc - 3bbr + 3ccr}{2ccr + 2bfr - 2abc + 2acf - 2bfr}$ ou $\frac{p}{f} = \frac{r^3 - bbr - 4abc + 3ccr}{2ccr - 2abc + 2acf}$ $(rr = bb + cc)$ $= \frac{4ccr - 4abc}{2ccr - 2abc + 2abf} = \frac{2cr - 2ab}{cr - ab + af}$ $(b = r - f)$, donc enfin $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ar + 2af}$.

45. Il s'agit maintenant de trouver la valeur de a lors qu'il eſt infiniment petit. Pour cela, je prends dans le ſegment ADB, la diſtance $CG\,(g)$ du centre G de
Figures 8. 9. gravité des $ML\,(dc)$ (Figure VIII.) qui ſera égal au ſegment ADB diviſé par la ſoutendente AB, c'eſt-à-dire, $CG = \frac{NADBN - NACBN}{2ACB}$ ou $g = \frac{ar - bc}{2c}$ & le rapport de CD à CG eſt $\frac{g}{f} = \frac{ar - bc}{2cf} = \frac{ar - cr + cf}{2cf}$, la difference eſt $\frac{g}{f} = \frac{rda - bdc + cdb}{2cdb + 2fdc} = \frac{rr - bb + cc}{2cc + 2bf}$ $= \frac{cc}{cc + bf}$ $(cc = 2fr - ff .\ bf = rf - ff)$ donc $\frac{g}{f} = \frac{2r - f}{3r - 2f} = \frac{ar - cr + cf}{2cf}$ & $a = \frac{3cr - cf}{3r - 2f}$.

46. Dans l'égalité *(art. 44.)* $\frac{p}{f} = \frac{2cr - 2ar + 2af}{cr - ar + 2af}$ ſi l'on ſubſtituë la valeur de a, l'on aura enfin $\frac{p}{f} = \frac{4r - 2f}{5r - 2f}$, & comme f eſt infiniment petit, alors $\frac{p}{f} = \frac{4}{5}$ & $p = \frac{4}{5}f$, c'eſt-à-dire, que le Pendule ſimple eſt les $\frac{4}{5}$ de la fléche.

IV. *Maniere de trouver le nombre des Vibrations qu'une corde sonore fait dans une seconde de temps.*

47. Nous avons trouvé *(art. 24.)* la fléche $f = \frac{cnn}{8ap}$, la longueur du Pendule simple isochrone avec les vibrations de la corde sonore *(art. 46.)* $p = \frac{4f}{5} = \frac{cnn}{10ap}$. appellant q la longueur d'un Pendule simple à secondes, l'on aura le rapport de ces deux Pendules $\frac{5q}{4f} = \frac{10apq}{cnn}$. Enfin appellant $\int$ le son de la corde, c'est-à-dire, le nombre des vibrations qu'elle fait dans une seconde de temps, l'on aura $\int = \frac{\sqrt{5q}}{\sqrt{4f}} = \frac{\sqrt{10apq}}{\sqrt{cnn}}$, comme nous supposons toûjours $a = 40$ *(art. 6.)* alors $\int = \frac{\sqrt{5q}}{\sqrt{4f}} = \frac{20\sqrt{pq}}{n\sqrt{c}}$.

48. Si l'on se sert des pouces du pied de Paris, alors $q = 36\frac{17}{24}$ *(art. 4.)* & $\int = \frac{6774}{1000\sqrt{f}} = \frac{12117\sqrt{p}}{100n\sqrt{c}}$.

49. *Exemple.* J'ai pris une corde blanche de Clavecin, c'est-à-dire, d'acier, dont 40 pouces *(a)* du pied de Paris pesoient $20\frac{1}{3}$ grains *(c)* du poids de marc, la longueur *(n)* entre les deux chevalets étoit de 67 pouces, & le poids *(p)* qui tendoit la corde estoit de 10 livres ou de 92160 grains. Cette corde sonnoit le *sub-bis PA*, ou le *C-Sol-Ut* du bas du Clavecin qui répond au tuyau d'Orgue de 8 pieds ouvert. On demande la valeur de $\int$ ou le nombre des vibrations que cette corde fait dans une seconde de temps.

Par l'article 48 l'on trouvera $\int = \frac{12117\sqrt{p}}{100n\sqrt{c}} = 121\frac{3}{4}$ vibrations.

50. Par les expériences que j'ai faites, j'ai trouvé par calcul *(art. 24.)* que les fléches $(f = \frac{cnn}{8ap})$ des cordes qui sonnoient le *sub-bis PA* estoient toûjours de $\frac{1}{323}$ pouces du pied de Paris, supposant donc $f = \frac{1}{323}$, alors *(art. 48.)* $\int = \frac{6774}{1000\sqrt{f}} = 121.76$. vibrations.

51. D'où il ſuit que le *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) fait 487 vibrations par ſeconde.

52. Dans l'Hiſtoire de l'Academie de 1700. j'avois trouvé que le *ſub-bis LO* (*LA* du bas du Clavecin) faiſoit environ 101. vibrations, en ſorte que le *PA* en fait environ 242 $\frac{2}{5}$, ce qui ſe trouve confirmé par pluſieurs expériences en quatre jours différents dans les années 1699. 1700. & enſuite 1704. chez le ſieur Deſlandes très-habile Facteur d'Orgue, en preſence du P. Sebaſtien Truchet, & de pluſieurs autres, en nous ſervant des Tuyaux d'Orgue entre 4 & 2 pieds où nous trouvions que le *ſub GA* (*MI* au-deſſous de la clef *F-UT-FA*) faiſoit 152 vibrations, & par conſéquent *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) faiſoit 243 $\frac{1}{5}$.

Ces expériences faites avec beaucoup d'attention & de patience, donnent lieu aux Remarques ſuivantes.

53. 1.° Qu'ayant trouvé qu'un même ſon faiſoit avec les cordes deux fois autant de vibrations qu'avec les tuyaux, il s'enſuit qu'il faut prendre dans les cordes une allée & un retour pour une vibration du ſon, parce que ce n'eſt que l'allée qui fait impreſſion contre l'organe de l'ouïe, & le retour n'en fait point, & dans les tuyaux d'Orgue les ondulations de l'air ne font d'impreſſion que dans leurs allées & n'en font point dans leur retour.

54. 2.° Comme le ſon fait environ 180 toiſes, ou 1080 pieds par ſeconde, il s'enſuit que les 243 vibrations du ſon *PA* ſe ſuccedent l'une après l'autre de la diſtance de 4 $\frac{1}{2}$ pieds, c'eſt-à-dire, à peu près de deux fois la longueur du tuyau *PA* qui eſt environ de 2 pieds, ce qui ſervira à connoître la nature des ondulations du ſon dans l'air.

55. 3.° Cette convenance du nombre des vibrations du ſon déterminé par des principes très-differents, nous ôte lieu d'en douter, & en conſéquence nous corrigerons les formules des articles 47. 48. en prenant les moitiés & les exprimant auſſi par logarithmes.

56. Si l'on ſe ſert de pouces Aſtronomiques $q = 36$. (*art.* 47.)

(*art.* 47.) $ſ = \frac{3\sqrt{s}}{2\sqrt{f}} = \frac{33541}{10000f}$ ou $ſ = \frac{60\sqrt{p}}{n\sqrt{c}}$, & en logarithmes $S = 0.52558 - F$. $S = 1.778015 - N + \frac{P-C}{2}$.

57. Si l'on ſe ſert de pouces du pied de Paris (*art.* 48.) $S = \frac{338695}{100000f}$ ou $S = \frac{60588\sqrt{p}}{1000n\sqrt{c}}$, & en logarithmes $S = 0.52981 - F$, ou $S = 1.78238 - N + \frac{P-C}{2}$.

58. Enfin, ſi l'on ſe ſert de pouces de la toiſe ancienne de Paris, pour les expériences qui ont été faites avant l'année 1666. (*art.* 4.) $ſ = \frac{33807}{10000\sqrt{f}}$ ou $ſ = \frac{60475\sqrt{p}}{1000n\sqrt{c}}$, & en logarithmes $S = 0.52900 - F$ ou $S = 1.78158 - N + \frac{P-C}{2}$.

Les valeurs précédentes de $ſ$ doivent être priſes avec les précautions ſuivantes.

59. Il ne faut pas ſe ſervir de cordes d'inteſtins, de ſoye ou de fil, parce que leur matiére eſt inégale & qu'elles s'allongent différemment étant tenduës par différents poids, ainſi il faut prendre des cordes de métal tirées à la filiére. A la vérité elles s'allongent un peu, mais celles qui m'ont paru les plus ſûres, ſont les cordes blanches, c'eſt-à-dire, celles de fer ou d'acier.

60. Le poids avec lequel on doit tendre les cordes, doit être limité (*art.* 8.)

61. L'erreur dans le calcul vient principalement du poids des 40. pouces de corde, mais pour diminuer cette erreur, il en faut peſer 2, 4, 8, 16, 32, ou même 64 fois cette longueur de 40 pouces de corde, dont la longueur fait $\frac{4}{9}$ toiſes multiplié par ces nombres, par leſquels il faut auſſi multiplier *c*.

62. En meſurant la longueur de cette corde, il faut la tendre par un poids qui ſoit à peu-près la moitié de celui qui la peut caſſer (*art.* 8.)

63. Enfin, si l'on craint que la corde soit plus grosse par un bout que par l'autre, il faut se servir du milieu de celle qu'on a pesée pour en tirer le son sur l'Instrument.

V. *Nouvelle détermination des sons fixes. Table des sons fixes. Construction d'un Echometre.*

64. Dans l'Histoire de l'Académie de 1700. & dans les Mémoires de 1701, j'avois déterminé le son fixe par celui qui faisoit 100 vibrations par seconde, parce qu'alors étant occupé à mon systême general des intervalles des sons, je ne pris ce nombre que par provision.

65. Mais faisant attention que l'étenduë des sons selon l'aigu & le grave, est partagée par octaves selon la progression double, & que par les articles 49 & 52, j'ai trouvé que la Clef de *C-Sol-Ut* faisoit environ 243 $\frac{1}{5}$ vibrations, j'ai fait d'abord la progression double suivante, que j'ai accompagnée des puissances de 2.

1,	2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256,	512,	1024,
$2.^0$	$2.^1$	$2.^2$	$2.^3$	$2.^4$	$2.^5$	$2.^6$	$2.^7$	$2.^8$	$2.^9$	$2.^{10}$

2048,	4096,	8192,	16384,	32768,	65536.
$2.^{11}$	$2.^{12}$	$2.^{13}$	$2.^{14}$	$2.^{15}$	$2.^{16}$

66. J'ai reglé le son fondamental de chaque octave fixe & l'ordre des octaves, par les nombres & les exposants de la progression double; ainsi le son qui fait 256 ($2.^8$) par seconde, est le son fondamental de la 8.e octave fixe.

67. En divisant les nombres compris entre ceux de la progression, (comme les nombres qui sont entre 256 & 512) en 43 moyennes proportionnelles, l'on aura les sons fixes de chaque octave divisés par merides; en divisant les sons compris entre chaque meride en 7 ou 70 parties, l'on aura les sons fixes divisés par eptamerides ou décamerides.

68. Pour avoir les intervalles des sons fondamentaux de chaque octave, prenés les logarithmes de nombres de la

progreſſion double, ou bien multipliés 3010300 par les expoſants de la progreſſion double. Ainſi l'intervalle du ſon fondamental 256 de la 8.e octave fixe, eſt 24082400.

69. Otant les 3 ou 4 derniers chiffres de cet intervalle, l'on aura 24082 décamerides, ou 2408 eptamerides: Ces eptamerides étant diviſées par 7, donneront 344 merides pour l'intervalle de la 8.e octave fixe.

70. Aux merides de chaque octave ajoûtant 1, 2, 3, 4, &c. on aura toutes les merides de cette octave. Aux eptamerides ou décamerides, ajoûtant le produit de ces nombres par 7 ou 70, l'on aura les eptamerides ou décamerides de chaque octave.

71. Ayant enſuite trouvé que le nombre 256 de cette progreſſion double approchoit le plus de 243 $\frac{1}{5}$ de l'article 52, j'ai pris le ſon qui faiſoit 256 vibrations, pour le ſon fixe fondamental de l'octave moyenne; en ſorte que les nombres ſuivants 512, 1024, 2048, &c. forment les ſons fondamentaux de la 1.ere 2.e 3.e octaves fixes, & les précedents 128, 64, 32, &c. de la 1.ere 2.e 3.e ſous-octaves.

72. J'appelle *PA* les ſons fondamentaux de chaque octave fixe, & je déſigne les autres ſons de chaque octave par les noms marqués dans les Mémoires de 1701, en diſtingant ceux de chaque octave par les clefs des noms.

73. Je déſigne de même ces ſons fixes par les notes, que j'ai marquées au même endroit.

74. A l'imitation des Facteurs d'Orgue, nous déſignerons auſſi le ſon fondamental *PA* par celui d'un tuyau d'Orgue de 2 pieds ouvert, qui rend à peu-près ce ſon, les *PA* des octaves en montant par ceux de 1 pied 6 pouces, & ainſi de moitié en moitié, & les *PA* des ſous-octaves par 4, 8, 16, 32 pieds.

Pour rendre plus ſenſible tout ce que je viens de dire, & pour ôter la peine du calcul, je propoſe la Table générale des ſons fixes ſuivante.

75. Cette Table contient 13 colonnes, dont les premiers

nombres inférieurs ſont ceux de la progreſſion double *(art. 65.)* qui marquent les ſons fondamentaux de chaque octave *(art. 66.)* Ces octaves vont depuis la 3.e juſqu'à la 15.e incluſivement, parce que tous les ſons poſſibles ne patient pas cette étenduë.

76. Dans chaque colomne, il y a 43 nombres en proportion continuë, qui marquent le nombre des vibrations de tous les ſons de chaque octave de meride en meride *(art. 67.)* les 13, 14, 15 octaves ont ces nombres en entier, & les autres en décimales, c'eſt-à-dire, en 10.es, 100.es & 1000.es, ce qui eſt d'uſage pour le calcul, une plus grande préciſion eſt inutile.

77. Au-deſſous de ces nombres, il y a 6 rangs, le 1.er marque l'ordre des octaves fixes *(art. 66.)*

Le 2.^{d} les décamerides, qui marquent les intervalles des ſons fondamentaux *PA* de chaque octave *(art. 68. 69.)*

Le 3.e les mêmes intervalles en merides. *(art. 69.)*

Le 4.e les ſous-octaves, & les octaves à l'égard du ſon fondamental de l'octave moyenne. *(art. 71.)*

Le 5.e les Clefs des noms qui diſtinguent les noms des ſons de chaque octave, qui ſont d'ailleurs les mêmes. *(art. 72.)*

Le 6.e la longueur des tuyaux d'Orgue qui rendent à peu-près les ſons *PA* de chaque octave. *(art. 74.)*

78. A gauche de la Table, il y a 5 colomnes.

La 1.ere du côté de la Table, contient les merides des ſons de chaque octave.

La 2.e les Décamerides.

La 3.e les noms nouveaux des ſons par Merides.

La 4.e les noms anciens.

Et la 5.e les intervalles diatoniques. Ce qui eſt expliqué dans les Mémoires de 1701. ſect. 11.

79. Comme les cordes d'Inſtruments de Muſique ſe diviſent exactement en parties qui rendent les ſons marqués dans la Table, mais dans un ordre renverſé, je propoſe une regle Echometre ſuivante, qui eſt une meſure des ſons des

cordes d'Instruments, laquelle suppose 1.° qu'on se serve de pouces Astronomiques, 2.° que $f = \frac{60 \sqrt{p}}{n \sqrt{c}}$ *(art. 56.)* 3.° que $\frac{p}{c} = 4096$, donc $f = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{15 \times 256}{n}$.

80. Sur une regle de bois d'environ $5\frac{1}{2}$ pieds ou seulement la moitié, tirés une ligne, sur laquelle prenés la partie *AB* de 60 pouces Astronomiques, ou de 61 pouces $2\frac{1}{6}$ lignes du pied de Paris, divisés *AB* en 64 parties égales, ou plûtôt en 256. Tirés une 2.e ligne parallele à la précédente, sur laquelle prenés une partie *AB* de 256 parties de la précédente échelle, prenés sa moitié *AC*, ensuite de moitié en moitié *AD, AE, AF, AG,* &c. Marqués sur ces divisions VI. VII. VIII. IX. X. XI. &c. octaves; & pour diviser chaque octave en 43 merides, servés-vous de la Table précédente, en prenant les nombres de la 7.e octave, qui sont entre 128 & 256 pour diviser l'octave *BC*, & les nombres de la 6.e octave pour diviser *DC*, & ainsi les autres à proportion: lorsque les merides sont grandes, il faut les diviser en 7 parties égales, pour marquer les eptamerides. Figure 16.

81. Vous marquerés dans chaque octave les merides de 5 en 5 avec des nombres, & de l'autre côté les intervalles diatoniques. On pourroit adjoûter sur cette regle les noms des sons, & même le nombre de leurs vibrations, mais il vaut mieux chercher ces dernieres choses dans la Table.

Nous donnerons dans la suite l'usage de la Table générale des sons fixes, & de la regle Echometre.

VI. *Maniere de trouver les Sons fixes.*

82. Nous proposerons plusieurs maniéres dont les premiéres sont les plus simples par rapport aux machines, mais en même temps les plus composées par rapport au calcul, & les derniéres sont au contraire.

83. I. Sur une planche posée verticalement soit attaché une corde à un cloud *A*, laquelle passe par-dessus les chevalets

Figure 10. *B* & *C*, au bas de laquelle ſoit attaché un poids *P*; appuyés le doigt ſur le chevalet *C*, & pincés cette corde entre les deux chevalets; il s'agit de trouver le ſon fixe de cette corde, c'eſt-à-dire, le nombre des vibrations qu'elle fait dans une ſeconde de temps, ou bien ſon octave fixe & ſon intervalle dans cette octave. Si l'on veut tirer un ſon plus fort de corde, il faut que le
Figure 11. chevalet *B* ſoit appuyé ſur le corps d'un Inſtrument de Muſique.

84. Pour trouver ce ſon fixe, il faut 1.° connoître en grains le poids *c* de 40 pouces de cette corde; *(art. 61.)* 2.° le poids *p* qui tend la corde qu'il faut réduire en grains; 3.° la longueur *n* de la corde *BC* entre les deux chevalets en pouces & parties de pouces.

85. Si vous vous êtes ſervi de pouces aſtronomiques, on aura le ſon $f = \frac{60 \sqrt{p}}{n \sqrt{c}}$ ou en logarithmes $S = 1.77815. - N + \frac{P-C}{2}$. *(art. 56.)*

86. Si vous avés pris des pouces du pied de Paris, vous aurés le ſon $f = \frac{60588 \sqrt{p}}{1000\, n \sqrt{c}}$ ou en logatithmes $S = 1.78238 - N + \frac{P-C}{2}$. *(art. 57.)*

87. Soit l'exemple de l'art. 49. l'on trouvera $S = 60, 88$. vibrations & en logarithmes $S = 1.78449$.

88. Dans le premier cas, $S = 60.88$. marque que ce ſon fait dans une ſeconde de temps $60 \frac{88}{100}$ vibrations, & pour ſçavoir ſon octave, prenés le plus grand nombre 32 de l'article 65. renfermé dans 60, il vous marquera que ce ſon eſt dans la 5.e octave fixe, & que ſon rapport au ſon fondamental de cette octave eſt $\frac{6088}{3200}$.

89. Mais pour connoître exactement l'intervalle de ce ſon, je cherche dans la table ce nombre 60. 88. je trouve le plus proche 60. 004. qui eſt à la 39.e meride de la 5.e octave fixe ou de la 3.e ſous-octave. J'ôte 60. 004. de 60. 880. le reſte eſt 876. j'ôte auſſi 60. 004. du nombre ſuivant 60. 979. de la table, le reſte ſera 975.

Je fais cette regle de trois, 975 . 876 :: 70 . 63 . ce qui marque 63 décamerides ou 6 eptamerides & 3 décamerides; de sorte que le son fixe de cette corde est à 5 octaves, 39 merides, 6 eptamerides & 3 décamerides fixes.

90. Dans le 2.^{d} cas $S = 1 . 78449$. marque l'intervalle fixe de ce son ; pour le trouver, divisés ce logarithme par 30103, vous aurés 5 octaves, & il restera 27932 ou 2793 décamerides qu'il faut diviser par 70, l'on aura 39 merides, & il restera 63 décamerides ou 6 eptamerides & 3 décamerides comme ci-dessus.

91. Ayant trouvé l'intervalle fixe de ce son, l'on sçaura son nom par la table, car cet intervalle étant 5 octaves 40 merides moins 1 eptameride, plus 3 décamerides, son nom sera en merides *subterpo* ou *subterdu*, en eptamerides *subterpon* ou *subterdun*, & en decamerides *subterponi* ou *subterduni*; le nom en merides suffit pour l'ordinaire. *(Voyez les Mém. 1701. Section 11.)*

92. II. Pour diminuer le calcul, servés-vous de poids acoustiques qui sont en proportion double, dont le plus petit est de $\frac{1}{64}$ de 9 grains, & le plus grand de 16 ou de 32 livres, appellant le plus petit n.° 0, & les autres de suite n.° 1, n.° 2, n.° 3, &c.

Pesés une longueur de la corde dont vous voulés tirer le son, qui soit de 40 pouces Astronomiques, ou de 40 pouces 9 $\frac{1}{2}$ lignes du pied de Paris. Je suppose que son poids soit de celui des n.° 7, n.° 6, n.° 4. j'adjoûte 12 à ces n.° j'aurai un poids composé des n.° 19, n.° 18 & n.° 16, dont je me sers pour tendre la corde, alors le son $S = \frac{60 \times 64}{n} = \frac{3840}{n}$ qui se trouvera comme ci-dessus.

Pour faire cette opération avec plus de précision, prenés le poids de 8 fois la longueur précédente de la corde, mais aux n.° de ces poids n'adjoûtés que 9.

93. III. Pour ôter ce dernier calcul $S = \frac{3840}{n}$, servés-vous de la regle *Echometre (art. 80. Fig. XVI.)* appliqués le bout *A*

de la regle ſur le chevalet *A* de la corde (Fig. X. & XI.) le chevalet *B* marquera ſur la regle l'intervalle fixe du ſon en octaves, merides, &c.

94. IV. On peut encore ſe ſervir de la Machine Echometre verticale (Fig. XIII.) ou horizontale (Fig. XIV.) qui conſiſte 1.° Dans une caiſſe quarrée *D E F G* ſur laquelle eſt attachée la corde en *A* & le chevalet fixe *B*. 2.° Un manche *HK* attaché à la caiſſe, & dont la longueur ſoit environ de 6 pieds, on peut faire une petite machine qui ne ſoit que la moitié ou le quart de la précédente. 3.° Le long du manche & par-deſſus attachés un directeur le long duquel on puiſſe faire gliſſer un chevalet mobile *MM*, ce directeur doit avancer juſqu'auprès du chevalet immobile, ſans neantmoins appuyer ſur la caiſſe. 4.° Le long de ce directeur, il faut marquer les diviſions de la regle Echometre *(art. 80.)* en commençant les diviſions au chevalet immobile *B*, & les continuant indéfiniment à l'autre extrémité du manche. 5.° Le chevalet mobile *MM* doit ſe mouvoir parallelement le long du directeur *HK*, & s'arrêter où l'on voudra par le moyen des reſſorts (Fig. XV.) il doit avoir à côté une piece mouvante avec laquelle on puiſſe ſerrer la corde ſans la tirer ni lâcher; vis-à-vis le point où la corde eſt ſerrée, le chevalet mobile doit marquer ſur le directeur l'octave, les merides & eptamerides du ſon de la corde. 6.° Mais pour cela, il faut tendre la corde avec les poids acouſtiques. *(art. 92.)*

95. Si la machine acouſtique eſt horizontale, il faut y adjoûter une poulie *G* ſur laquelle paſſe la corde; cette poulie doit être fort ronde, grande & legere, l'eſſieu doit être peu gros, d'acier fort poli & tournant dans une crapaudine de cuivre, pour diminuer le frottement autant qu'on peut. *(Voyez art. 12.)*

96. Pour l'uſage, 1.° Peſés la corde comme dans l'article 84. 2.° Attachés la corde au point *A*, & à l'autre bout de la corde attachés le poids *P* trouvé comme dans l'article 84. 3.° Mettés le chevalet mobile *MM* ſur telle diviſion de

l'Echometre

l'Echometre qu'il vous plaira. 4.° Serrés la corde avec la piéce qui est à côté du chevalet mobile. 5.° Pincés la corde, elle rendra un son qui sera dans l'intervalle fixe marqué par l'Echometre, ou qui fera par seconde le nombre des vibrations qui répondent dans la Table *(art. 75.)* à l'intervalle marqué par l'Echometre.

97. V. Au lieu des poids & de la machine acoustique, l'on peut se servir de la balance acoustique suivante.

98. Soient trois fléaux *EF, HI, LM*, dont les points fixes soient *E, H, L*. Les petits leviers *ED, HG, KL*, soient les 8.es parties des longs leviers précédents. En *D* soit attaché la corde *DA* que l'on veut faire sonner. En *G* soit attaché l'extrémité *F* du long levier *EF*, & en *K* celui de *HI*. Figure 12.

99. Dans cette disposition, il faut que les trois balances soient en équilibre, c'est-à-dire, que les fléaux soient de niveau; ensuite attachés la corde *DA* à une cheville *A*, & suspendés en *M* une longueur de 8 fois 40 pouces astronomiques de la même corde; tournés la cheville *A*, en sorte que les fléaux soient encore de niveau; mesurés avec la regle Echometre l'intervalle *BC* entre les deux chevalets; pressés la corde sur les deux chevalets, & la pincés entre ces chevalets, elle rendra le son fixe marqué par l'intervalle de l'Echometre.

VII. *Usages des Sons fixes, & Remarques.*

100. Dans l'Histoire de l'Académie de 1700, & dans le Mémoire de 1701 section 12, on a marqué plusieurs usages des sons fixes, nous adjoûterons les suivants.

101. Par l'article 71. le son fixe fondamental *PA* fait 256 vibrations par seconde, & le *PA* (clef de *C-Sol-Ut*) ou les deux pieds de l'Orgue dont le tuyau m'a servi à regler les sons des cordes, en fait environ 243 $\frac{1}{5}$ *(art. 52.)* L'intervalle de ces deux sons est environ 3 merides, d'où je conclus que les sons de cette Orgue sont plus bas que leurs semblables sons fixes de 3 merides.

102. C'est pourquoi je dirai que cette Orgue est à la 3.e

ſous-meride, & je déſignerai de même les tons de la Chapelle, de l'Opera & des autres Concerts, après en avoir fait l'expérience.

103. Si après avoir ſçû le degré du ton d'un Inſtrument, par exemple de cette Orgue, je veux ſçavoir combien un ſon comme *BO* (clef de *G-Re-Sol*) fait de vibrations par ſeconde, je chercherai *BO* dans l'octave moyenne, & en prenant 3 ſous-merides, je trouverai que ce ſon *BO*, ou plûtôt *be*, fait 365 vibrations par ſeconde.

104. De cette maniére l'on ſçaura combien de vibrations l'épiglotte fait par ſeconde dans chaque ton de la voix d'une perſonne, & combien elle en fait au moins dans ſon plus bas ton, & au plus dans ſon ton le plus aigu : de même combien le ton le plus bas d'une voix baſſe, & le ton le plus haut d'un haut-deſſus font de vibrations: on ſçaura de même le nombre des vibrations ou des fremiſſements de la levre, lorſqu'on ſiffle, ou bien lorſqu'on joue du cor ou de la trompette, & enfin le nombre des vibrations des tons de toutes ſortes d'Inſtruments de Muſique, dont nous avons donné l'étenduë dans la 3.e Planche des Mémoires de 1701. & de 1702.

105. Cette derniére remarque nous fait conclurre que comme le ſon le plus bas de l'Orgue qu'on puiſſe diſtinguer, eſt celui du tuyau de 32 ouvert, qui fait 16 vibrations par ſeconde, l'on peut prendre ce terme pour conclurre qu'un ſon qui fait moins que 16 vibrations par ſeconde, ne peut pas ſe faire entendre ou diſtinguer. Il eſt à préſumer qu'on ne peut diſtinguer le ſon qui paſſeroit le 15.e ordre des octaves fixes, ou qui feroit 65536 vibrations par ſeconde, comme feroit un tuyau de $1\frac{1}{8}$ ligne, puiſque le plus petit tuyau des Orgues eſt plus bas de 2 octaves que celui-ci.

106. Connoiſſant le ton d'un corps ſonore, c'eſt-à-dire, ſon degré d'aigu & de grave par le moyen d'un Monochorde monté ſur le ton d'un ſifflet ordinaire, ayant corrigé ce

degré *(art. 103.)* pour le réduire dans l'intervalle des sons fixes, l'on connoîtra le nom de ce son par l'article 91, qui sera distingué seulement par mérides. Par exemple, la grosse Cloche de Notre-Dame de Paris, appellée *Emanuel*, sonne le *sub-bis LO (LA)* ôtant 3 mérides *(art. 103)* son nom sera *sub-bis-le*, ainsi nous dirons que l'Emanuel est un *sub-bis le*.

107. En me servant du Mémoire des tons des Cloches que m'a donné M. Chastelain Chanoine Honoraire de Nôtre-Dame de Paris, conservant les noms anciens de leur ton marqués dans ce Mémoire, dont quelques-uns sont transposés, je donnerai à ces Cloches les noms suivants, après avoir corrigé la transposition & le ton selon l'article 103.

108. Les Cloches des deux Tours de Notre-Dame de Paris, sont l'Emanuel *(LA)* que je nomme *sub-bis-le;* Marie *(SI) sub-bis-de;* Gabrielle *(UT) sub-bis DO*, l'intervalle de celle-ci à la suivante est de 1 $\frac{1}{4}$ ton; Guillaume *(RE) sub-ro;* Pasquier *(MI) sub-go.* Thibaut *(FA) sub-se;* Jean *(SOL) sub-be;* Claude *(LA) sub-le;* Nicolas *(SI) sub-de.* Les Cloches du petit Clocher sont, Catherine *(RE) ro;* Magdelaine Matiphas *(MI) go;* Barbe *(FA) gu;* Anne *(SOL) be.*

Les Cloches de Saint Germain-des-Prés, sont, Germain *(UT) sub-bis-du;* Vincent *(RE) sub-ro.* Les Cloches de Saint Paul sont *(RE) sub-go (MI) sub-SO (FA) sub-be. (SOL) sub-de. (LA) PA.* De Saint Jean en Greve *(FA) sub-se. (SOL) sub-be. (LA) sub-le.* De Saint Victor *(RE) sub-go. (MI) sub SO (FA) sub-be (SOL) sub-le. (LA) PA. (SI) RA. (UT) go.* De Sainte Geneviéve à Paris, & de Saint Amé à Doüay *(RE) sub-go. (MI) sub SO. (FA) sub-be.*

A Rome la grosse Cloche de Saint Jean de Latran *(UT) sub-bis, DO*, comme à la Cathedrale de Gand. Celle de Saint Pierre *(SI) sub-bis-de*, comme à Sens & à Reims.

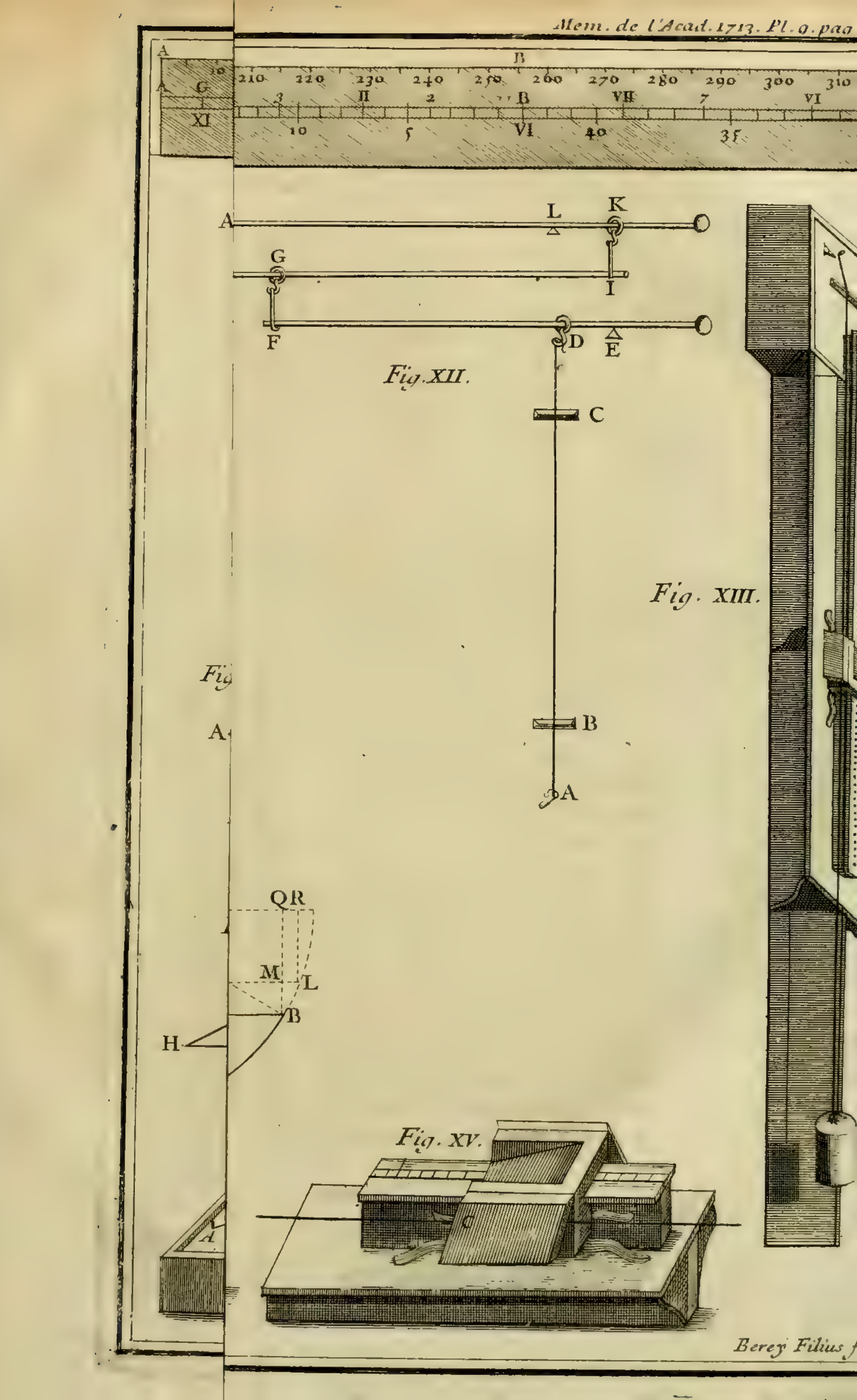
109. Ces noms étant bien vérifiés, serviront 1.° à servir

de termes pour regler d'autres ſons fixes. 2.° A connoître leurs accords reciproques. 3.° Ils ſerviront auſſi à connoître leurs poids relatifs, & même leurs poids abſolus de cette maniére; on dit que l'Emanuel *ſub-bis-le* peſe 30000 livres, pour ſçavoir le poids de la Cloche de Saint Jean de Latran *ſub-bis DO*, je cherche dans la Table des ſons fixes, 1.° l'intervalle de *ſub-bis-le* à *ſub-bis DO*, je trouve 10 mérides. 2.° je triple 10, j'aurai 30 merides. 3.° je cherche dans le corps de la Table 30000, il eſt à peu-près la 37.e méride de la 14.e octave. 4.° j'ôte 30 de 37, il reſtera 7. 5.° je cherche 7 dans la 14.e octave, je trouve 18341 qui ſera à peu-près le poids de la Cloche de Saint Jean de Latran.

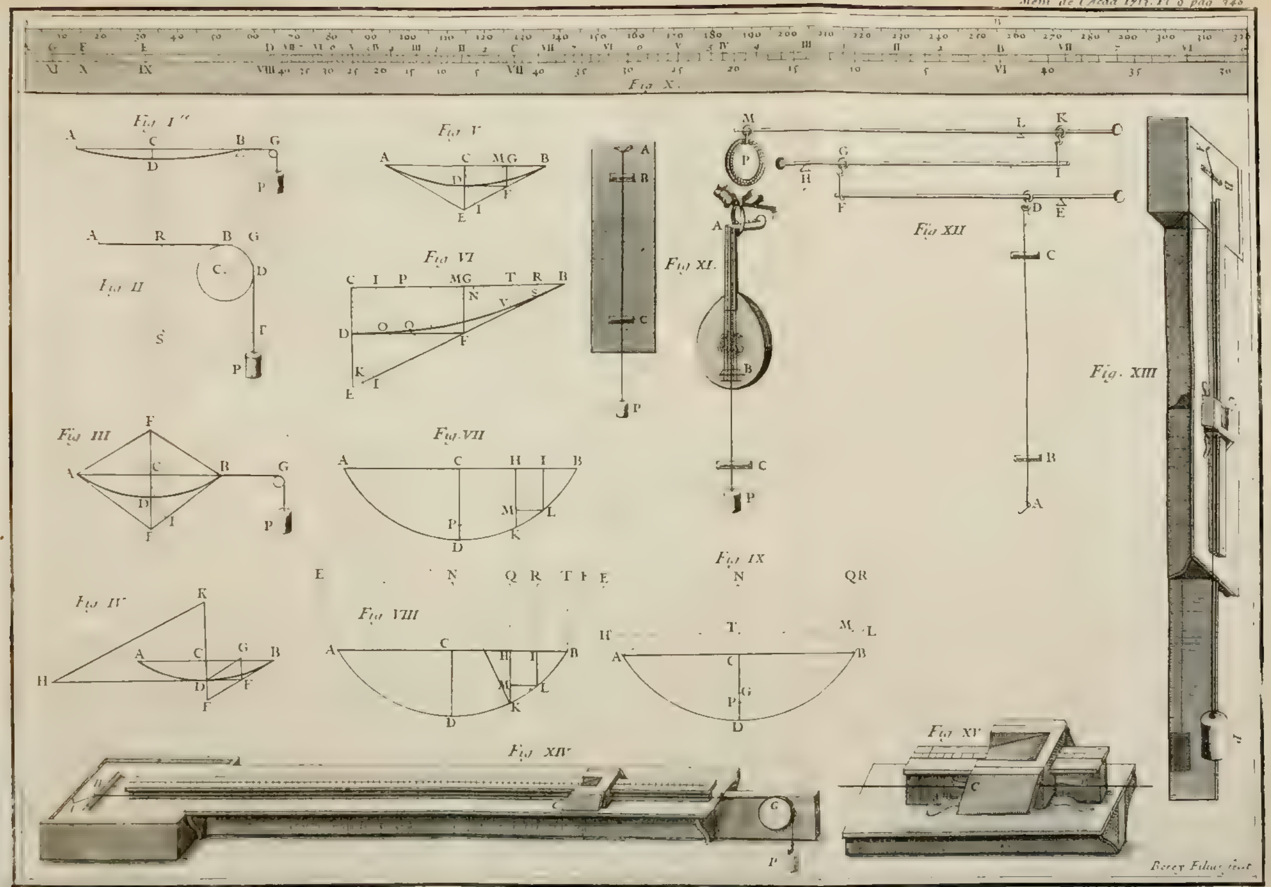
110. Dans l'article 106, l'on a eu le nom des corps ſonores ſeulement par mérides, mais on peut les avoir avec plus d'exactitude, c'eſt-à-dire, par eptamérides, & même par décamérides ſelon l'article 89. L'on auroit ainſi des noms plus exacts des Cloches précédentes auſſi-bien que les rapports de leurs poids, l'on pourroit ainſi nommer les voix moyennes des perſonnes, & le plus bas ton des Inſtruments.

111. L'on ſçait que certains corps tremblent à l'occaſion de certains ſons forts, comme la table d'un Inſtrument à l'occaſion du ſon de certaines cordes; de même des planches, des vaſes & même les entrailles d'une perſonne. Si l'on connoît ces ſons, c'eſt-à-dire, leurs intervalles fixes ou leur nom, l'on connoîtra à quel nombre de vibrations par ſeconde ces corps ſympathiques ſont capables d'être ébranlés, ce qui peut contribuer à connoître leur nature.

112. Si les ſons fixes étoient établis par toute la terre, & s'ils euſſent été chés les Anciens, & qu'on eût donné des noms convenables aux corps ſonores dans leurs différents états, l'on connoîtroit par cet endroit la différence des hommes, des animaux & des corps de différents pays, leurs changements dans les temps différents, & la différence des tons des Anciens d'avec les nôtres.



Berey Filius f


Fig. X.
Fig. I.
Fig. II
Fig. III
Fig. IV
Fig. V
Fig. VI
Fig. VII
Fig. VIII
Fig. IX
Fig. XI.
Fig. XII
Fig. XIII
Fig. XIV
Fig. XV
Berey Filius sculp.

ONS FIXES
es sons par secondes de temps
les et par merides dans châque octave . 6553

Intervalles diatoniques.	Noms Anciens						
	si※	5. 3	4030. 5	8061. 0	16122. 0	32244.	6448
		3. 0	3966. 1	7932. 1	15864. 2	31728.	63457
	ut b	1. 3	3902. 6	7805. 3	15611.	31221.	6244
VII	SI	0. 1	3840. 2	7680. 5	15361.	30722.	6144
		9. 4	3778. 8	7557. 6	15115.	30231.	6046
		9. 2	3718. 4	7436. 8	14874.	29747.	59494
7	si b	9. 5	3658. 9	7317. 9	14636.	29272.	5854
	la ※	0. 2	3600. 4	7200. 9	14402.	28803.	5760
		1. 4	3542. 9	7085. 7	14171.	28343.	5668
		3. 1	3486. 2	6972. 4	13945.	27890.	5577
VI	LA	5. 2	3430. 5	6800. 9	13722.	27444.	5488
		7. 8	3375. 6	6751. 2	13502.	27005.	5401
		0. 8	3321. 6	6643. 3	13287.	26573.	5314
6	la b	4. 3	3268. 5	6537. 0	13074.	26148.	5229
	sol ※	8. 1	3216. 2	6432. 4	12865.	25730.	5145
		2. 4	3164. 8	6329. 6	12659.	25319.	50637
		7. 1	3114. 2	6228. 4	12457.	24914.	4982
V	SOL	2. 2	3064. 4	6129. 8	12258.	24515.	4903
		7. 7	3015. 4	6030. 8	12062.	24123.	4824
		3. 6	2967. 2	5934. 4	11869.	23738.	4747
5	sol b	9. 87	2919. 7	5839. 5	11679.	23358.	4671
IV	fa ※	6. 5	2873. 1	5746. 1	11492.	22984.	4596
		3. 6	2827. 1	5654. 2	11308.	22617.	4523
		1. 0	2781. 9	5563. 8	11128.	22255.	4451
4	FA	8. 7	2739. 4	5474. 9	10950.	21899.	4379
		6. 8	2693. 7	5387. 3	10775.	21549.	4309
		5. 3	2650. 6	5301. 2	10602.	21205.	4240
		4. 1	2608. 2	5216. 4	10433.	20866.	4173
III	MI	3. 3	2566. 5	5133. 0	10266.	20532.	4106
		2. 7	2525. 5	5051. 0	10102.	20204.	40407
		2. 5	2485. 1	4970. 1	09940.	19881.	3976
3	mi b	2. 7	2445. 3	4890. 7	09781.	19563.	39125
	re ※	3. 1	2406. 3	4812. 5	09625.	19250.	3850
		3. 9	2367. 8	4735. 5	09471.	18942.	3788
		4. 9	2329. 9	4659. 8	09320.	18639.	3727
II	RE	6. 3	2292. 6	4585. 3	09171.	18341.	3668
		8. 0	2256. 0	4512. 0	09024.	18048.	3609
		0. 0	2219. 9	4439. 8	08880.	17759.	3551
2	re b	2. 2	2184. 4	4368. 8	08738.	17475.	3495
	ut ※	4. 7	2149. 5	4299. 0	08598.	17196.	34392
		7. 6	2115. 1	4230. 2	08460	16921.	33841
		0. 6	2081. 3	4162. 6	08325.	16650.	33300
Son fondamental	VT	4. 0	2048. 0	4096. 0	8192.	16384.	32768
ORDRE DES		10	11	12	13	14	15
Decamerides d		103	33113	36124	39134	42144	45155
Merides des PA		30	473	516	559	602	645
Sous-Octaves		ctave	3.^e Octave	4.^e Octave	5.e Octave	6.e Octave	7.e Octav
Clefs des Non		*s–*	*ter–*	*qua*	*quin–*	*Sex–*	*Sep–*
Longueur des t		*pouces*	*3. pouces*	*18 lignes*	*9. lignes*	*4 ½ lignes*	*2 ¼ lign*

Borey

TABLE GENERALE DES SONS FIXES

C'est a dire du nombre des Vibrations que font les sons par secondes de temps dans l'étendue de toutes les octaves et sous-octaves sensibles et par merides dans châque octave .

Intervalles diatoniques	Noms Anciens	Noms Nouveaux	Decamerides	Merides													65536
	ut +	pa da	2940	42	15 744	31 488	[illegible]	125 953	251 [illegible]	503 81	1007 63	2015 3	4030.5	8061 0	16122.0	32244	64488
		pu di	2870	41	15 402	30 985	61 970	123 939	247 88	495 70	991.51	1983 0	3966.1	7932.1	15864.2	31728.	63457
	ut b	po du	2800	40	15 245	30 490	60 979	121 957	243 92	487 83	975.60	1951 3	3902.6	7805.3	15611.	31221.	62442
VII	SI	DO	2730	39	15 001	30 002	60 004	120 007	240 01	480 03	960.06	1920 1	3840.2	7680.5	15361.	30722.	61443
			2660	38	14 761	29 522	59 044	118 088	236 18	472 35	944.71	1889 4	3778.8	7557.6	15115.	30231.	60461
			2590	37	14 525	29 050	58 100	116 200	232 40	464 80	929 60	1859 2	3718.4	7436.8	14874.	29747.	59494
7	si b	de	2520	36	14 293	28 585	57 171	114 342	228 68	457 37	914.74	1829 5	3658.9	7317.9	14636.	29272.	58543
	la +	la	2450	35	14.064	28.128	56.257	112.513	225.03	450 05	900.12	1800 2	3600 4	7200 0	14402.	28803.	57607
		ls	2380	34	13.839	27.679	55.357	110.714	221.43	442 86	885.71	1771 4	3542 9	7085 7	14171	28343	56686
		lu	2310	33	13.618	27.236	54.472	108.944	217.89	435.78	871.55	1743 1	3486 2	6972 4	13945	27890	55779
VI	LA	LO	2240	32	13.400	26.800	53.601	107.202	214.40	428.81	857.61	1715 2	3430 5	6860 9	13722	27444	54887
		li	2170	31	13.186	26.372	52.744	105.488	210.98	421.96	843 90	1687 8	3375 6	6751 2	13502	27005	54010
		le	2100	30	12.975	25.950	51.900	103.801	207.60	415.20	830.41	1660 8	3321 6	6643 3	13287	26573	53146
6	la b	le	2030	29	12.768	25.5352	51.071	102.141	204.28	408.56	817.13	1634 3	3268 5	6537 0	13074	26148	52296
	sol +	ba	1960	28	12.563	25.127	50.253	100.507	201.01	402.03	804 05	1608 1	3216 2	6432 4	12865	25730	51459
		bs	1890	27	12.363	24.725	49.450	98.901	197.80	395.60	791.20	1582 4	3164 8	6329 6	12659	25319	50637
		bu	1820	26	12.164	24.330	48.660	97.319	194.64	389 28	778.55	1557 1	3114 2	6228 4	12457	24914	49827
V	SOL	BO	1750	25	11.970	23.941	47.881	95.763	191.53	383.05	766.10	1532 2	3064 4	6129 8	12258	24515	49031
		bi	1680	24	11.779	23.558	47.116	94 232	188.46	376.93	753 85	1507 7	3015 4	6030 8	12062.	24123.	48247
		be	1610	23	11.591	23.181	46.362	92.725	185.45	370.90	741.80	1483 6	2967 2	5934 4	11869.	23738	47475
5	sol b	be	1540	22	11.405	22.811	45.621	91.242	182.48	364 97	729 93	1459 87	2919 7	5839 5	11679.	23358	46719
IV	fa +	fa	1470	21	11.223	22.446	44.892	89.783	179.57	359.13	718 26	1436 5	2873 1	5746 1	11492.	22984.	45969
		fs	1400	20	11.043	22.087	44.174	88.347	176.69	353.39	706.78	1413 6	2827 1	5654 2	11308.	22617.	45234
		fu	1330	19	10.867	21.734	43.467	86.935	173.87	347.74	695.48	1391 0	2781 9	5563 8	11128.	22255.	44511
4	FA	SO	1260	18	10.692	21.386	42.772	85.545	171.09	342.18	684.36	1368 7	2739 4	5474 9	10950.	21899.	43799
	si	gi	1190	17	10 522	21 044	42 088	84 177	168 35	336 71	673.41	1346 8	2693 7	5387.3	10775.	21549.	43098
	se	ge	1120	16	10 354	20 708	41 415	82 831	165 66	331 32	662 65	1325 3	2650 6	5301 2	10602.	21205.	42409
	ca	oe	1050	15	10 188	20 377	40 753	81 506	163 01	326 02	652.05	1304 1	2608 2	5216 4	10433.	20866.	41731
III	MI	GA	980	14	10 025	20 051	40 101	80 203	160 41	320 81	641.62	1283 3	2566 5	5133 0	10266	20532	41064
		gs	910	13	9 865	19 730	39 460	78 920	157 84	315 68	631.36	1262 7	2525 5	5051 0	10102.	20204.	40407
		gu	840	12	9 692	19 383	38 767	77 533	155 07	310 13	621.27	1242 5	2485 1	4970 1	09940.	19881.	39761
3	mi b	go	770	11	9 552	19 104	38 208	76 417	152 83	305 67	611.33	1222 7	2445 3	4890 7	09781.	19563.	39125.
	re +	ri	700	10	9 399	18 799	37 597	75 195	150 39	300 78	601 56	1203.1	2406.3	4812.5	09625.	19250.	38500
		rs	630	9	9 249	18 498	36 996	73 992	147 98	295 97	591.94	1183.9	2367.8	4735 5	09471.	18942.	37884
		re	560	8	9 101	18 202	36 405	72 809	145 62	291 24	582 47	1164.9	2329.9	4659.8	09320.	18639.	37278
II	RE	RA	490	7	8 956	17 911	35 822	71 645	143 29	286 58	573 16	1146 3	2292 6	4585 3	09171	18341	36682
		rs	420	6	8 812	17 625	35 250	70 499	141 00	282 00	563.99	1128 0	2256.0	4512.0	09024.	18048.	36096
		ru	350	5	8 671	17 343	34 686	69 372	138 74	277 49	554 98	1110 0	2219 9	4439 8	08880.	17759.	35518
2	re b	ro	280	4	8 533	17 066	34 131	68 263	136 53	273 05	546 10	1092 2	2184 4	4368 8	08738	17475.	34950
	ut +	ri	210	3	8 396	16 793	33 586	67 171	134 34	268 68	537 37	1074 7	2149 5	4299 0	08598	17196.	34392
		re	140	2	8 262	16 524	33 048	66 097	132 19	264 39	528 78	1057 6	2115 1	4230 2	08460	16921.	33841
		re	70	1	8 130	16 260	32 520	65 040	130 08	260 16	520 32	1040 6	2081 3	4162 6	08325.	16650.	33300
Unisson	UT	PA	0	0	8 000	16 000	32 000	64 000	128 00	256 00	512 00	1024 0	2048 0	4096 0	8192.	16384.	32768
ORDRE DES OCTAVES FIXES					3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Decamerides des PA fixes					9031	12041	15051	18062	21072	24082	27093	30103	33113	36124	39134	42144	45155
Merides des PA fixes					129 .	172	215	258	301	344	387	430	473	516	559	602	645
Sous Octaves et Octaves					5.e sous oct	4.e sous oct	3.e sous oct	2.e sous oct	1.e sous oct	OCTAVE	1.e Octave	2.e Octave	3.e Octave	4.e Octave	5.e Octave	6.e Octave	7.e Octave
Clefs des Noms					*Subquin-*	*Subqua-*	*Subter-*	*Subbis-*	*Sub-*	MOYENNE	*Sem-*	*bis-*	*ter-*	*qua*	*quin-*	*Sex-*	*Sep-*
Longueur des tuyaux d'orgues . .					*64 pieds*	*32. pieds*	*16. pieds*	*8. pieds*	*4 pieds*	*2 pieds*	*1. pied*	*6. pouces*	*3 pouces*	*18 lignes*	*9. lignes*	*4 ½ lignes*	*2 ¼ lignes*

Berey fecit

113. Les ouvriers des Instruments de Musique, trouveront dans la regle Echometre *(art. 80)* un diapason general qui regle les tuyaux d'Orgue pour les Facteurs d'Orgue, les dimensions des Cloches pour les Fondeurs, les touches des Instruments à manche pour les Lutiers, les monochordes pour les Faiseurs de Clavecin, & les machines Echometres pour les speculatifs qui veulent sçavoir les nombres des vibrations des corps sonores, ou bien les rapports ou les intervalles des sons de toutes sortes de corps sonores.

114. Nous avons vû *(art. 56)* que $f = \frac{60 \sqrt{p}}{n \sqrt{c}}$: ce qui nous marque que n étant déterminé, le son est toûjours le même de quelque grosseur que soit la corde, pourvû que son poids c ait toûjours le même rapport au poids p qui la tend, & l'on peut voir *(art. 8)* combien au plus on peut augmenter le poids qui tend la corde, ou *(art. 85, 86)* combien on peut augmenter le son avant que la corde casse.

115. A l'imitation de ces propriétés, l'on peut trouver par le son de quelques cordes que ce soit, à quel ton elles peuvent monter avant que de se casser.

Enfin les curieux peuvent faire des notes pour exprimer les tons des oiseaux, des animaux ou des sauvages, qui vont par petits intervalles qu'on ne peut exprimer par les notes ordinaires.

116. Je passe d'autres usages que l'on peut trouver sur le même sujet; j'adjoûterai seulement deux Remarques.

La 1.ere est que les principes que je viens d'établir, sont de la nature des autres principes de Physique, ils servent de fondement aux expériences, qui sont quelquefois alterées par de nouvelles circonstances, comme il arrive dans la parabole pour la projection des bombes, dans la progression des nombres impairs pour l'accéleration des corps pesants, & dans la cycloïde pour les Pendules.

117. La 2.e est qu'en effet M. Marius, si connu par les Clavecins brisés & par ses autres inventions, qui a fait toutes

les expériences qui m'ont ſervi à établir les principes précédents, a remarqué que le ſon des cordes les plus groſſes étant diviſées de moitié en moitié par un chevalet, montoit non-ſeulement à la 1.ere à la 2.e à la 3.e &c. octave, mais plus haut de 1 ou de 1 $\frac{1}{2}$ mérides, ce qui eſt différent des cylindres de même groſſeur, dont l'un étant la moitié & même le quart d'un autre, il produit un ſon qui ne monte pas à l'octave. Ces nouvelles circonſtances donneront lieu à de nouvelles recherches.

Ce Mémoire ayant été imprimé depuis la mort de M.r Sauveur, le Lecteur excuſera les fautes qui pourroient s'y trouver.



MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui ſuit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roy au mois de Février 1706.

MEMOIRE SUR LE MOUVEMENT DES INTESTINS DANS LA PASSION ILIAQUE.

Par M. HAGUENOT.

LES expériences qu'on a faites dans ces derniers temps ſur le vomiſſement, & qui prouvent qu'il ne dépend point de la contraction violente & antiperiſtaltique de l'eſtomac, me donnérent occaſion de réfléchir ſur la méchanique du mouvement renverſé & antiperiſtaltique des inteſtins, dont les Auteurs, tant anciens que modernes, font tant de cas, & qu'ils croient abſolument néceſſaire pour expliquer le vomiſſement ſtercoreux qui arrive dans la paſſion iliaque, ou *Miſerere*. Après pluſieurs ſérieuſes réflexions, je n'eus pas de peine à m'appercevoir de la fauſſeté de leur opinion, que je tâchai enſuite de détruire entiérement, non-ſeulement par des raiſonnements vraiſemblables, mais encore par des faits certains & par des expériences réitérées. Mais avant de la réfuter,

je crois qu'il ne ſera pas hors de propos de donner une idée de la méchanique qu'ils établiſſent.

Ils commencent d'abord par ce qui ſe paſſe dans l'état naturel, & ſuppoſent que les fibres de l'eſtomac & des inteſtins ſont ſans action dès qu'il n'y a ni chyle ni excréments, mais qu'elles ſe mettent en mouvement dès qu'elles y ſont ſollicitées par quelque corps contenu dans leur cavité ; ils diſent enſuite que les fibres charnues du ventricule ſe meuvent naturellement avec aſſés de force pour rétrécir la capacité de ce viſcere, & par conſéquent, pour chaſſer les matiéres contenues vers le duodenum ; que là elles ébranlent la tunique nerveuſe des inteſtins, & déterminent l'eſprit animal par la diſpoſition méchanique du cerveau, à couler en plus grande quantité dans les fibres longitudinales & orbiculaires de la tunique charnue, qui répondent à cette partie, leſquelles venant à ſe contracter, obligent les matiéres qui ont occaſionné la contraction à deſcendre vers le bas, à cauſe de la valvule du pilore qui s'oppoſe à leur retour vers le ventricule. Mais ces matiéres ne pourront être ainſi chaſſées, qu'elles ne ſe placent ſous d'autres fibres, qui ſe contracteront de nouveau par la même méchanique, & pouſſeront ce qui eſt ſous elles vers le rectum, parce que la partie précédente de l'inteſtin demeure contractée pendant quelque temps, & ne lui permet pas de rebrouſſer chemin ; & ainſi répondant ſucceſſivement à différentes fibres des inteſtins, & les faiſant contracter de haut en bas les unes après les autres, il eſt de toute néceſſité qu'elles continuent leur chemin ſucceſſivement du pilore juſqu'à l'anus, & c'eſt ce qu'on appelle mouvement vermiculaire ou periſtaltique.

Cela étant ainſi ſuppoſé, ils raiſonnent de la ſorte. Le chyle & les matiéres fécales ſont portées vers le rectum par un mouvement de haut en bas. Donc par la raiſon des contraires, pour que ces mêmes matiéres ſe portent de bas en haut, il faut néceſſairement que le mouvement ſoit oppoſé, & que les fibres orbiculaires & longitudinales des boyaux ſe meuvent

de bas

de bas en haut, & c'eſt ce qu'ils appellent mouvement antipériſtaltique, ou antivermiculaire. Cette méchanique ne différe en aucune maniére de la premiére, ſi ce n'eſt par rapport à la détermination du mouvement, la voici. Il faut ſuppoſer d'abord avec eux, qu'il y a toûjours un obſtacle dans quelqu'un des inteſtins, mais plus ſouvent dans l'iléum, qui empêche les matiéres de deſcendre vers l'anus, & que le mouvement eſt périſtaltique depuis l'eſtomac juſqu'à l'endroit de l'obſtruction; mais lorſque les matiéres qui ont été pouſſées juſque-là, y ſont parvenuës, elles commencent le mouvement antipériſtaltique, en occaſionnant un influx d'eſprits dans les fibres charnues qui ſont au-deſſus; car ces fibres venant à ſe mettre en contraction, doivent comprimer & chaſſer par conſéquent les excréments & les matiéres chyleuſes vers l'endroit où elles trouvent moins de réſiſtance. Or il y en a moins au-deſſus, puiſque l'obſtacle eſt inſurmontable. Donc elles doivent ſe porter vers le haut & répondre à de nouvelles fibres; ces fibres ſe contracteront de nouveau, & preſſeront encore les excréments; ceux-ci ne pouvant paſſer par le bas, parce que la contraction des premiéres fibres n'a pas encore fini, ſeront obligés de toute néceſſité, de remonter ainſi ſucceſſivement de bas en haut juſqu'au pilore, dont ils forceront enfin la valvule, & ſe feront jour dans la cavité propre de l'eſtomac, où ils exciteront un vomiſſement ſtercoreux.

Voilà, à la vérité, une méchanique bien ingénieuſe & bien prévenante. Ne ſemble-t-il pas qu'il n'eſt rien de ſi ſimple, & que cela ſe doit faire ainſi? Ne paroît-il pas probable que les fibres des inteſtins ne ſe meuvent qu'à l'approche des matiéres fécales ou chyleuſes, & qu'à cauſe de l'obſtacle, la matiére étant chaſſée par la contraction des fibres vers la partie ſupérieure, cette contraction ſe continue en ce ſens? Cela n'eſt-il pas ſoûtenu par la vraiſemblance du commerce des nerfs de la membrane nerveuſe inteſtinale avec ceux qui aboutiſſent à la charnue? Tous les Auteurs ne tombent-ils pas

d'accord de cette vérité? Enfin le magnifique appareil de différentes fibres dont l'Auteur de la Nature a muni les intestins selon toute leur longueur, n'autorise-t-il pas cette méchanique?

Quelque simple & quelqu'aisée qu'elle me parût, je ne pouvois me résoudre à y souscrire; malgré cette apparence de vérité qui me frappoit, je soupçonnois toûjours l'inaction & l'insuffisance des intestins, & sçachant qu'ils avoient à peu-près la même structure que l'estomac, je conjecturois de l'expérience qui détruit le mouvement renversé de ce viscere, & que j'ai faite moi-même plusieurs fois, que les intestins n'avoient pas plus de part au retour des excréments dans la passion iliaque, qu'ils en avoient dans l'action du vomissement. Plusieurs raisons me confirmoient dans ma conjecture.

En premier lieu, je ne pouvois concevoir que les mêmes intestins fussent agités presque dans le même temps, de deux mouvements aussi contraires que sont le péristaltique & l'antipéristaltique; ce qui devroit pourtant arriver, puisque l'on avale dans cette maladie, des bouillons & autres aliments ou médicaments qui sont portés par conséquent de haut en bas par le mouvement vermiculaire, & qu'on les rejette ensuite quelque temps après par la bouche, d'une odeur puante, ce qui ne peut être causé, selon eux, que par l'antivermiculaire.

En second lieu, je ne pouvois me persuader qu'il se fît aussi deux mouvements opposés au-dessus & au-dessous de l'obstruction des intestins, l'un de bas en haut pour produire l'iléum, & l'autre de haut en bas depuis l'obstruction jusqu'à l'anus pour la sortie des excréments. Le premier de ces mouvements se déduit du vomissement stercoreux, & le second ne peut se nier, puisqu'il conste qu'on évacue dans ces sortes de maladies par le moyen des lavements, les matiéres fécales qui sont au de-là de l'obstruction. J'ai remarqué aussi que les Chats & les Chiens que j'ai fait mourir du *miserere*, & qui avoient les gros intestins pleins d'excréments, les rendoient quelque temps après comme dans l'estat naturel.

En troisiéme lieu, il eſt conſtant que dans les vomiſſements bilieux, la bile remonte du duodenum vers l'eſtomac, & donne la couleur jaune aux matiéres rejettées; mais l'on convient par l'expérience du vomiſſement, que dans ce cas elle peut par ſa quantité, ſa raréfaction, ou ſon acreté, diſtendre, picoter, ou tirailler la membrane nerveuſe de l'inteſtin, de telle ſorte qu'en conſéquence de ces irritations il ſe faſſe des contractions violentes du diaphragme, & des muſcles de l'abdomen pour les chaſſer vers le ventricule, ſans aucun mouvement antipériſtaltique du duodenum. Donc les excréments peuvent auſſi remonter des autres inteſtins ſans le ſecours de ce mouvement.

En quatriéme lieu, ſi les matiéres fécales étoient portées de bas en haut par le mouvement antivermiculaire des boyaux, peu de temps après, c'eſt-à-dire, dès que la matiére auroit atteint l'obſtruction, le vomiſſement ſtercoreux arriveroit, ce qui eſt contraire à l'expérience journaliére. La même choſe devroit ſe faire dans toutes les conſtipations, car dans ces deux cas les excréments pouſſés vers l'obſtruction par le mouvement naturel & périſtaltique, doivent par la méchanique ci-deſſus expoſée, y exciter le mouvement oppoſé, & ainſi ſucceſſivement juſqu'au ventricule.

En cinquiéme lieu, faiſant réflexion à un canal compreſſible, plein de liqueur, bouché à ſa partie inférieure & ouvert à la ſupérieure, je voyois qu'il étoit indifférent de le comprimer en bas, au milieu, en haut ou en quelqu'autre endroit de ſa longueur, pour en exprimer la liqueur contenue par l'ouverture; ce que je déduiſois aiſément de la ſeule continuité de la liqueur. Ainſi ſuppoſant d'un côté un embarras dans les inteſtins, qui ne permet pas la deſcente des excréments, & de l'autre deux cauſes mouvantes qui compriment l'inteſtin rempli depuis l'obſtruction juſqu'à l'eſtomac, telles que le diaphragme & les muſcles du bas ventre, je trouvois fort bien mon compte à expliquer ce ſymptome ſans ce prétendu mouvement.

Enfin quand même les inteſtins ne ſeroient pas tout-à-fait remplis depuis l'embarras juſqu'au ventricule, je ne me ſentois point porté à accorder la moindre choſe à ce mouvement renverſé de leur tunique charnue; les contractions du diaphragme & des muſcles de l'abdomen me paroiſſoient ſuffiſantes, &, ſelon l'ordre de la ſaine Philoſophie, je ne voulois point multiplier les êtres ſans néceſſité; de ſorte que détrompé de cette méchanique, je tâchai d'en établir une autre plus ſimple que je vais rapporter en peu de mots.

Pour proceder avec ordre, je ſuppoſe d'abord trois choſes inconteſtables tirées de la ſituation des parties, de leur uſage & des obſervations de tous les Auteurs. Premiere ſuppoſition. Comme par l'anatomie des parties contenues dans le bas ventre, je ſçai que l'eſtomac eſt ſitué au-devant du diaphragme, je me perſuade que c'eſt principalement ſur lui que toute ſa force s'applique; car quoiqu'il pouſſe, en ſe contractant, les viſceres qui ſont renfermés dans la cavité de l'abdomen, & que par conſequent il preſſe auſſi les inteſtins, il doit bien plûtôt par rapport à ſa ſituation, & s'appliquant immédiatement ſur le ventricule, le comprimer, & en faire ſortir les matiéres contenues vers l'inteſtin duodenum; ainſi je regarde le diaphragme comme la force mouvante qui pouſſe les matiéres de l'eſtomac vers les boyaux, ou pour mieux dire, comme le preſſoir du ventricule.

Seconde ſuppoſition. Comme les muſcles de l'abdomen ſont ſitués au-deſſus des inteſtins, & qu'en ſe contractant ils les preſſent de toutes parts, je dois auſſi conſiderer ces muſcles comme leur puiſſance motrice & leur preſſoir: car quoyqu'ils compriment l'eſtomac dans le vomiſſement, néantmoins dans le train ordinaire de la reſpiration, ils ne le compriment point, ou du moins ne le compriment que très-peu, ce que chacun peut obſerver en lui-même. De ces deux ſuppoſitions il ſuit que dans le temps de l'inſpiration auquel le diaphragme s'applanit & ſe contracte, l'eſtomac étant preſſé chaſſe ce qu'il contient vers les inteſtins, & qu'enſuite dans l'expiration,

les muſcles du bas ventre s'appliquant immédiatement ſur ces derniers, pouſſent encore plus avant les matiéres que le diaphragme leur a renvoyées; de cette maniere les aliments que nous avons pris, & le chyle qui en reſulte, ne ceſſent jamais d'être en mouvement par ces deux preſſoirs, qui, comme autant de piſtons, agiſſent continuellement l'un au défaut de l'autre, & qui ſemblent alternativement ſe prêter la main pour chaſſer les parties des aliments les plus ſubtiles dans les veines lactées, & les plus groſſiéres vers l'anus. Sans cette précaution de la nature, le chyle & les excréments auroient croupi dans l'eſtomac ou dans quelque autre endroit des boyaux, & auroient produit des inflammations d'autant plus dangereuſes qu'elles nous ſont cachées, & dont nous voyons quelquefois de fatales expériences.

Derniére ſuppoſition. Enfin, il faut ſuppoſer avec tous les Auteurs, dans quelqu'un des inteſtins, un obſtacle qui ne permette pas la deſcente des excréments. Ces trois choſes ainſi ſuppoſées, il ne ſera pas difficile de rendre raiſon de la méchanique du vomiſſement qui arrive dans la paſſion iliaque, ſans admettre le mouvement antipériſtaltique.

En effet, ſi par quelque cauſe que ce ſoit, leur cavité eſt diminuée en telle ſorte que les matiéres fécales ne puiſſent être portées vers le bas, il faut néceſſairement que ces mêmes matiéres ſéjournent à l'endroit de l'obſtruction; & comme il en arrive toûjours de nouvelles, ſoit de la part des aliments, ſoit de la part des ſucs ou ferments qui ſe ſéparent du ſang, il faut auſſi que le canal ſe rempliſſe depuis l'étranglement de l'inteſtin juſqu'au pilore, qu'il regorge, qu'il en ſoit fort diſtendu, & qu'enfin les deux preſſoirs dont j'ai déja parlé, agiſſant ſur les inteſtins, les matiéres fécales ſoient obligées de remonter vers le ventricule où elles trouvent moins de réſiſtance, & où elles exciteront par leur préſence le vomiſſement ſtercoreux. La plenitude des inteſtins eſt prouvée par l'ordre conſtant des ſymptomes qui ont accoûtumé d'accompagner cette maladie; au commencement, c'eſt une colique,

un grouillement, une tenſion du bas ventre, enſuite des rapports, des envies de vomir, le hoquet, & enfin le vomiſſement. Celui-ci même d'abord eſt pituiteux ou bilieux, parce qu'on ne rejette que les matiéres qui ſont dans l'eſtomac ou le duodenum, & qui n'ont pas reçû cette derniére altération qui leur donne l'odeur de fiente; mais bien-tôt après les matiéres rejettées ſont d'une odeur très-deſagréable, & pour lors elles refluent bien avant de la cavité propre des inteſtins, ou à cauſe du ſéjour qu'elles y ont fait, elles ſont devenues propres à exciter en nous ce ſentiment fâcheux & deſagréable. Je remarque outre cela que le vomiſſement n'arrive ordinairement que trois ou quatre jours après l'obſtruction, & quelquefois même plus tard; or pendant ce temps-là les malades avalent des bouillons, prennent des remedes, la ſalive & les autres ferments ſont toûjours fournis: Donc leurs inteſtins doivent regorger & ſe remplir entiérement. Mais quand même ils ne ſeroient pas tout-à-fait pleins & dilatés depuis l'embarras juſqu'à l'eſtomac, il ſuffit que le diaphragme & les muſcles de l'abdomen ſe contractent avec aſſés de force pour diminuer leur diametre, ce qui ne peut être revoqué en doute, puis que tous les Anatomiſtes conviennent que ces mêmes muſcles ne ſervent pas peu dans l'état naturel par leurs contractions alternatives, à chaſſer le chyle & les excréments.

Perſuadé par toutes ces raiſons, de la fauſſeté du mouvement antivermiculaire des inteſtins, mais non pas encore pleinement convaincu, je voulus examiner ſi mon raiſonnement s'accorderoit avec l'expérience. Pour ſçavoir ſeulement ſi les inteſtins étoient remplis dans le *miſerere*, les Cadavres faiſoient bien mieux mon affaire, que les Animaux; mais outre qu'on n'a pas occaſion d'en ouvrir tous les jours, il y a une ſi grande répugnance, quoique mal fondée, dans la plûpart des familles pour ces ſortes d'ouvertures, qu'on ne ſçauroit par-là s'éclaircir d'aucun fait, ainſi j'eus recours aux Animaux, d'autant plus volontiers, que faiſant mes

expériences lors qu'ils ſont encore en vie, j'eſperois pouvoir découvrir en eux plus facilement, ſi le mouvement étoit antipériſtaltique dans le temps même du vomiſſement ſtercoreux ; & comme je ſçavois que le mouvement des inteſtins eſt plus ſenſible dans les Chats que dans les Chiens, je préferai d'abord ceux-ci à tous les autres. J'eus donc une Chatte que j'attachai ſur les trois heures du ſoir à une table, & à qui je fis une ouverture à l'abdomen ſelon la longueur de la ligne blanche, aſſés large pour pouvoir donner paſſage aux inteſtins. Je les examinai pendant quelque temps ſans obſerver le moindre mouvement, le ſeul que je pûs découvrir avec ma loupe, & piquant en même temps les inteſtins, fut un trémouſſement très-peu conſidérable. Mais comme ma recherche ne ſe terminoit pas là, & qu'il ne s'agiſſoit pas tant du mouvement périſtaltique que de celui qui lui eſt oppoſé, je lui fis la ligature de l'iléum & recouſus enſuite la playe ; je la fis manger dans le deſſein de la voir vomir bien-tôt après, mais j'attendis juſqu'à ſept heures du ſoir inutilement, puiſqu'à cette heure-là elle n'avoit pas eu ſeulement de nauſée. Je la détachai & la mis dans un ſac, afin que pendant la nuit elle mangeât en liberté, & que le lendemain matin je puſſe obſerver ce que je ſouhaitois ; mais le vomiſſement ſurvint à je ne ſçai quelle heure dans la nuit, ce que je reconnus par la ſeule approche qui exhaloit une odeur puante très-ſemblable à celle de la fiente de Chat, & par les mêmes morceaux de viande que je lui avois fait prendre ſur les trois heures. Je ne pus donc être témoin de ce qui ſe paſſoit au-dedans dans le temps du vomiſſement ; de ſorte que le lendemain ayant trouvé la Chatte preſque ſans force, & ne pouvant faire de grands mouvements du diaphragme & des muſcles de l'abdomen, je jugeai bien qu'elle n'étoit plus en état de vomir. Voyant donc que j'avois manqué mon coup, je rouvris la playe couſue, pour obſerver les inteſtins ; je les trouvai remplis depuis la ligature juſqu'au pilore. Pour ce qui eſt de leur mouvement, les

examinant des yeux, je n'en remarquai aucun avec la loupe, & en les piquant je ne voyois qu'un trémoussement presqu'insensible, semblable à celui que j'avois auparavant remarqué.

Il fallut en venir à une seconde expérience, que je fis sur une autre Chatte, à peu-près de la même maniére qu'auparavant, avec cette différence que je la fis manger beaucoup plus, & que je lui fis la ligature sur les huit heures du matin, comptant par-là de la voir vomir pendant la journée; mais je fus trompé dans ma conjecture, rien ne parut jusqu'à huit heures du soir, pas même la moindre envie de vomir; je me retirai fort mécontent, & desesperant quasi de venir à bout de ce que je cherchois. Enfin, le lendemain à sept heures du matin, l'ayant trouvée, comme dans la premiére expérience, sans force & hors d'état de vomir, après avoir ouvert la playe du bas ventre, je trouvai l'estomac entiérement plein & les intestins aussi fort gonflés, jusque-là que leur diametre étoit deux fois plus grand qu'il ne doit être naturellement.

Quelque mécontent que je fusse de ces deux expériences, je ne me rebutai point; & après plusieurs réflexions sur ce qui pouvoit en empêcher la réussite, je ne doutay pas que la gêne où étoit l'animal attaché par les quatre pattes, & la trop grande quantité d'aliments que je lui avois fait prendre, n'eussent été des obstacles au vomissement. A la vérité, dans ces deux cas, les muscles de l'abdomen, ces puissances motrices si nécessaires, ne pouvant s'appliquer avec assés de force sur l'estomac, soit par le tiraillement qu'ils souffroient dans la situation gênée dont je viens de parler, soit par la trop grande distention qu'ils recevoient de la part des aliments, n'étoient point capables de produire un vomissement.

Pour éviter à l'avenir ces inconvenients, j'imaginai un endroit où je pusse enfermer un Chat, le laisser manger en liberté, l'observer sans le perdre de vûe, & le tirer quand je voudrois

voudrois pour examiner les boyaux ; je fis faire pour cet effet une espéce de Cage d'une figure à peu-près ovale, garnie tout autour de fil d'archal. Après y avoir mis de quoi boire & manger, j'y enfermai un gros Chat, à qui j'avois fait l'opération dont j'ai parlé ci-dessus : comme je l'avois fait jeûner 24 heures, il mangea & but quelque temps après, mais peu. Je pouvois observer facilement à travers la Cage jusqu'au moindre de ses mouvements, ce que je fis avec toute l'attention possible pendant 25 ou 26 heures, après lesquelles il jetta par le haut quantité de matiére fluide que je reconnus à l'odeur n'être point de la fiente, & enfin deux heures après il fut attaqué du vomissement stercoreux. Je l'attachai sur le champ & lui ouvris l'abdomen, je fis sortir l'intestin iléum, qui fut fort distendu, enflammé au-dessus de la ligature, & rempli de matiéres fécales depuis l'endroit lié jusqu'à l'estomac; & comme Sennert Auteur très-grave, assûre que le mouvement naturel des intestins est fort obscur, mais que l'antipéristaltique est manifeste, je pris ma loupe pour tâcher de le découvrir, je piquai l'intestin bien avant avec une aiguille, avec un canif, je déchirai les membranes, tout cela inutilement; je ne pus jamais observer le moindre mouvement, ce qui ne me surprit point, car les tuniques des intestins étoient si distenduës & si enflammées, que les fibres charnues étoient assûrément hors d'état de pouvoir faire leur jeu de ressort pour resserrer les intestins, je recousis la playe comme auparavant, & remis mon Chat en Cage. Un moment après les nausées & le vomissement stercoreux recommencerent avec plus de violence que jamais, & durerent près de quatre heures. Après la mort du Chat, ayant fouillé dans le ventricule & les intestins, je trouvai deux vers *tænia*, l'un dans la cavité de l'estomac, & l'autre à l'entrée du duodenum, que je remis à M. Gauteron, qui doit en donner un Mémoire à la Compagnie. Le succès que j'avois eu en faisant cette expérience, m'encouragea à la refaire sur d'autres Chats, & prenant la même précaution,

j'obſervai pluſieurs fois tout ce que j'ai marqué cy-deſſus: je tentai la même choſe ſur les Chiens, la réuſſite fut toûjours égale. Je trouvai conſtamment les boyaux rouges, enflammés au-deſſus de la ligature, fort dilatés, remplis de liqueur juſqu'au pilore & dénués de tout mouvement périſtaltique ou antipériſtaltique. Mais pour m'aſſûrer encore mieux de cette derniére vérité, j'ai ouvert ſouvent l'inteſtin dans ces deux eſpéces d'animaux au-deſſus de l'obſtruction, & ayant introduit le petit doigt dans l'ouverture, je n'ai jamais ſenti la moindre petite compreſſion, ni aucun mouvement intérieur de bas en haut ou de haut en bas. De plus, comme tout ce qui concerne ce prétendu mouvement antivermiculaire, me paroiſſoit ſuſpect, je voulus encore m'éclaircir ſur la diſtribution du chyle dans la paſſion iliaque, qui, ſelon l'Auteur que je viens de citer, ne ſe fait pas comme il faut, à cauſe du mouvement renverſé des inteſtins, je fus convaincu du contraire par l'expérience ſuivante.

Ayant ouvert l'abdomen à un chien que j'avois fait manger environ trois heures auparavant, & auquel j'avois lié l'iléum depuis 24 heures, je vis avec plaiſir le méſentere parſemé d'une infinité de petits vaiſſeaux laiteux tout farcis de chyle, comme on l'apperçoit ordinairement quand on veut découvrir ces vaiſſeaux. J'ai vû auſſi la même choſe dans ceux qui avoient déja vomi la fiente, mais outre cela, j'ai gardé pendant un mois & demi un fort gros chien que j'avois operé, qui pendant ce temps-là vomiſſoit frequemment, quelquefois même des excréments, quoiqu'il les rendît auſſi par l'anus, parce que la ligature n'avoit pas été aſſés ſerrée pour leur boucher entiérement le paſſage. Or ce fait ne peut pas s'expliquer ſans admettre la diſtribution du chyle dans les veines lactées, puiſque ces ſortes d'animaux ne ſçauroient vivre ſi long-temps ſans aliments.

Enfin il ne ſera pas permis de revoquer en doute la réplétion des inteſtins, ſi l'on fait attention au période du vomiſſement que j'ai remarqué varier dans les Animaux, ſuivant leur

différente grandeur, ſelon la grande ou la petite quantité d'aliments que je leur faiſois prendre, & enfin ſuivant la ſituation de la ligature; par exemple, les Chats vomiſſent plûtôt que les Chiens, parmi ceux-ci les plus petits; parmi les animaux de même grandeur ceux qui mangent le plus; & enfin, parmi ceux qui étoient à peu-près de la même grandeur, & qui avoient mangé également, ceux-là étoient plûtôt attaqués du vomiſſement auxquels la ligature étoit plus haute.

Il ne me reſte à preſent que de ſatisfaire à deux objections qu'on a coûtume de propoſer, & qui ſemblent en quelque maniére favoriſer le mouvement antipériſtaltique, c'eſt, dit-on, qu'il conſte par les obſervations de pluſieurs Auteurs, que les lavements & les ſuppoſitoires ont été rendus par le haut dans le *Miſerere.* Je réponds premiérement pour ce qui eſt des lavements, qu'on peut expliquer facilement leur retour vers l'eſtomac, par la ſeule méchanique que j'ai déja établie, en ſuppoſant un obſtacle à l'anus qui empêche les matiéres contenues d'être miſes dehors, & le canal inteſtinal rempli juſqu'au ventricule; car pour lors ſi l'on force extérieurement l'obſtacle, & que l'on injecte un lavement, comme enſuite il ne peut plus ſortir, & qu'il diſtend davantage les membranes des inteſtins, il faut que le diaphragme & les muſcles de l'abdomen s'appliquant ſucceſſivement ſur eux & ſur l'eſtomac, en tâchant de mettre dehors les parties du lavement mêlées avec les matiéres fécales, les faſſent remonter enſemble vers le haut avec d'autant plus de facilité qu'elles ont déja reçû cette détermination de mouvement, & que la valvule du colon ſe trouve ouverte & abaiſſée par le fluide qui en remplit la cavité.

La difficulté ſera plus grande du côté des ſuppoſitoires. En effet, il ſemble qu'ayant leur ſortie libre vers l'anus, ils doivent plûtôt être chaſſés dehors, que d'entrer dedans le rectum, ou quoiqu'ils entrent dans le rectum, qu'ils doivent demeurer à l'endroit de l'obſtruction, tant à cauſe de leur maſſe

lourde & pesante, qu'à raison de leur solidité, qui ne leur permet pas d'obéir facilement aux deux pressoirs supposés. Quoique ce fait paroisse suspect à ceux mêmes qui soûtiennent le mouvement antipéristaltique, il ne sera pourtant pas mal-aisé d'en rendre raison, si l'on fait attention à ce qui se passe quelquefois dans ceux qui sont constipés, à la figure circulaire des boyaux, à leur dilatation & à leur plénitude.

On remarque dans la constipation, que si ayant déja fait sortir des excréments endurcis, on contracte le sphincter & les releveurs de l'anus, on adjoûte pour lors de nouvelles forces à la contraction du diaphragme, & des muscles du bas ventre, & on met entiérement dehors les excréments; que si au contraire on vient à relever & serrer l'anus dans le temps qu'ils sont prêts à sortir, on sent qu'ils entrent en dedans avec beaucoup de précipitation, de sorte que la même cause qui, dans le premier cas, sert à l'expulsion des excréments, les fait rentrer dans ce dernier avec beaucoup de violence, sans qu'il soit besoin d'aucun mouvement antivermiculaire du rectum; cela se déduit aisément de la différente maniére dont s'applique le sphincter sur les excréments endurcis, si c'est sur l'extrémité inférieure, il faut nécessairement qu'ils entrent en dedans, si c'est sur la supérieure, ils devront être poussés dehors à peu-près comme nous chassons un corps glissant contenu dans la main, tantôt par un bout, tantôt par l'autre, suivant la différente maniére dont s'applique sur sa surface le mouvement de nos doigts. Dans la passion iliaque, le suppositoire est quasi tout-à-fait introduit dans la cavité de l'intestin rectum. Donc toute la force du sphincter doit faire son effort sur son extrémité inférieure, & en même temps les releveurs venant à agir, devront le chasser vers le haut; mais comme l'intestin rectum est enflammé, & par conséquent plus sensible que dans l'état naturel, les irritations seront aussi plus grandes, les influx d'esprits plus abondants; & enfin,

les contractions du ſphincter & des releveurs de l'anus plus violentes. Donc le fil auquel le ſuppoſitoire eſt attaché, ſe rompra, comme le rapporte Mathæus *de Gradibus*, & le ſuppoſitoire ſera porté bien avant dans le rectum, & juſqu'au commencement du colon ; delà il pourſuivra ſa route vers le cæcum, tant à cauſe de la détermination du mouvement qu'il conſerve encore dans cet inteſtin, que parce que le conduit inteſtinal ſe trouve fort dilaté par la grande quantité de matiéres fluides, au milieu deſquelles il gliſſe avec beaucoup de facilité. La gravité du ſuppoſitoire ne doit point être un obſtacle à ſon retour, puiſque les inteſtins ſont pluſieurs circonvolutions dans l'abdomen; d'où il ſuit que tantôt il monte contre ſon propre poids, tantôt il tombe par ce même poids vers le ventricule, ainſi il paroît indifférent pour le faire monter ou deſcendre. Au ſurplus, comme il conſte en Phyſique que les corps reçoivent du mouvement par rapport à leur maſſe, & que les ſuppoſitoires en ont beaucoup, ils doivent auſſi recevoir une plus grande quantité de mouvement par les contractions des muſcles du bas ventre; de ſorte que leur ſolidité & leur maſſe ſemblent favoriſer leur paſſage, bien loin de s'y oppoſer. Enfin il paſſera du colon dans l'iléum par une détermination perpendiculaire, nonobſtant le ſac du cæcum horizontal, ſi nous ſuppoſons que ce cul-de-ſac eſt comblé, & que la valvule du colon eſt ouverte par la quantité du fluide dont les inteſtins ſont remplis, comme je l'ai dit ci-deſſus.

Mais ſi par les raiſons que je viens de rapporter, l'on ceſſe d'accuſer l'eſtomac & les inteſtins de tant de maux qu'ils produiſoient, combien doivent craindre ces reſtaurateurs d'un ancien ſyſteme, pour tous les bons effets qu'ils leur attribuent? Ils ſont, diſent-ils, les auteurs de la digeſtion, c'eſt par la force extraordinaire de leurs fibres qu'ils opérent ce grand ouvrage, c'eſt l'eſtomac d'abord qui par les ſecouſſes continuelles & violentes diviſe, attenue & briſe les aliments en des molécules très-ſubtiles, qui enſuite acquiérent la derniére diſſolution &

perfection dans les intestins, par la contraction réitérée de sa tunique musculeuse. Cette opinion paroît fort vraisemblable du premier coup d'œil, & a de fort anciens privileges, elle péche pourtant par une trop grande crédulité pour les anciens Auteurs qui l'avoient autrefois enseignée, & par un défaut d'attention sur ceux qui l'avoient renouvellée dans ce dernier siécle : ce qu'un Académicien * de cette Societé a prouvé dans une Assemblée publique, en démontrant la fausseté du calcul exorbitant de Pitcarnius ; mais après tout, je ne doute point que s'ils veulent jetter les yeux sur ces visceres dans les Animaux vivants, sans qu'il soit besoin d'aucune démonstration géométrique, ils ne se détrompent de leur préjugé, & ne reviennent d'une erreur d'autant plus préjudiciable qu'elle se présente à eux sous un beau dehors, & avec une apparence de vérité presque sensible.

* M. Astruc.

FIN.

